

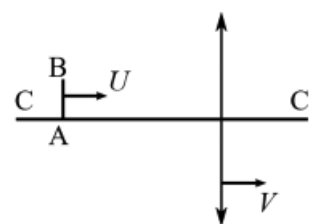
## Скорость изображения

ЗАДАЧА 1. Точечный источник света движется со скоростью  $v$  и в данный момент находится на главной оптической оси линзы. Обозначим  $u$  скорость изображения. Покажите, что:

- если источник движется перпендикулярно главной оптической оси, то  $u = \Gamma v$ ;
- если источник движется вдоль главной оптической оси, то  $u = \gamma v$ .

Здесь  $\Gamma$  и  $\gamma$  — соответственно поперечное и продольное увеличение в точке нахождения источника.

ЗАДАЧА 2. («Физтех», 2018, 11) Линза с фокусным расстоянием  $F = 20$  см движется со скоростью  $V = 1$  мм/с (см. рис.). Стержень АВ длиной  $h = 1$  см, расположенный перпендикулярно главной оптической оси линзы  $CC_1$ , движется со скоростью  $U = 3V/2$ . Все движения — поступательные вдоль главной оптической оси линзы. В некоторый момент стержень находится на расстоянии  $d = 3F/2$  от линзы.



1) На каком расстоянии от линзы будет изображение стержня в этот момент?

2) Какой длины будет изображение стержня в этот момент?

3) С какой скоростью будет двигаться изображение точки А стержня в этот момент?

$$f = 20 \text{ см}; \quad V = 1 \text{ мм/с}; \quad U = 1.5 \text{ мм/с}; \quad h = 1 \text{ см}; \quad d = 30 \text{ см}; \quad F = 20 \text{ см}$$

ЗАДАЧА 3. («Физтех», 2016, 11) Маленькая лампочка находится вблизи главной оптической оси тонкой линзы с фокусным расстоянием  $F = 15$  см. На экране, расположенном на расстоянии  $L = 80$  см от лампочки, получено увеличенное изображение нити накала. Линзу перемещают поступательно и перпендикулярно её главной оптической оси со скоростью  $v = 2$  мм/с.

1) Найти расстояние между линзой и лампочкой.

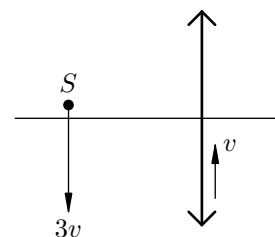
2) Найти скорость изображения на экране.

$$v = 2 \text{ мм/с}; \quad L = 80 \text{ см}; \quad F = 15 \text{ см}; \quad \text{Find } x \text{ and } v_{\text{img}}$$

ЗАДАЧА 4. («Покори Воробьёвы горы!», 2017, 10–11) На экране, расположенном на расстоянии  $b = 75$  см от тонкой линзы с оптической силой  $D = 4$  дптр, получено чёткое изображение источника. Плоскость экрана параллельна плоскости линзы. Линзу перемещают поступательно со скоростью  $v = 0,2$  м/с, причём вектор скорости перпендикулярен её главной оптической оси и лежит в плоскости, проходящей через эту ось и точку расположения источника. С какой скоростью движется по экрану изображение источника?

$$b = 75 \text{ см}; \quad D = 4 \text{ дптр}; \quad v = 0,2 \text{ м/с}; \quad \text{Find } v_{\text{img}}$$

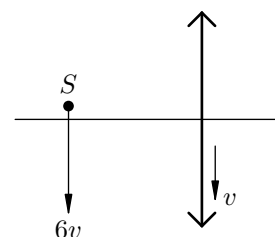
Задача 5. (МФТИ, 2008) Муха  $S$  ползёт перпендикулярно главной оптической оси собирающей линзы с фокусным расстоянием  $F$ , находясь вблизи главной оптической оси на расстоянии  $5F/3$  от линзы (см. рисунок). Линза перемещается поступательно в противоположном направлении перпендикулярно главной оптической оси. Скорость линзы  $v = 1,5$  мм/с, скорость мухи  $3v$ . Муха и главная оптическая ось линзы всегда находятся в плоскости рисунка.



- 1) Найдите скорость мухи относительно линзы.
- 2) С какой скоростью движется изображение мухи относительно неподвижного экрана?

1) 6 мм/с; 2) 10,5 мм/с

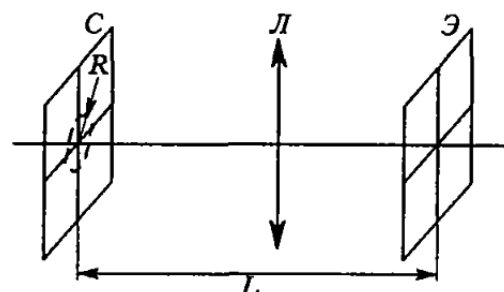
Задача 6. (МФТИ, 2008) Собирающую линзу с фокусным расстоянием  $F$  перемещают поступательно со скоростью  $v = 3$  мм/с перпендикулярно её главной оптической оси. Муравей  $S$  ползёт в том же направлении перпендикулярно главной оптической оси со скоростью  $6v$ , находясь вблизи главной оптической оси на расстоянии  $8F/3$  от линзы (см. рисунок). Муравей и главная оптическая ось линзы всегда находятся в плоскости рисунка.



- 1) Найдите скорость муравья относительно линзы.
- 2) С какой скоростью движется изображение муравья относительно неподвижного экрана?

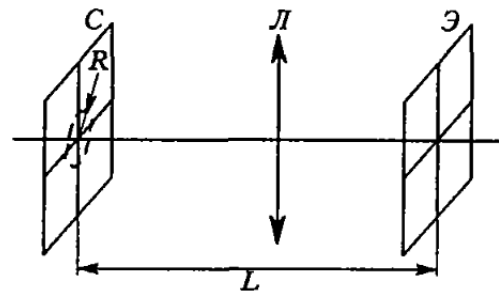
1) 15 мм/с; 2) 6 мм/с

Задача 7. (МФТИ, 1997) С помощью собирающей линзы с фокусным расстоянием  $F$  на экране  $\mathcal{E}$ , расположенном на расстоянии  $L = 4,9F$  от стены  $\mathcal{C}$ , получено увеличенное изображение мухи, которая равномерно ползёт по стене по окружности радиуса  $R = 5$  см, совершая один полный оборот за время  $T = 1$  мин. Главная оптическая ось линзы перпендикулярна стене и экрану и проходит через центр окружности, по которой ползёт муха (см. рисунок). Чему равна линейная скорость движущегося изображения мухи на экране?



$$v_{\text{изб}} = \left( \frac{T}{4F} - 1 \sqrt{1 + 1} \right) \frac{v}{T} = v_{\text{изб}}, \text{ где } v = \frac{2\pi R}{T} = 1,3 \text{ см/с, где } a = \frac{v}{b} \frac{L}{2F} = a$$

ЗАДАЧА 8. (МФТИ, 1997) С помощью собирающей линзы с фокусным расстоянием  $F$  на экране Э, расположенном на расстоянии  $L = 4,9F$  от циферблата ручных часов Ц, получено уменьшенное изображение секундной стрелки часов, длина которой  $R = 1,5$  см, (см. рисунок). Главная оптическая ось линзы перпендикулярна экрану и плоскости циферблата часов и проходит через ось вращения секундной стрелки. Чему равна линейная скорость перемещения кончика изображения стрелки на экране?

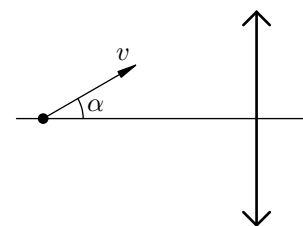


$$v_{\text{изб}} = \left( \frac{L}{F} - 1 \right) \sqrt{\frac{L}{F} - 1} \cdot \frac{R}{T} = v_{\text{стрелки}} \cdot \left( \frac{L}{F} - 1 \right) \sqrt{\frac{L}{F} - 1} = v_{\text{стрелки}} \cdot \frac{L}{F} = \frac{v_{\text{стрелки}} \cdot L}{F} = a$$

ЗАДАЧА 9. («Покори Воробьёвы горы!», 2014, 10–11) Шарик подвешен на нити длиной  $l$  и вращается в горизонтальной плоскости вокруг вертикальной оси, которая проходит через точку подвеса. На расстоянии  $d$  от плоскости вращения под шариком находится собирающая линза с фокусным расстоянием  $F < d$ . Главная оптическая ось линзы совпадает с осью вращения шарика. Чему равна угловая скорость вращения шарика, если его изображение вращается по окружности радиуса  $R$ ?

$$\omega_{\text{шарика}} = \frac{R}{d} \cdot \omega_{\text{изб}} = \frac{R}{d} \cdot \left( \frac{d}{F} - 1 \right) \omega_{\text{шарика}} = \omega_{\text{шарика}} \cdot \frac{R}{d} \left( \frac{d}{F} - 1 \right) = \omega_{\text{шарика}} \cdot \frac{R}{F} = \omega$$

ЗАДАЧА 10. (МФТИ, 2002) Муха пересекает главную оптическую ось собирающей линзы на расстоянии  $a = 3F$ , где  $F$  — фокусное расстояние линзы, под малым углом  $\alpha$  к оси линзы со скоростью  $v$  (см. рисунок).

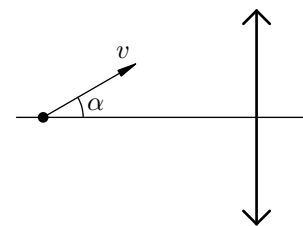


- 1) Под каким углом изображение мухи пересекает главную оптическую ось?
- 2) Чему равна в этот момент скорость изображения мухи?

Указание. Для малых углов  $\sin \alpha \approx \text{tg } \alpha \approx \alpha$ .

$$a \frac{v}{F} \approx n \cdot \beta \quad (\beta \approx 2\alpha \approx g)$$

ЗАДАЧА 11. (МФТИ, 2002) Комар пересекает главную оптическую ось собирающей линзы на расстоянии  $a = 3F/4$ , где  $F$  — фокусное расстояние линзы, под малым углом  $\alpha$  к оси линзы со скоростью  $v$  (см. рисунок).



- 1) Под каким углом изображение комара пересекает главную оптическую ось линзы?
- 2) Чему равна в этот момент скорость изображения комара?

Указание. Для малых углов  $\sin \alpha \approx \text{tg } \alpha \approx \alpha$ .

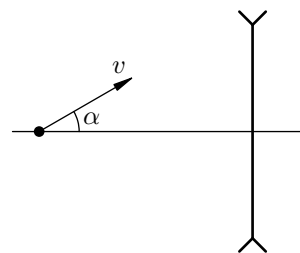
$$a g \approx n \cdot \beta \quad (\beta \approx \frac{v}{v_0} \approx g)$$

ЗАДАЧА 12. (МФТИ, 2002) Жук пересекает главную оптическую ось рассеивающей линзы под малым углом  $\alpha$  со скоростью  $v$  (см. рисунок). Поперечное увеличение линзы для данного момента  $\Gamma = 1/6$ .

1) Под каким углом изображение жука пересекает главную оптическую ось линзы?

2) Чему равна в этот момент скорость изображения жука?

Указание. Для малых углов  $\sin \alpha \approx \text{tg } \alpha \approx \alpha$ .



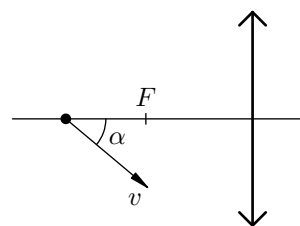
$$a \frac{96}{1} \approx n (z : \alpha 9 \approx g (1$$

ЗАДАЧА 13. («Физтех», 2014) Фокусное расстояние собирающей линзы равно  $F$ . Муха в некоторый момент пересекает главную оптическую ось линзы на расстоянии от линзы  $7F/5$ , двигаясь со скоростью  $v$  под углом  $\alpha$  ( $\text{tg } \alpha = 4/3$ ) к оси линзы (см. рисунок).

1) На каком расстоянии от линзы находится изображение мухи в этот момент?

2) Под каким углом изображение мухи пересекает главную оптическую ось?

3) Найдите скорость изображения мухи в этот момент.



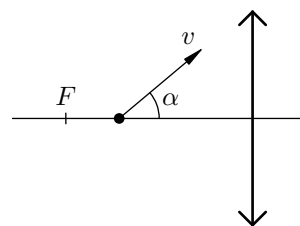
$$a \frac{1}{21} (g : \frac{61}{8} \text{ arcs} (z : F \frac{2}{1} (1$$

ЗАДАЧА 14. («Физтех», 2014) Фокусное расстояние собирающей линзы равно  $F$ . Комар в некоторый момент пересекает главную оптическую ось линзы на расстоянии от линзы  $3F/5$ , двигаясь со скоростью  $v$  под углом  $\alpha$  ( $\text{tg } \alpha = 4/3$ ) к оси линзы (см. рисунок).

1) На каком расстоянии от линзы находится изображение комара в этот момент?

2) Под каким углом изображение комара пересекает главную оптическую ось?

3) Найдите скорость изображения комара в этот момент.



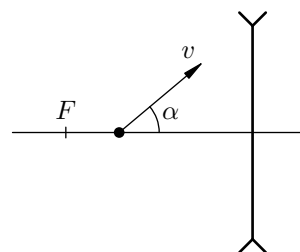
$$a \frac{1}{21} (g : \frac{61}{8} \text{ arcs} (z : F \frac{2}{3} (1$$

ЗАДАЧА 15. («Физтех», 2014) Фокусное расстояние (по модулю) рассеивающей линзы равно  $F$ . Пчела в некоторый момент пересекает главную оптическую ось линзы на расстоянии от линзы  $7F/9$ , двигаясь со скоростью  $v$  под углом  $\alpha$  ( $\text{tg } \alpha = 3/4$ ) к оси линзы (см. рисунок).

1) На каком расстоянии от линзы находится изображение пчелы в этот момент?

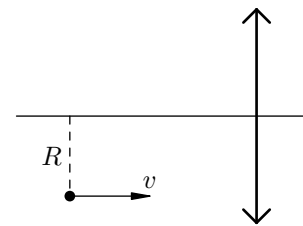
2) Под каким углом изображение пчелы пересекает главную оптическую ось?

3) Найдите скорость изображения пчелы в этот момент.



$$a \frac{19}{22} (g : \frac{3}{4} \text{ arcs} (z : F \frac{91}{2} (1$$

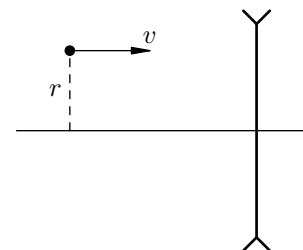
ЗАДАЧА 16. («Физтех», 2014) Муравей ползёт со скоростью  $v = 3$  см/с к собирающей линзе с фокусным расстоянием  $F = 20$  см вдоль прямой, параллельной её главной оптической оси и расположенной на расстоянии  $R = 8F/15$  от оси (см. рисунок). В некоторый момент муравей находится на расстоянии  $3F$  от линзы.



- 1) На каком расстоянии от линзы находится изображение муравья в этот момент?
- 2) Под каким углом к главной оптической оси движется изображение муравья? (Найти значение любой тригонометрической функции угла.)
- 3) Найдите скорость изображения муравья в этот момент.

$$v_{\text{изб}}/v = 1,8 = 1,8 \cdot \frac{0,9}{1} \quad (3) \quad \frac{2}{3} \text{ арктг} (2) \quad \text{см}; \quad 0,8 = \frac{2}{3} \quad (1)$$

ЗАДАЧА 17. («Физтех», 2014) Таракан ползёт со скоростью  $v = 2$  см/с к рассеивающей линзе с фокусным расстоянием (по модулю)  $F = 30$  см вдоль прямой, параллельной её главной оптической оси и расположенной на расстоянии  $r = 3F/4$  от оси (см. рисунок). В некоторый момент таракан находится на расстоянии  $4F$  от линзы.



- 1) На каком расстоянии от линзы находится изображение таракана в этот момент?
- 2) Под каким углом к главной оптической оси движется изображение таракана? (Найти значение любой тригонометрической функции угла.)
- 3) Найдите скорость изображения таракана в этот момент.

$$v_{\text{изб}}/v = 1,1 = 1,1 \cdot \frac{0,9}{1} \quad (3) \quad \frac{4}{3} \text{ арктг} (2) \quad \text{см}; \quad 1 = \frac{4}{3} \quad (1)$$

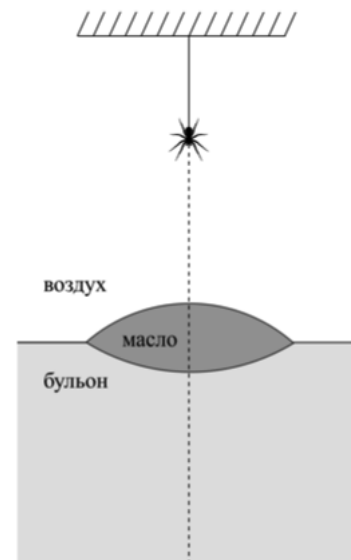
ЗАДАЧА 18. («Покори Воробьёвы горы!», 2018, 10–11) Небольшой светящийся объект равномерно движется вдоль оси тонкой линзы с фокусным расстоянием  $|F| = 30$  см. В некоторый момент времени величина скорости движения объекта относительно его мнимого уменьшенного изображения оказывается на  $n = 12,5\%$  больше, чем величина его скорости относительно линзы. Найдите расстояние между объектом и линзой в этот момент времени.

$$v_{\text{изб}}/v \approx (1 - \frac{2}{3} + \frac{u}{F}) |F| = v$$

ЗАДАЧА 19. (МОШ, 2008, 11) Тонкая собирающая линза с фокусным расстоянием  $F = 30$  см создаёт изображение движущегося точечного источника света. Когда источник света пересекал главную оптическую ось линзы, двигаясь под углом  $\alpha = 60^\circ$  к ней, угол между скоростью его изображения и этой осью составлял  $\beta = 30^\circ$ . На каком расстоянии от линзы в этот момент находился источник света?

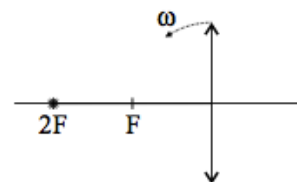
$$v_{\text{изб}}/v = \left( \frac{v \sin \alpha}{\beta} - 1 \right) F = v \quad \text{или} \quad v_{\text{изб}}/v = \left( \frac{v \sin \alpha}{\beta} + 1 \right) F = v$$

ЗАДАЧА 20. («Курчатов», 2018, 11) На ровном горизонтальном столе находится тарелка с бульоном, на поверхности которого плавают масляные капли. Над тарелкой находится паучок Аркаша, который спускается по паутине с постоянной скоростью  $v$ . В некоторый момент времени, оказавшись на высоте  $h$  над одной из капель с радиусами кривизны  $R_1$  (поверхность воздух–масло) и  $R_2$  (поверхность бульон–масло), Аркаша увидел свое изображение на дне тарелки. Определите фокусные расстояния линзы, образуемой масляной каплей на поверхности бульона (см. рисунок) и скорость изображения Аркаши в системе отсчёта паучка в этот момент. Показатели преломления масла, бульона и воздуха известны и находятся в соотношении  $n_m > n_b > n_v \approx 1$ .



$$a - \frac{1f - q}{1f} \vartheta u a = n : 1f \vartheta u = \tau f \cdot \frac{1H(\vartheta u - v u) + \tau H(1 - v u)}{\varepsilon_H 1H} = 1f$$

ЗАДАЧА 21. («Курчатов», 2019, 11) На главной оптической оси тонкой собирающей линзы с фокусным расстоянием  $F$  расположен источник света. Расстояние от источника света до линзы  $2F$ . Линзу начинают поворачивать в плоскости, содержащей главную оптическую ось, с постоянной угловой скоростью  $\omega$ . Найдите скорость изображения источника света в момент, когда расстояние между источником и главной оптической осью равно  $F$ .



$$v_{\text{изб}} \approx 3,73 F \omega \approx \frac{\varepsilon \sqrt{3}}{1} \omega F = a$$

ЗАДАЧА 22. (Всеросс., 2015, финал, 11) Очень маленький, размером с муравья, автомобиль едет по ровной горизонтальной поверхности вдоль главной оптической оси собирающей линзы с фокусным расстоянием  $f$ . На его крыше закреплён точечный источник света  $S$ , находящийся на главной оптической оси линзы. Скорость автомобиля изменяется так, что скорость изображения  $S_1$  точечного источника  $S$  остаётся постоянной и равной  $v_0$ . Определите, на каких расстояниях от линзы возможно такое движение «автомобиля». Коэффициент трения между колёсами автомобиля и дорогой равен  $\mu$ .

$$\left. \begin{array}{l} \frac{\varepsilon}{f b \pi} \Lambda \geq 0 \text{ и } \varepsilon > 0 \\ \frac{\varepsilon}{f b \pi} \Lambda < 0 \text{ и } \varepsilon < 0 \end{array} \right\} \text{ и } \left. \begin{array}{l} f > l > 0 \\ f > l \geq \left( \frac{\varepsilon \Lambda}{f b \pi} - 1 \right) f \end{array} \right\} \text{ и } \left( \frac{\varepsilon \Lambda}{f b \pi} + 1 \right) f \geq l > f$$