

Сила трения

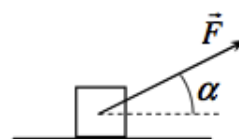
Перед решением задач необходимо изучить теорию листка «Сила трения».

Трение о горизонтальную поверхность

ЗАДАЧА 1. На горизонтальном полу лежит кирпич массой 3 кг. Коэффициент трения между кирпичом и полом равен 0,2. Кирпич тянут с горизонтальной силой F . Чему равна сила трения, действующая на кирпич, если а) $F = 5$ Н; б) $F = 7$ Н?

Н 9 (9 'H 9 (e

ЗАДАЧА 2. («Росатом», 2012, 9–11) Тело массой $m = 2$ кг аккуратно положили на горизонтальную поверхность и подействовали на него силой $F = 6$ Н, направленной под углом $\alpha = 30^\circ$ к горизонту. Коэффициент трения между телом и поверхностью равен $k = 0,4$. Найти силу трения, действующую на тело.



Н 2'9 = 0 cos 9 = f

ЗАДАЧА 3. (МОШ, 2019, 10) На горизонтальном столе лежит учебник массой $m = 200$ г. Коэффициент трения между учебником и столом равен $\mu = 0,4$. Учебник толкает лапой кошка, действуя на его верхнюю обложку силой, направленной под углом $\alpha = 30^\circ$ к горизонту (угол отсчитан вниз от горизонтальной линии). Модуль этой силы равен $F = 1$ Н. Сдвинется ли учебник с места?

Нет

ЗАДАЧА 4. («Курчатов», 2019, 9) На полу лежит брусок массой $m = 1$ кг, соединенный первой пружиной жесткостью $k = 10$ Н/м с неподвижной стенкой. На нем лежит второй такой же брусок, соединенный второй пружиной такой же жесткости, с ручкой. Сначала обе пружины расслаблены, и ручку начинают тянуть в направлении от стенки, медленно увеличивая силу, пока верхний брусок не двинется с нижнего. Приняв, что коэффициент трения между полом и бруском равен $\mu_1 = 0,1$, а между брусками равен $\mu_2 = 0,8$, постройте график $x_2(x_1)$, где x_1 — деформация первой пружины, x_2 — деформация второй пружины, и найдите площадь под графиком в см^2 .

2'00 0009

[Овчинкин] → 2.44.

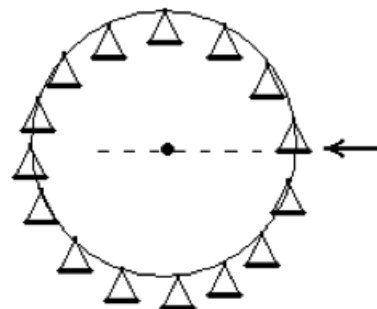
ЗАДАЧА 5. (Всеросс., 2016, ШЭ, 10) Известно, что благодаря антикрыльям вес болида Формулы-1 при скорости $v = 216$ км/ч в 6 раз превышает силу тяжести. Определите, чему равен минимальный радиус поворота R , по которому способен проехать такой болид на данной скорости. Коэффициент трения между покрышками и поверхностью трассы равен $\mu = 0,8$. Ускорение свободного падения считайте равным $g = 10$ м/с².

н 9L = \frac{6v^2g}{2^{\alpha}} = \mathcal{U}

ЗАДАЧА 6. («Курчатов», 2014, 10) На виниловый диск, вращающийся со скоростью $n = 45$ оборотов в минуту, кладут монетку. Если монетку положить на расстоянии $r = 10$ см от центра диска или ближе, она будет покоиться относительно диска. Если же расстояние от монетки до центра будет больше, она начнёт скользить. Найдите коэффициент трения μ между монеткой и поверхностью диска. Ускорение свободного падения $g = 9,8$ м/с².

$$\frac{6}{\pi n} = \mu r = r$$

ЗАДАЧА 7. (Всеросс., 2018, ШЭ, 11) Колесо обозрения радиусом $R = 60$ м вращается с постоянной угловой скоростью в вертикальной плоскости, совершая полный оборот за время $T = 2$ мин. В момент, когда пол одной из кабинок находится на уровне центра колеса (показано стрелкой), пассажир этой кабинки положил на пол плоский предмет. При каком минимальном коэффициенте трения между предметом и полом предмет не начнёт скользить в тот же момент? Зависит ли ответ от того, в какую сторону вращается колесо? Размеры кабинок можно считать намного меньшими радиуса колеса.



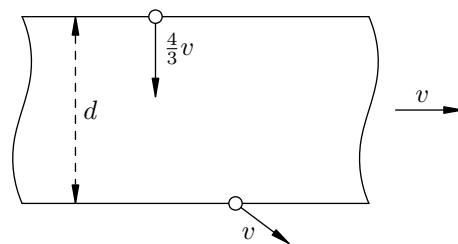
$$\frac{2\pi R}{T} \approx \frac{gR}{v^2} = \mu$$

ЗАДАЧА 8. (Всеросс., 2019, МЭ, 10) Горизонтальная лента конвейера движется относительно земли с постоянной скоростью u . На ленте лежит брусок, который вначале неподвижен относительно этой ленты. Коэффициент трения между бруском и лентой равен μ . На пути бруска находится неподвижная относительно земли вертикальная стенка (см. рисунок). Достигнув стенки, брусок соударяется с ней абсолютно упруго. После первого удара брусок отскакивает назад, но через некоторое время вновь достигает стенки. Далее удары о стенку повторяются с некоторым интервалом времени T . Найдите этот интервал. Ускорение свободного падения g известно.



$$\frac{6\pi}{n} = L$$

Задача 9. (МФТИ, 2004) На горизонтальной поверхности стола протягивают с постоянной скоростью v тонкую ленту шириной d . На ленту въезжает скользящая по столу монета, имея скорость $4v/3$, направленную перпендикулярно к краю ленты (см. рисунок). Монета скользит по ленте и покидает её со скоростью v (относительно стола) под неравным нулю углом к краю ленты.

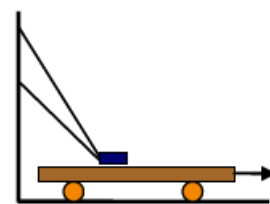


1) Найти скорость монеты (по модулю) относительно ленты в начале движения по ленте.

2) Найти коэффициент трения скольжения между лентой и монетой.

$$\frac{v}{v_0} = \mu \left(\frac{v}{v_0} + \frac{v}{v_0} \right) = \mu \left(\frac{v}{v_0} + \frac{v}{v_0} \right)$$

Задача 10. («Покори Воробьёвы горы!», 2017, 10–11) Небольшой груз массы m лежит неподвижно на горизонтальной платформе, которую вытягивают из-под него. Его удерживают на месте два отрезка одной лёгкой нерастяжимой нити (см. рисунок). Найти силы натяжения обоих отрезков. Вторые концы отрезков нити закреплены на стене таким образом, что при нахождении груза на платформе они натягиваются одновременно, составляя при этом с горизонталью углы 60° и 45° . Коэффициент трения между грузом и платформой $\mu = 0,5$. Ускорение свободного падения g .



$$\frac{mg}{\cos 60^\circ} = T_1, \quad \frac{mg}{\cos 45^\circ} = T_2$$

Задача 11. (Всеросс., 2011, РЭ, 9) Девятиклассник стоит на границе газона и обледеневшего участка дороги шириной L . Трение между обувью мальчика и дорогой практически отсутствует. Он решил сначала отбежать назад, а затем, разогнавшись, преодолеть скользкий участок по инерции. Коэффициент трения между обувью и газоном равен μ . Ускорение свободного падения равно g .

1) Какое наименьшее время T_1 потребуется мальчику, чтобы отбежать от дороги и вновь вернуться к границе обледеневшего участка, разогнавшись до скорости v_0 ?

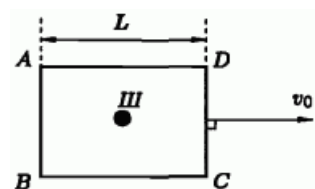
2) Какое наименьшее время T от момента начала движения понадобится ему для преодоления всего скользкого участка?

$$\left(\frac{v_0}{g} + \mu \right) \frac{v_0}{g} = T_1, \quad \left(\frac{v_0}{g} + \mu \right) \frac{v_0}{g} = T$$

Задача 12. (Всеросс., 2001, ОЭ, 9) Тело, движущееся по горизонтальной поверхности, за промежуток времени t_1 прошло путь s_1 . Какой путь s_2 оно может пройти за последующий промежуток времени t_2 ? Коэффициент трения скольжения тела о поверхность равен μ .

$$v = \mu g t_1, \quad \frac{s_1}{t_1} = \mu g \left(\frac{t_1}{2} - \frac{t_1}{2} \right) = \mu g \left(\frac{t_1}{2} - \frac{t_1}{2} \right) \frac{v}{g} = \mu s_1 = \mu s_1$$

ЗАДАЧА 13. (Всеросс., 2003, ОЭ, 9) На горизонтальной поверхности лежит прямоугольная рамка, у которой короткие стенки отстоят друг от друга на расстояние L . Внутри рамки покоится маленькая шайба III. Рамку начинают двигать по поверхности с постоянной скоростью v_0 (рис.). Определите интервал времени между двумя последовательными столкновениями шайбы с задней стенкой AB рамки. Коэффициент трения между шайбой III и горизонтальной поверхностью равен μ , а удар шайбы о стенки рамки считайте абсолютно упругим.



$$\left. \begin{aligned} & \text{Третье: } \mu v_0 < \frac{g}{2} \text{ и т.д.} \\ & \text{Четвертое: } \mu v_0 > \frac{g}{2} \text{ и т.д.} \end{aligned} \right\} \left(\frac{g}{2v_0} - 1 \sqrt{1 - \frac{g}{2v_0}} \right) \frac{v_0}{g} = \Delta t$$

ЗАДАЧА 14. (МОШ, 2012, 10) На горизонтальном столе лежит деревянный брусок. Коэффициент трения между поверхностью стола и бруском $\mu = 0,1$. Если приложить к бруску силу, направленную вверх под углом $\alpha = 30^\circ$ к горизонту, то брусок будет двигаться по столу с ускорением $a = 0,18 \text{ м/с}^2$. Под каким углом β надо приложить к бруску такую же по модулю силу, чтобы брусок двигался по столу равномерно? Ответ округлите до целых градусов. Ускорение свободного падения $g = 10 \text{ м/с}^2$.

$$\beta \approx 45^\circ; \mu g \approx 1 \text{ м/с}^2; \frac{(v_0 + a) \sin \alpha + g \cos \alpha}{v_0 \sin \alpha + g \cos \alpha} \approx 1,18 \text{ и т.д.} = g$$

ЗАДАЧА 15. (МОШ, 2009, 10) Горизонтальная платформа, на которую положили без начальной скорости груз массой m , совершает f раз в секунду такие колебания: сначала она движется вправо с постоянным ускорением a , потом мгновенно останавливается и возвращается в начальное положение с постоянным ускорением $a/2$. Коэффициент трения между грузом и платформой равен $\mu < 1$, ускорение $a \gg g$, частота $f \gg 1$ Гц. В каком направлении и по какому закону будет двигаться груз, и будет ли он вообще двигаться? Считать, что скорость движения груза всегда много меньше максимальной скорости движения платформы.

$$\mu g \left(\frac{2}{a} - \frac{1}{2a} \right) = v_{\text{среднее}} \text{ и т.д.}$$

ЗАДАЧА 16. (МОШ, 2014, 11) Подходящий к станции поезд движется со скоростью $v = 36 \text{ км/ч}$. Один из пассажиров поставил чемодан на пол длинного коридора вагона. Но тут поезд начал тормозить, двигаясь до полной остановки равнозамедленно с ускорением, равным по модулю $a = 2 \text{ м/с}^2$. Чемодан при этом стал скользить по полу и прошёл до своей полной остановки путь $s = 12 \text{ м}$ относительно вагона. Определите коэффициент трения между чемоданом и полом, а также модуль максимальной скорости, которую имел чемодан относительно вагона.

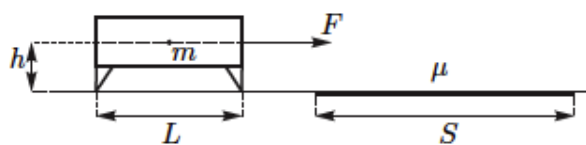
$$\frac{v^2}{2as} + \frac{v^2}{2as} = v_{\text{max}}^2; 0,135 \approx \frac{(36)^2}{2 \cdot 2 \cdot 12} = \mu$$

Задача 17. (МОШ, 2008, 11) Явление застоя заключается в том, что максимальная сила трения покоя при контакте двух тел немного больше, чем сила трения скольжения. Для изучения этого явления провели следующий опыт. К лежащему на горизонтальном столе бруску массой m прикрепили пружину жёсткостью k . Свободный конец пружины начали прямолинейно, равномерно и очень медленно перемещать, удаляя его от бруска. В этом опыте брусок двигался скачками, перемещаясь на протяжении одного скачка все время в одном направлении на расстояние s . Найдите максимальную силу трения покоя F между столом и бруском. Коэффициент трения скольжения бруска о стол μ не зависит от скорости. Ускорение свободного падения равно g .

$$\frac{c}{sq} + 6\omega t = J$$

[Овчинкин] → 2.27.

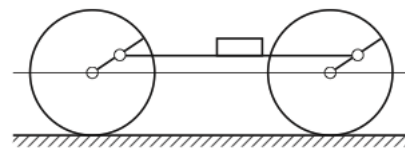
Задача 18. (Всеросс., 2016, финал, 9) Скамейку, имеющую массу m и длину L , перемещают горизонтальной силой F (неизвестной и не обязательно постоянной величины) с постоянной скоростью по гладкой горизонтальной поверхности через шероховатую область шириной S ($S > L$). Сила F приложена на уровне центра тяжести на высоте h над поверхностью (см. рисунок). Коэффициент трения между опорами скамейки и шероховатой областью равен μ . Полагая, что опоры не отрываются от горизонтальной поверхности, определите работу силы F при перемещении скамейки через шероховатую область. При каком соотношении параметров L , μ и h возможно такое движение?



Скамейку считайте однородной, а её опоры лёгкими.

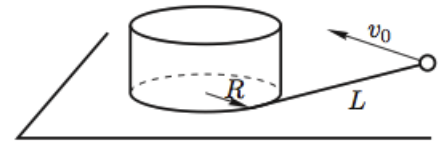
$$q\tau z < T : \left(\frac{z^4 z'' - z' T}{T z^4 z''} + S \right) 6\omega t = \nu$$

Задача 19. (Всеросс., 2004, финал, 10) Ведущие колёса паровоза соединены реечной передачей, одно звено которой представляет собой плоскую горизонтальную штангу, шарнирно прикреплённую к спицам соседних колёс на расстоянии от оси, равном половине радиуса R колеса (рис.). При осмотре паровоза механик поставил на эту штангу ящик с инструментами и по рассеянности забыл его там. Паровоз трогается с места и начинает медленно набирать скорость. При какой скорости v_1 паровоза ящик начнёт проскальзывать относительно штанги? При какой скорости v_2 паровоза ящик начнет подпрыгивать? Коэффициент трения между ящиком и штангой равен μ . Числовой расчёт проведите для значений $R = 1$ м, $\mu = 0,5$.



$$c/m \cdot 4 \cdot 4 = \mu g R \wedge = z_a \cdot c/m \cdot 0,3 \approx \frac{z^{n+1} \wedge}{z^{n+1} \wedge} \sqrt{\frac{2mgR}{z}} = \tau a$$

ЗАДАЧА 20. (Всеросс., 2006, финал, 11) Круглый вертикальный цилиндр радиусом R прикреплен к горизонтальной плоскости (рис.). Внизу с боковой поверхностью цилиндра соединена нерастяжимая нить длиной L , направленная по касательной к поверхности цилиндра. На другом конце нити закреплена маленькая шайба. Шайбе сообщают горизонтальную скорость v_0 , направленную перпендикулярно нити, и шайба начинает скользить по плоскости.



1) Сколько времени будет продолжаться движение шайбы (наматывание нити на цилиндр) в отсутствие трения?

2) Сколько времени будет продолжаться движение шайбы при наличии трения между шайбой и плоскостью? Коэффициент трения равен μ .

$$\left. \begin{array}{l} \frac{v}{b\pi} \wedge T > 0 \text{ и } \mu < \mu_0 \\ \frac{v}{b\pi} \wedge T \leq 0 \text{ и } \mu < \mu_0 \end{array} \right\} \left(\frac{v}{\tau T b \pi} - 1 \wedge - 1 \right) \left. \begin{array}{l} \frac{b\pi}{v_0} \\ \frac{b\pi}{v_0} \end{array} \right\} = \tau \wedge \left(\tau : \frac{v_0 \alpha \tau}{\tau T} = \tau \wedge (1$$

[Овчинкин] → 2.77, 2.78.

Брусок на доске

[Овчинкин] → 2.18, 2.19, 2.20.

ЗАДАЧА 21. На гладкой горизонтальной поверхности лежит доска массы M , а на доске покоится брусок массы m . Какую горизонтальную силу нужно приложить

а) к доске;

б) к бруску,

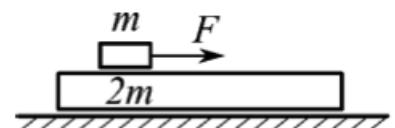
чтобы брусок соскользнул с неё? Коэффициент трения между бруском и доской равен μ .

$$\left(\frac{M}{m} + 1 \right) b \mu m l \leq F \quad (g : b(\mu + M) m l \leq F \quad (e$$

ЗАДАЧА 22. («Физтех», 2015, 10–11) На гладкой горизонтальной поверхности стола находится доска массой 5 кг. На доске находится брусок массой 0,2 кг. Коэффициент трения между бруском и доской равен 0,25. К бруску прикладывают горизонтальную силу 0,7 Н. Найдите ускорение доски. Принять $g = 10 \text{ м/с}^2$.

$$\tau^2 / m \quad 1'0$$

ЗАДАЧА 23. («Физтех», 2018, 9) На гладкой горизонтальной поверхности расположена доска массой $2m$, на которой лежит брусок массой m . Коэффициент трения между бруском и доской μ .

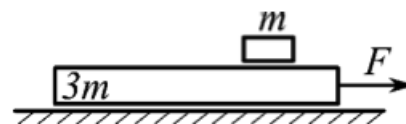


1) Какую минимальную горизонтальную силу $F_{\text{мин}}$ надо приложить к бруску, чтобы он начал двигаться относительно доски?

2) За какое время брусок переместится относительно доски на расстояние L , если к нему приложить силу $F > F_{\text{мин}}$?

$$\frac{b \mu m l g - F \tau}{\tau \mu m} \wedge = \tau \wedge (\tau : b \mu m l \tau = \text{мин } F \quad (1$$

ЗАДАЧА 24. («Физтех», 2018, 9) На гладкой горизонтальной поверхности расположена доска массой $3m$, на которой лежит брусок массой m . Коэффициент трения между бруском и доской μ .

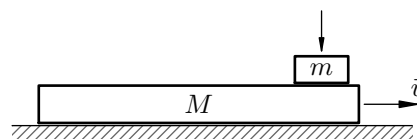


1) Какую минимальную горизонтальную силу F_{\min} надо приложить к доске, чтобы относительно неё начал двигаться брусок?

2) За какое время брусок переместится относительно доски на расстояние L , если к доске приложить силу $F > F_{\min}$?

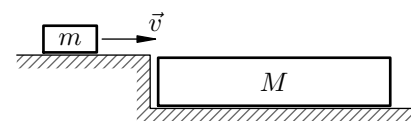
$$\frac{6\mu m g - F}{7 m g} \sqrt{L} = \sqrt{2} \mu m g = \mu m g \quad (1)$$

ЗАДАЧА 25. (МФТИ, 1993) На длинную доску массой M , скользящую по гладкой горизонтальной поверхности стола со скоростью v , кладут с нулевой скоростью относительно стола шайбу массы m (см. рисунок). Какое расстояние пройдёт шайба по доске к моменту, когда её скорость относительно доски станет равной нулю? Коэффициент трения между шайбой и доской равен μ .



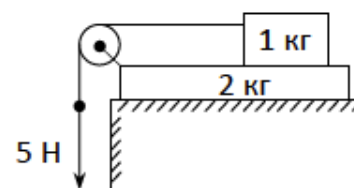
$$\frac{6(\mu + \mu v) m g}{2^2 M v} = s$$

ЗАДАЧА 26. (МФТИ, 1993) На горизонтальной гладкой поверхности стола покоится доска массой M (см. рисунок). На доску со скоростью v въезжает шайба массы m . Какой должна быть длина доски, чтобы шайба не соскользнула с неё? Коэффициент трения скольжения между шайбой и доской равен μ , размер шайбы мал по сравнению с длиной доски.



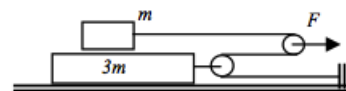
$$\frac{6(\mu + \mu v) m g}{2^2 M v} < L$$

ЗАДАЧА 27. (Всеросс., 2017, МЭ, 10) На столе лежит доска массой $m_1 = 2$ кг, а на доске находится брусок массой $m_2 = 1$ кг. К бруску привязана лёгкая нить, второй конец которой перекинут через идеальный блок, закреплённый на краю доски. Коэффициенты трения между доской и столом и между бруском и доской одинаковы и равны $\mu = 0,1$. Участок нити между бруском и блоком горизонтален. С какими по модулю ускорениями начнут двигаться брусок и доска, если к вертикальному участку нити приложить направленную вниз силу $F = 5$ Н? Ускорение свободного падения можно считать равным $g = 10$ м/с².



$$\frac{2 m}{5 m} = 2 \mu \mu g = 0,25 \mu g = 0,25 \mu g (m_1 + 2 m_2) = 1 \mu$$

ЗАДАЧА 28. (Всеросс., 2018, МЭ, 11) Систему грузов, имеющих массы m и $3m$, тянут с помощью подвижного блока по гладкой горизонтальной поверхности. При каких значениях силы F грузы не будут проскальзывать друг по другу, если коэффициент трения между ними μ ? Массами блоков и нити можно пренебречь. Нить нерастяжима.

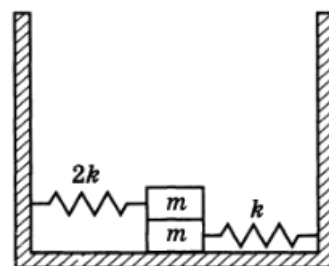


$$\text{блукт} \geq \mu$$

ЗАДАЧА 29. (Всеросс., 2004, ОЭ, 9) С противоположных концов однородного изначально неподвижного бруска длиной L , лежащего на гладкой горизонтальной поверхности, навстречу друг другу пустили две маленькие шайбы. Массы шайб $m_1 = m$ и $m_2 = 2m$, их начальные скорости $v_1 = v_0$ и $v_2 = 2v_0$, коэффициенты трения скольжения между бруском и шайбами одинаковы. Шайбы столкнулись на середине бруска через время $\tau = 0,4L/v_0$, имея при этом ненулевые скорости относительно бруска. Найдите массу бруска M и коэффициент трения скольжения k шайб по бруску. Ускорение свободного падения равно g . Будет ли задача иметь решение, если $\tau = 0,2L/v_0$? $\tau = L/v_0$? Ответ обоснуйте.

$$\text{лэн динэпэд } 0\alpha/\tau = \perp \text{ и } 0\alpha/\tau\tau'0 = \perp \text{ иди} : \frac{\tau}{m} = \mu v \cdot \frac{\tau^2 g}{0v_0^2} = \mu$$

ЗАДАЧА 30. (Всеросс., 1992, ОЭ, 10) Определите максимальную амплитуду гармонических колебаний системы из двух брусков и двух невесомых пружин, изображённой на рисунке. Жёсткость правой пружины $k = 10$ Н/м, жёсткость левой $2k = 20$ Н/м, масса каждого бруска $m = 100$ г, коэффициент трения между брусками $\mu = 0,5$. В положении равновесия правая пружина растянута на длину $\Delta x_{01} = 2$ см. Трения между нижним бруском и опорой нет.

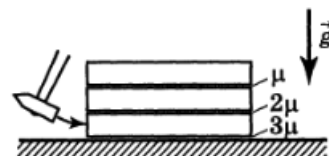


$$\text{мс } g = (10x \nabla - \frac{y}{\text{динт}}) \tau = \mu$$

ЗАДАЧА 31. (Всеросс., 1996, ОЭ, 10) На горизонтальной поверхности лежит длинная доска, а на ней — брусок такой же массы. Коэффициент трения скольжения между бруском и доской, равный μ_1 , в три раза превышает коэффициент трения μ_2 между доской и горизонтальной плоскостью. Бруску сообщили вдоль доски горизонтальную скорость v_0 . Известно время τ , за которое движение доски относительно поверхности прекратится. Найдите μ_1 и μ_2 в предположении, что брусок не соскальзывает с доски.

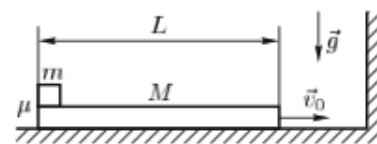
$$\frac{\perp \text{бт} \tau}{0\alpha} = \tau \tau : \frac{\perp \text{бт} \tau}{0\alpha \mu} = \tau \tau$$

ЗАДАЧА 32. (Всеросс., 1995, ОЭ, 10) На столе один на другом лежат три одинаковых длинных бруска. Их поверхности обработаны так, что коэффициенты трения скольжения между ними равны соответственно μ , 2μ и 3μ (рис.). По нижнему бруску ударяют молотком. Направление удара горизонтально. Найдите время, через которое система вернётся в состояние покоя. Известно, что после удара по верхнему бруску, сообщившему ему ту же скорость v_0 , что и скорость нижнего бруска в результате удара по нему, система вернулась в состояние покоя через время $t_0 = 3$ с.



$$\text{о } \tau'0 = \frac{9}{\tau} = \tau$$

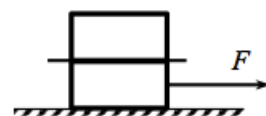
ЗАДАЧА 33. (Всеросс., 2010, РЭ, 10) Доска массы M и длины L скользит с некоторой скоростью v_0 по гладкой горизонтальной поверхности. На левом краю доски лежит кубик массы m . Коэффициент трения скольжения между кубиком и доской равен μ .



Доска испытывает абсолютно упругий удар о вертикальную стенку (см. рисунок). При какой максимальной скорости доски $v_0 = v_{\max}$ кубик с неё не упадёт? Размерами кубика по сравнению с L пренебречь. В процессе всего движения кубик не опрокидывается.

$$\left(\frac{M}{m} + 1\right) \mu g \frac{L}{v_0} \leq g$$

ЗАДАЧА 34. (МОШ, 2018, 10) На гладком столе лежат два тела массой m каждое, между которыми находится лёгкий лист бумаги. Коэффициент трения между верхним бруском и листом равен μ , между нижним бруском и листом — 3μ . С какими ускорениями начнут двигаться тела, если к нижнему приложить горизонтальную силу F ?



$$\text{Если } F \leq 2\mu mg, \text{ то } a_1 = a_2 = \frac{F}{2m}; \text{ если } F > 2\mu mg, \text{ то } a_1 = \mu g, a_2 = 3\mu g$$

ЗАДАЧА 35. (МОШ, 2006, 10) На гладком горизонтальном столе находится тележка массой $M = 3$ кг. На её поверхность положили лист бумаги массой $m_0 = 5$ г, а на него — груз массой $m = 1$ кг. Коэффициент трения между бумагой и каждым из тел равен $\mu = 0,7$. Лист бумаги начинают тянуть в горизонтальном направлении с силой F . Считая, что $g = 10$ м/с², определите значения F , при которых:

- груз будет неподвижен относительно листа;
- тележка будет неподвижна относительно листа.

Найдите ускорение листа для случаев $F = 3$ Н и $F = 10$ Н.

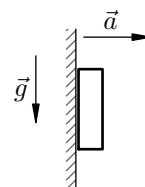
$$F < \mu m g \rightarrow \text{тележка неподвижна, } a = \frac{F}{m_0 + m}; \mu m g < F < \mu (m_0 + m) g \rightarrow \text{тележка движется, } a = \mu g$$

ЗАДАЧА 36. («Росатом», 2015, 9–10) На горизонтальной доске лежит мел. Коэффициент трения между доской и мелом $k = 0,3$. Доске резко сообщают горизонтальную скорость $v_0 = 5$ м/с, а через время $\tau = 1$ с резко останавливают. Найти длину следа мела на доске. Считать, что при скольжении по доске мел оставляет след; если мел движется по уже оставленному следу, длина следа не увеличивается.

$$l = \frac{v_0 \tau}{k} - \frac{v_0^2}{2k g}$$

Трение о вертикальную поверхность

ЗАДАЧА 37. Вертикально расположенная доска разгоняется с горизонтальным ускорением a и толкает перед собой брусок. При какой величине a брусок не будет падать вниз? Коэффициент трения между бруском и доской равен μ .



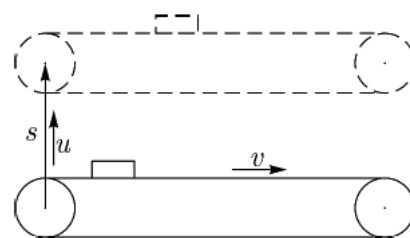
$$\frac{a}{g} < \mu$$

ЗАДАЧА 38. (Всеросс., 2017, ШЭ, 11) На фотографии показана роторная карусель, представляющая собой цилиндрический барабан, вращающийся вокруг вертикальной оси с частотой $\nu = 33$ оборота в минуту. Люди, которые первоначально стоят прислонившись спинами к внутренней вертикальной стенке барабана, движутся с центростремительным ускорением $3g$ ($g = 10 \text{ м/с}^2$). В результате этого они «прилипают» к стенке барабана. Для пущего эффекта в некоторый момент пол автоматически опускается. Считая людей достаточно худыми, оцените радиус барабана этой карусели, а также минимальный коэффициент трения между людьми и стенкой барабана карусели, достаточный для того, чтобы люди не скользили вниз.



$$R = \frac{v^2}{3g} \approx 2,5 \text{ м}; \mu = \frac{3}{4}$$

ЗАДАЧА 39. (Всеросс., 2016, РЭ, 10) По шероховатому горизонтальному полу движется лежащий на боку ленточный транспортёр так, что плоскость ленты вертикальна. Скорость ленты транспортёра равна v . Транспортёр перемещается по полу с постоянной скоростью u перпендикулярно основным участкам его ленты. За некоторое время транспортёр сместился на расстояние s . Его новое положение показано на рисунке. Транспортёр толкает по полу брусок, имеющий форму прямоугольного параллелепипеда. На рисунке дан вид сверху на эту систему.



Пренебрегая прогибом ленты и считая движение бруска установившимся, найдите смещение бруска за время s/u .

Определите работу по перемещению бруска, совершаемую транспортёром за это время.

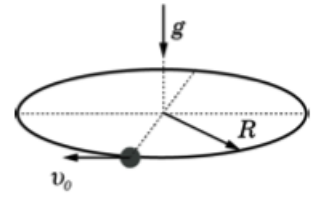
Коэффициент трения между бруском и полом равен μ_1 , а между бруском и лентой — μ_2 . Масса бруска равна m .

$$A = \frac{m v^2}{2} + \mu_1 m g s + \mu_2 m g s \frac{v}{u} = \frac{m v^2}{2} + \mu_1 m g s + \mu_2 m g s \frac{v}{u}$$

[Овчинкин] → 2.43.

Трение о спицу

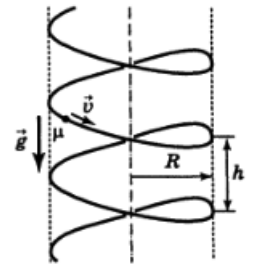
ЗАДАЧА 40. (Всеросс., 2019, РЭ, 10) На тонкое проволочное кольцо радиусом R свободно надета бусинка массой m . Кольцо неподвижно и расположено горизонтально в поле тяжести g . Коэффициент трения скольжения между бусинкой и кольцом равен μ . В начальный момент времени бусинка движется со скоростью v_0 .



1. Найдите модуль силы трения, действующей на бусинку, в начальный момент времени.
2. Найдите модуль полного ускорения бусинки в этот же момент.
3. Запишите выражение, позволяющее с погрешностью не более 2% найти путь бусинки за время, в течение которого ее скорость уменьшилась на 1%.

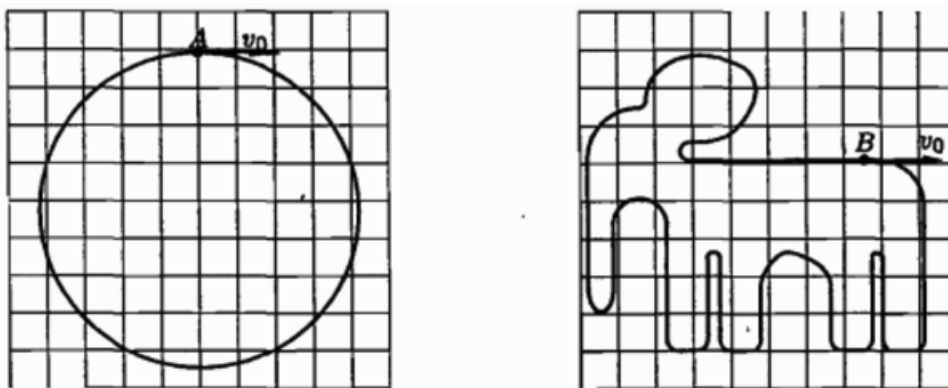
$$\frac{\frac{v_0}{v} + \frac{g}{v^2} \int v dt}{\frac{v_0}{v}} = s : \frac{g}{v^2} (\frac{v}{v_0} + 1) + \frac{g}{v^2} \int v dt = v : \frac{g}{v^2} + \frac{g}{v^2} \int v dt = f$$

ЗАДАЧА 41. (Всеросс., 1999, ОЭ, 10) Длинная проволока навита в спираль радиуса R с шагом h (рис.); ось спирали расположена вертикально. По спирали скользит бусинка; коэффициент трения между проволокой и бусинкой равен μ . Найдите установившуюся скорость v_0 движения бусинки.



$$\frac{g}{v} > \mu \text{ или } \left(1 + \frac{g}{v} \right) \left(\frac{v}{v_0} - \frac{g}{v} \right) \int v dt = a$$

ЗАДАЧА 42. (Всеросс., 2004, ОЭ, 11) 1) Проволока изогнута в форме окружности (рис. слева) и зафиксирована. Вдоль неё может двигаться маленькая бусинка. На бусинку действуют силы только со стороны проволоки. Вдоль прямой проволоки бусинка движется равномерно, а при движении по криволинейному участку возникает сила трения скольжения с коэффициентом $\mu = 0,05$. В начальный момент бусинка находилась в точке A и имела скорость $v_0 = 1$ м/с. Найдите скорость v_1 бусинки, когда она в первый раз снова окажется в исходной точке.



2) Пусть теперь проволока имеет форму плоской замкнутой кривой (рис. справа). Найдите в этом случае скорость v_2 бусинки, когда она в первый раз снова окажется в исходной точке B . Ответы требуется представлять в аналитическом и численном видах.

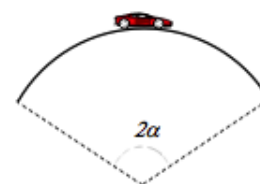
$$\frac{v_1}{v_0} = \frac{1 - \mu g R}{1 + \mu g R} = \frac{1 - 0,05 \cdot 10 \cdot 1}{1 + 0,05 \cdot 10 \cdot 1} = \frac{1 - 0,5}{1 + 0,5} = \frac{0,5}{1,5} = \frac{1}{3}$$

Трение в различных ситуациях

ЗАДАЧА 43. («Росатом», 2011, 9) В нижней точке сферической ямы радиуса $R = 5$ м находится маленькое тело. Ему ударом сообщают горизонтальную скорость $v = 5$ м/с. Его полное ускорение сразу после начала движения оказалось равным $a = 8$ м/с². Определите коэффициент трения μ .

$$\mu \approx \frac{v^2 + gR}{\sqrt{v^2 - gR}} = \frac{25 + 50}{\sqrt{25 - 50}} = \frac{75}{\sqrt{-25}} = \frac{75}{5i} = 15i$$

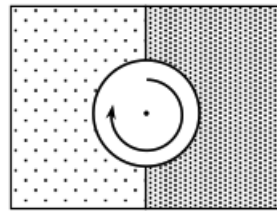
ЗАДАЧА 44. («Росатом», 2011, 10) Автомобиль движется с постоянной скоростью v по выпуклому мосту, представляющему собой дугу окружности угловой величиной 2α . Радиус кривизны моста равен R . При каком коэффициенте трения между колёсами и мостом возможно такое движение?



$$\text{Если } \cos \alpha > \frac{v^2}{gR}, \text{ то } \mu < \frac{gR}{v^2} \sin \alpha - \frac{v^2}{gR} \cos \alpha; \text{ если } \cos \alpha \leq \frac{v^2}{gR}, \text{ то движение невозможно при любом } \mu$$

[Овчинкин] \rightarrow 2.56, 2.57, 2.83, 2.84, 4.62.

Задача 45. («Росатом», 2019, 11) Однородный диск раскрутили вокруг его оси до угловой скорости ω и положили на границу раздела двух горизонтальных полуплоскостей так, что его центр оказался точно на границе (см. рисунок; вид сверху). Коэффициент трения между диском и одной полуплоскостью k , между диском и другой полуплоскостью $2k$. Найти ускорение центра диска сразу после того, как он оказался на поверхности.



$$\frac{v}{R\omega} = v$$