

Упругое отражение

Данный листок посвящён задачам, в которых происходит упругий удар о движущуюся стенку. Масса стенки настолько велика, что скорость её не меняется за время удара. В таких ситуациях бывает удобно переходить в систему отсчёта, связанную со стенкой.

ЗАДАЧА 1. Массивная плоская плита движется со скоростью u , перпендикулярной поверхности плиты, и упруго сталкивается с маленьким лёгким шариком. Найдите скорость v , приобретённую шариком в результате столкновения с плитой, если до удара:

- шарик покоится;
- шарик движется навстречу плите со скоростью v_0 , параллельной скорости u ;
- шарик удаляется от плиты со скоростью $v_0 < u$, параллельной скорости u .

$$0a - n\tau = a \quad (a : 0a + n\tau = a \quad (g : n\tau = a \quad (v$$

ЗАДАЧА 2. («Физтех», 2014, 7–8) Две массивные стенки движутся навстречу с одинаковыми скоростями 3 м/с. На гладком столе между стенками изначально покоится маленький брусочек. Определите, какую скорость относительно земли приобретёт брусочек после четырёх упругих ударов о стенки.

$$24 \text{ м/с}$$

ЗАДАЧА 3. («Физтех», 2017, 9) Шарик, скользящий по гладкой горизонтальной поверхности, сталкивается с брусом, который движется по той же поверхности навстречу шару. Грань бруса, о которую ударяется шарик, перпендикулярна вектору скорости шарика. Масса бруса много больше массы шарика. После упругого столкновения с брусом шарик движется с кинетической энергией, которая в 121 раз больше его кинетической энергии движения до столкновения. Найти отношение начальных скоростей движения шарика и бруса.

$$5/1$$

ЗАДАЧА 4. («Физтех», 2017, 9) Шарик, скользящий по гладкой горизонтальной поверхности, догоняет брусок, который движется в том же направлении по этой поверхности. Грань бруса, о которую ударяется шарик, перпендикулярна вектору скорости шарика. Масса бруса много больше массы шарика. После упругого столкновения шарик скользит в противоположном направлении с кинетической энергией, которая в 9 раз меньше его начальной кинетической энергии. Найти отношение начальных скоростей скольжения шарика и бруса.

$$8$$

[Овчинкин] → 2.62, 4.70.

ЗАДАЧА 5. (МФТИ, 1994) По гладкой горизонтальной поверхности стола скользят в одном направлении массивный брусок со скоростью $u = 1$ м/с и небольшая шайба со скоростью $v = 3$ м/с, догоняющая брусок. В некоторый момент времени шайба находилась в точке B на расстоянии $L = 1$ м от бруска. Через какое время, считая от этого момента, шайба вернётся в точку B ? Столкновение шайбы с брусом упругое. Скорость шайбы перпендикулярна грани бруска, о которую она ударяется. Масса шайбы намного меньше массы бруска.

$$v \tau = \frac{nv - u}{7\tau} = 1$$

Задача 6. (МФТИ, 1994) По направлению к неподвижному шарiku движется массивная плита с постоянной скоростью $v = 4$ м/с, направленной вертикально вверх и перпендикулярно поверхности плиты. В момент, когда плита находится на расстоянии $H = 1$ м от шарика, шарик отпускают. На какое максимальное расстояние от плиты удалится шарик после упругого удара о плиту? Масса шарика много меньше массы плиты.

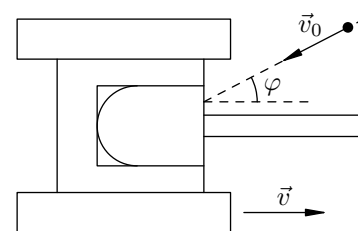
$$v_{\text{max}} = \frac{6v}{\sqrt{2}} + H = \text{см} \approx 1$$

Задача 7. («Покори Воробьёвы горы!», 2018, 7–9) На покоящийся шарик массы 1 г налетает со скоростью 2 м/с куб массой 10 кг. Скорость куба перпендикулярна грани, которой он наносит удар по шарiku. С какой примерно скоростью будет двигаться шарик после удара?

$$v \approx 4 \text{ м/с при упругом ударе}$$

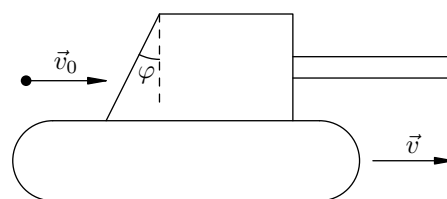
Задача 8. (МФТИ, 1981) В лобовой щит танка, движущегося со скоростью $v = 54$ км/ч, ударяется пуля, летящая со скоростью $v_0 = 1800$ км/ч под углом $\varphi = 60^\circ$ к направлению движения танка (см. рисунок), и упруго отскакивает от него. С какой скоростью полетит отскакившая пуля?

$$v_{\text{отск}} \approx \frac{v_0}{\cos \varphi} \approx \frac{1800}{\cos 60^\circ} = 3600 \text{ км/ч}$$

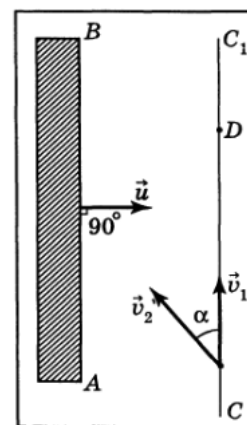


Задача 9. (МФТИ, 1981) В заднюю стенку башни танка, идущего со скоростью $v = 72$ км/ч, ударяется горизонтально летящая со скоростью $v_0 = 750$ м/с пуля (см. рисунок) и упруго отскакивает от неё. С какой скоростью полетит отскакившая пуля? Стенка наклонена к вертикали под углом $\varphi = 30^\circ$.

$$v_{\text{отск}} \approx \frac{v_0}{\cos \varphi} \approx \frac{750}{\cos 30^\circ} = 866 \text{ м/с}$$

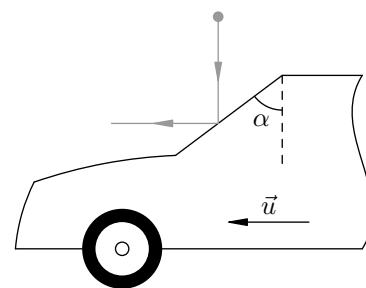


Задача 10. (Всеросс., 1993, финал, 9) Массивная доска AB скользит со скоростью u по гладкой горизонтальной поверхности. Из точки C той же поверхности одновременно вылетают две лёгкие шайбы. Первая шайба скользит по поверхности в направлении CC_1 параллельно доске AB со скоростью v_1 , вторая скользит со скоростью v_2 под углом α к CC_1 (рис.). Через некоторое время шайбы сталкиваются в точке D . Определите скорости шайб v_1 и v_2 до столкновения, если известно, что время от начала движения шайб до их столкновения в n раз превышает время от начала движения шайб до столкновения второй шайбы с доской. При ударе шайбы о доску потерь энергии не происходит.



$$v \cos \alpha = \frac{v_1 \sin \alpha (u - v_1)}{n(1 - u/v_1)}$$

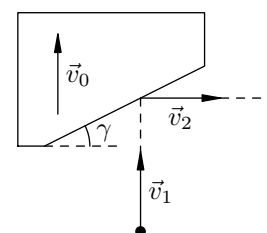
Задача 11. (МФТИ, 2001) Во время града автомобиль едет по горизонтальной дороге со скоростью $u = 25$ км/ч. Одна из градин ударяется о переднее (ветровое) стекло автомобиля, наклонённое под углом $\alpha = 30^\circ$ к вертикали, и отскакивает горизонтально в направлении движения автомобиля (см. рисунок). Считая, что удар градины о стекло абсолютно упругий и что скорость градины непосредственно перед ударом вертикальна, найти скорость градины:



- 1) до удара;
- 2) после удара.

$$\frac{v_2}{u} \approx \frac{1}{\sin \alpha} \approx \frac{2}{\sin 30^\circ} = 4 \quad (\text{I})$$

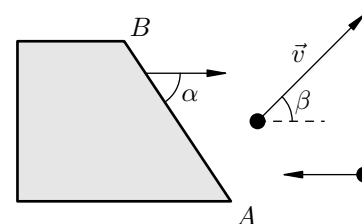
Задача 12. (МФТИ, 2001) Массивная плита поднимается вверх с постоянной скоростью. Мяч, брошенный вертикально вверх, нагоняет плиту, ударяется абсолютно упруго о боковую поверхность плиты, наклонённую под углом $\gamma = 30^\circ$ к горизонту, и отскакивает в горизонтальном направлении со скоростью $v_2 = 1,7$ м/с (см. рисунок).



- 1) Найти скорость плиты v_0 .
 - 2) Найти скорость v_1 мяча непосредственно перед ударом.
- Масса плиты намного больше массы мяча.

$$\frac{v_1}{v_2} \approx \frac{1}{\sin \gamma} \approx \frac{1}{\sin 30^\circ} = 2 \quad (\text{I})$$

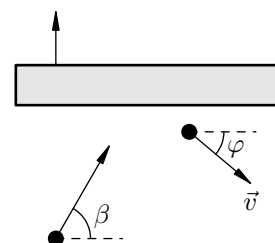
Задача 13. (МФТИ, 2007) По гладкой горизонтальной поверхности стола скользит брусок и ударяет своей гладкой вертикальной гранью AB по шарик, скользящему по столу навстречу бруску (на рисунке показан вид сверху). Скорость бруска составляет угол $\alpha = 60^\circ$ с гранью AB . После абсолютно упругого удара шарик отскочил со скоростью v под углом $\beta = 45^\circ$ к направлению движения бруска. Масса шарика намного меньше массы бруска.



- 1) Найдите скорость шарика перед ударом.
 - 2) Найдите скорость бруска.
- Ответ достаточно выразить через корни из целых чисел.

$$\frac{v}{u} \approx \frac{1}{\sin \alpha} \approx \frac{1}{\sin 60^\circ} = \frac{2}{\sqrt{3}} \quad (\text{I})$$

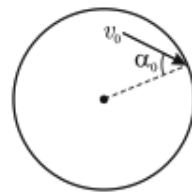
Задача 14. (МФТИ, 2007) Массивная плита поднимается вертикально вверх с постоянной скоростью. Плиту догоняет шарик, имеющий непосредственно перед ударом скорость, направленную под углом β ($\cos \beta = 1/3$) к горизонту (см. рисунок). После абсолютно упругого удара о гладкую поверхность плиты шарик отскакивает со скоростью v , составляющей угол φ ($\cos \varphi = 3/4$) с горизонтом.



- 1) Найдите скорость шарика перед ударом о плиту.
 - 2) Найдите скорость плиты.
- Ответ достаточно выразить через корни из целых чисел.

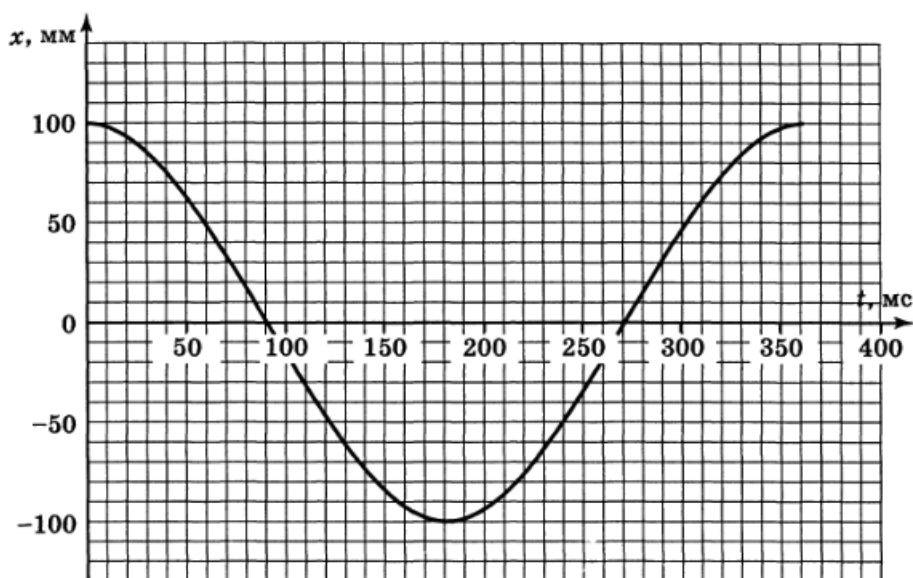
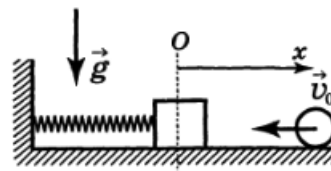
$$\frac{v}{u} \approx \frac{1}{\sin \beta} \approx \frac{3}{\sin \arccos(1/3)} = 6 \quad (\text{I})$$

Задача 15. (МОШ, 2006, 10) В невесомости внутри сферы радиусом R_0 движется шарик, упруго соударяясь со стенками сферы. Скорость шарика v_0 , угол падения шарика на сферу, то есть угол между вектором его скорости и нормалью к сфере непосредственно перед соударениями, равен α_0 (см. рис.). Сферу начали медленно равномерно сжимать до радиуса R_1 . С какой скоростью v_1 будет двигаться шарик в конце процесса сжатия? Чему при этом будет равен угол α_1 падения шарика на сферу?



$$v_1 = v_0 \cdot \frac{R_0}{R_1}; \alpha_1 = \alpha_0$$

Задача 16. (Всеросс., 2000, финал, 10) На гладкой горизонтальной поверхности колеблется на пружине вдоль оси Ox брусок. По направлению к бруску вдоль оси Ox движется со скоростью v_0 шарик (рис. справа), который после упругого удара о брусок отскакивает в противоположном направлении. Масса шарика во много раз меньше массы бруска. График зависимости координаты x бруска от времени t представлен на рисунке ниже.



1) Используя график, найдите максимально возможную скорость шарика после отскока, если $v_0 = 0,06$ м/с.

2) При каких значениях v_0 разность Δ между максимально возможной скоростью отскока и v_0 не будет зависеть от v_0 ? Найдите эту разность.

$$v_{max} \approx 2,1 \text{ м/с}; \Delta \approx 0,38 \text{ м/с}$$