

## Параметры-2

### 1 Уравнения высших порядков

1. («Покори Воробьёвы горы!», 2014, 10–11.3) Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых среди решений уравнения

$$(a^4 - 2014a^3 + 2014a^2 - 2014a + 2013)x = a^3 + 5a^2 + 2a - 8$$

есть неотрицательные числа.

$$(-4; -2] \cup \{1\} \cap [2013; +\infty)$$

2. («Ломоносов», 2011, 10–11.6) При каких значениях  $a$ ,  $b$  и  $c$  множество действительных корней уравнения

$$x^5 + 2x^4 + ax^2 + bx = c$$

состоит в точности из чисел  $-1$  и  $1$ ?

$$c = 0, b = 1, a = 9$$

3. (ОММО, 2016.8) При каких значениях параметра  $a$  уравнение

$$x^3 + ax^2 + 13x - 6 = 0$$

имеет единственное решение?

$$(-\frac{8}{19}; \frac{8}{20}) \cap (8; +\infty)$$

4. (ОММО, 2020.7) При каких значениях параметра  $a$  уравнение

$$x^3 - 11x^2 + ax - 8 = 0$$

имеет три различных действительных корня, образующих геометрическую прогрессию?

$$a = 22$$

5. («Покори Воробьёвы горы!», 2011, 10–11.5) Найти все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$x^3 - ax^2 - (a^3 - 6a^2 + 5a + 8)x - (a - 3)^3 = 0$$

имеет три различных корня, образующих геометрическую прогрессию (укажите эти корни).

$$\left\{ \frac{2}{3+\sqrt{5}}, 1, \frac{2}{3-\sqrt{5}} \right\} \in x \text{ если } a = 4, \text{ то } x \in \left\{ \frac{2}{3+\sqrt{5}}, -1, \frac{2}{3-\sqrt{5}} \right\} \in x \text{ если } a = 2, \text{ то } x = 2$$

6. («Покори Воробьёвы горы!», 2017, 10–11.4) Найдите все целочисленные значения  $a, b, c$  такие, что существуют три различных корня уравнения

$$x^3 + (8 + b)x^2 + (b + 4)x + (c + 3) = 0,$$

которые являются корнями уравнения

$$x^4 + 5x^3 + ax^2 + bx + c = 0.$$

$$\boxed{9 = p \text{ ' } q = r}$$

## 2 Симметрия

7. («Высшая проба», 2012, 11.3) При каком значении параметра  $a$  график многочлена

$$x^4 - 6x^3 + 12x^2 + ax$$

симметричен относительно прямой  $x = c$  для какого-нибудь значения константы  $c$ ?

$$\boxed{6 = p}$$

8. («Покори Воробьёвы горы!», 2012.4) Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых графики функций

$$f(x) = 3^{2x^2-4x+3} + a^3 \quad \text{и} \quad g(x) = a \cdot 3^{x^2-2x+3} - 5$$

имеют ровно три общие точки.

$$\boxed{\frac{7}{88} \wedge \text{ ' } 1}$$

9. (ОММО, 2018.8) При каких значениях параметра  $a$  уравнение

$$3^{x^2-2ax+a^2} = ax^2 - 2a^2x + a^3 + a^2 - 4a + 4$$

имеет ровно одно решение?

$$\boxed{1 = p}$$

10. («Покори Воробьёвы горы!», 2016.5) Найдите все значения  $a$ , при которых имеет единственное решение система

$$\begin{cases} (x^2 + 1)a = y - \cos x, \\ \sin^4 x + |y| = 1. \end{cases}$$

$$\boxed{7 = p}$$

11. («Покори Воробьёвы горы!», 2014.5) Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых система

$$\begin{cases} y - a^2 + 5(a - 1) = (a^2 - 5a + 6)(x - 3)^6 + \sqrt{(x - 3)^2}, \\ x^2 + y^2 = 2(3x - 4) \end{cases}$$

имеет ровно одно решение.

$$\boxed{7 = p \text{ или } 1 = p}$$

12. («Покори Воробьёвы горы!», 2017.5) Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых система

$$\begin{cases} 1 - \sqrt{|x-1|} = \sqrt{3|y|}, \\ x^2 + 9y^2 + a = 2x - 1 \end{cases}$$

имеет ровно четыре различных решения.

$$\boxed{\frac{8}{1} - \sqrt{1}}$$

13. («Покори Воробьёвы горы!», 2019, 10–11.5) Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$a^2(x^2 + 1)^3 + (x^3 + 1)^2 = 12ax^3$$

имеет единственное решение.

$$\boxed{1; \frac{2}{1}; 0; \frac{2}{8}}$$

14. («Покори Воробьёвы горы!», 2014.5) Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$2 \frac{(x+1)^2}{x^2+1} + a^2 - 4 = 2a \cos\left(\frac{x^2-1}{2x}\right)$$

имеет единственное решение.

$$\boxed{\xi = \nu \text{ или } 0 = \nu}$$