

Равноускоренное движение

Движение с постоянным (как по модулю, так и по направлению) ускорением описывается следующими зависимостями скорости и координаты от времени:

$$v = v_0 + at, \quad (1)$$

$$x = x_0 + v_0t + \frac{at^2}{2}. \quad (2)$$

Важно понимать, что v , v_0 и a — это *проекции* векторов скорости, начальной скорости и ускорения на выбранную ось x ; они могут быть как положительными, так и отрицательными. Величина $s = x - x_0$ есть *проекция* вектора перемещения на ось x ; из (2) имеем тогда

$$s = v_0t + \frac{at^2}{2}. \quad (3)$$

ЗАДАЧА 1. («Росатом», 2011, 8) Автобус проехал мимо остановки, двигаясь со скоростью 2 м/с. Пассажир в течение 4 секунд стоял и ругался, а потом побежал догонять автобус. Начальная скорость пассажира равна 1 м/с. Ускорение его постоянно и равно 0,2 м/с². Через какое время после начала движения пассажир догонит автобус?

$$t = 5 + \sqrt{15} \text{ с}$$

ЗАДАЧА 2. («Курчатов», 2018, 8) Два школьника создали модели электромобилей с одинаковыми двигателями и пустили их по трассе. Первый электромобиль, двигаясь из состояния покоя, проехал расстояние L за время τ , второй электромобиль проехал расстояние $2L$, за время 2τ , также покоившись до начала движения. Найдите отношение масс электромобилей, если известно, что каждый из них всё время увеличивал свою скорость равномерно.

$$\frac{m_1}{m_2} = 2$$

ЗАДАЧА 3. Тело, имея некоторую начальную скорость, движется равноускоренно. За время t тело прошло путь s , причём его скорость увеличилась в n раз. Найти ускорение тела.

$$a = \frac{v^2}{s} \left(\frac{n^2 - 1}{2n} \right)$$

ЗАДАЧА 4. (Всеросс., 2017, ШЭ, 9) Автомобиль, движущийся по прямому шоссе со скоростью $v_0 = 72$ км/ч, начиная обгон, разгоняется с постоянным ускорением. Найдите модуль скорости автомобиля через время $t = 10$ с разгона, если за последние две секунды движения он прошёл путь $s = 58$ м. Определите также модуль ускорения a автомобиля.

$$v = 100 \text{ км/ч}; a = 2 \text{ м/с}^2$$

ЗАДАЧА 5. (Всеросс., 2019, ШЭ, 10) Автомобиль, едущий по шоссе с постоянной скоростью 54 км/ч, проезжает мимо второго автомобиля, стоящего на соседней полосе. В этот момент второй автомобиль трогается с места и начинает ехать за первым, двигаясь с постоянным ускорением 5 м/с². За какое время второй автомобиль догонит первый? Какую скорость он будет иметь в момент, когда поравняется с первым? Автомобили считать материальными точками.

$$t = 9 \text{ с}; v = 90 \text{ км/ч}$$

ЗАДАЧА 6. (Всеросс., 2018, МЭ, 9) Электричка без начальной скорости с постоянным ускорением начинает заезжать в тоннель, имеющий длину L . Машинист в головном вагоне заметил, что он проехал тоннель за время $t = 38$ с. Сколько времени находился в тоннеле кондуктор, сидящий в конце последнего вагона, если длина электрички $4L$, а ускорение не меняется до выезда кондуктора из тоннеля?

$$t_6 \approx t \left(\sqrt{2} - \frac{1}{2} \right) = 1$$

ЗАДАЧА 7. (МОШ, 2017, 9) Автомобиль трогается с места и разгоняется с некоторым постоянным ускорением a_1 . По достижении скорости $v = 72$ км/ч автомобиль начинает тормозить с некоторым постоянным ускорением a_2 до полной остановки. Найти путь, пройденный автомобилем, если суммарное время разгона и торможения $\tau = 10$ с.

$$v \tau \sqrt{2} = a_1 \frac{\tau^2}{2} = s$$

ЗАДАЧА 8. («Росатом», 2015, 9) Автомобиль начинает двигаться из состояния покоя и за десятую секунду проходит путь $s = 10$ м. Найдите величину ускорения автомобиля.

$$\frac{2s}{t^2} = a$$

ЗАДАЧА 9. («Росатом», 2017, 9) Два тела, расстояние между которыми l , начинают двигаться одновременно в одном направлении: первое — из состояния покоя равноускоренно с ускорением a , второе, догоняющее первое, — равномерно со скоростью v . При каком минимальном значении v второе тело догонит первое?

$$v \geq \sqrt{2al}$$

ЗАДАЧА 10. («Росатом», 2012, 9) На железнодорожной платформе у начала шестого вагона покоящегося поезда стоял пассажир. Поезд тронулся с места и далее двигался равноускоренно. При этом оказалось, что десятый вагон поезда проезжал мимо пассажира в течение времени τ . В течение какого времени будет проезжать мимо пассажира тринадцатый вагон? Вагоны поезда перенумерованы по порядку с начала поезда и имеют одинаковую длину. Пассажир неподвижен.

$$\frac{v\tau + a\tau^2}{2} = 3l$$

ЗАДАЧА 11. («Росатом», 2011, 11) Тело, двигаясь равноускоренно из состояния покоя, прошло расстояние s за время τ . Какую скорость имело тело в тот момент, когда оно прошло третью часть этого расстояния?

$$\frac{2s}{3\tau} = v$$

ЗАДАЧА 12. Исключив время t из соотношений (1) и (3), получите формулу

$$s = \frac{v^2 - v_0^2}{2a}$$

ЗАДАЧА 13. Тело, разгоняясь с постоянным ускорением, изменяет свою скорость от v_1 до v_2 . Найдите среднюю скорость тела за это время.

$$\frac{v_1 + v_2}{2} = v_{\text{ср}}$$

ЗАДАЧА 14. («Физтех», 2012, 9–10) Имевшая начальную скорость $v_0 = 3$ м/с точка остановилась в результате равноускоренного торможения. Найдите её скорость v на половине пути.

$$\frac{v}{v_0} \approx \frac{v_0}{2} = a$$

ЗАДАЧА 15. Тело, имея начальную скорость v_0 , двигалось равноускоренно и приобрело, пройдя некоторое расстояние, скорость v . Какова была скорость тела на половине этого расстояния?

$$\frac{v}{v_0 + \frac{v_0}{2}} = n$$

ЗАДАЧА 16. (МФТИ, 2006) Электричка тормозит с постоянным ускорением до полной остановки. Тормозной путь составил 50 м, а скорость на середине тормозного пути была 10 м/с. Сколько времени продолжалось торможение?

$$\frac{L}{v} \approx \frac{v_0}{2} = t$$

ЗАДАЧА 17. (МФТИ, 2006) Автобус тормозит с постоянным ускорением 1 м/с² до полной остановки. Определите тормозной путь, если его вторая половина была пройдена за 5 с.

$$v_0^2 = 2as = s$$

ЗАДАЧА 18. («Росатом», 2017, 11) Тело движется с постоянным ускорением a из некоторой точки. Известно, что начальная скорость тела не равна нулю, и когда тело прошло путь S после начала движения, его скорость увеличилась в 2 раза по величине по сравнению с начальной скоростью, но стала ей противоположной. Через какое время после этого скорость тела возрастет ещё в 2 раза?

$$\frac{v_0}{S} = a$$

ЗАДАЧА 19. («Росатом», 2013, 11) Товарный поезд, двигаясь с постоянным ускорением, въезжает в туннель со скоростью v_0 . Известно, что первый вагон пробыл в туннеле в два раза дольше, чем последний. Какую скорость имел поезд в тот момент, когда целиком выехал из туннеля, если известно, что его длина равна длине туннеля? Длиной вагона по сравнению с длиной всего поезда пренебречь.

$$v_0 = aL$$

Задача 20. (МОШ, 2015, 9) Школьница Варвара изучает равноускоренное движение бруска по наклонной плоскости вдоль оси x . С помощью специальных датчиков она исследует, в какие моменты времени t от начала движения передняя грань бруска проходит через точки с различными координатами x . Результаты измерений Варвара внесла в таблицу.

x , см	10	20	30	40
t , с	0,26	0,37	0,45	0,52

Погрешность измерения координаты составляет 0,1 см, точность показаний электронного секундомера 0,01 с. Брусок начинает двигаться без начальной скорости.

1) Каким может быть модуль ускорения бруска при движении по данной наклонной плоскости?

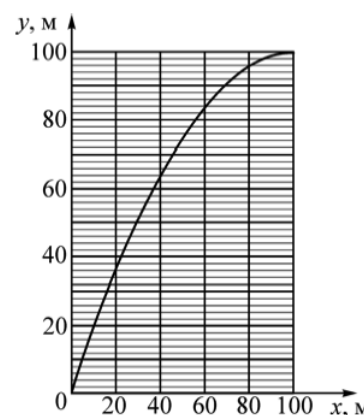
2) Какой результат можно получить при измерении координаты передней грани бруска в момент его остановки (из-за препятствия на наклонной плоскости), если секундомер в этот момент показал 0,69 с?

$$2,72 \text{ м/с}^2 \leq a \leq 3,23 \text{ м/с}^2; 64,6 \text{ см} \leq x \leq 77,2 \text{ см}$$

Задача 21. (МОШ, 2016, 9) У вертикально стартующей ракеты есть два двигателя. Двигатели могут включаться по очереди, но на одинаковое время. Один может сообщить ей ускорение \vec{a} относительно земли, а второй — ускорение $2\vec{a}$ относительно земли. В какой последовательности следует включать двигатели (сначала мощный, а затем сразу же слабый, или наоборот), чтобы к моменту прекращения их работы ракета переместилась на наибольшее расстояние?

Сначала мощный

Задача 22. (МОШ, 2012, 9) Лодка отплыла от берега реки, текущей со скоростью, постоянной по всей ширине реки. В системе отсчета, связанной с водой, лодка всё время двигалась перпендикулярно берегу, причём движение было равнозамедленным, с начальной скоростью 2 м/с. На рисунке изображён вид сверху на траекторию лодки в системе отсчета, связанной с берегом реки. Ось x направлена вдоль берега реки, ось y — перпендикулярно берегу. Определите скорость течения реки и модуль ускорения лодки.



$$1 \text{ м/с}; 0,02 \text{ м/с}^2$$

Задача 23. (МОШ, 2014, 10) Хоккеист Андрей находится на длинной ледяной дорожке. Он сообщает шайбе стартовую скорость u . Некоторое время шайба движется с этой скоростью. На дорожке имеется шероховатый участок длиной 1 м, после прохождения которого шайба движется с меньшей скоростью v . Андрей обнаружил, что при $u = 2,83$ м/с конечная скорость $v = 2$ м/с.

А) Шайбу запустили со скоростью 5,29 м/с. Какую скорость она будет иметь после прохождения двух шероховатых участков длиной 1 м? Ответ представьте в м/с и округлите до сотых.

В) Шайбу запустили со скоростью 4,9 м/с. Какую скорость она будет иметь после прохождения шероховатого участка длиной 3 м? Ответ представьте в м/с и округлите до сотых.

С) Шайбу запустили со скоростью 5,66 м/с, она попала на длинный шероховатый участок дорожки. Сколько метров пройдёт шайба до остановки? Ответ округлите до целых.

А) 4,47; В) 3,46; С) 8

ЗАДАЧА 24. (Всеросс., 2016, РЭ, 9) Автомобиль, едущий со скоростью v_0 , в некоторый момент начинает движение с таким постоянным ускорением, что за время τ пройденный им путь s оказывается минимальным. Определите этот путь s .

$$a\tau^2 (1 - \frac{v_0}{a\tau}) = s$$

ЗАДАЧА 25. (МОШ, 2018, 11) Электрон движется прямолинейно в области с электрическим полем в течение времени τ . Половину этого времени он движется с постоянным ускорением, а оставшееся время движется с таким же по модулю, но противоположным по знаку ускорением. Определите, какой минимальный путь может пройти электрон за всё время движения, если вначале он имел скорость v .

$$a\tau^2 (1 - \frac{v}{a\tau}) = \text{мин} s$$

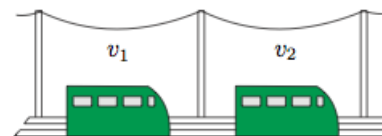
ЗАДАЧА 26. (Всеросс., 2018, РЭ, 9) По прямому участку дороги с одинаковой скоростью v друг за другом едут две машины, одна из которых при торможении может двигаться с предельным ускорением a_1 , а другая — с a_2 . Если с постоянным ускорением до полной остановки начинает тормозить водитель передней машины, то водитель задней реагирует и нажимает на педаль тормоза не сразу, а с задержкой $\tau = 0,3$ с. В зависимости от того, какая из машин едет впереди, безопасные дистанции, исключающие столкновение между ними, оказываются равными $L_1 = 6$ м или $L_2 = 9$ м. Определите, с какой скоростью едут машины. Оцените разность ускорений Δa машин, если известно, что сами ускорения примерно равны 5 м/с^2 .

$$\frac{v^2}{a_1} - \frac{v^2}{a_2} = \frac{v^2(a_2 - a_1)}{a_1 a_2} = v^2 \frac{a_2 - a_1}{a_1 a_2} = \frac{v^2}{a_1 a_2} \Delta a = a$$

ЗАДАЧА 27. (Всеросс., 2005, финал, 9) Поезд метро проходит расстояние S между станциями, разгоняясь с ускорением a до середины перегона и тормозя с таким же по модулю ускорением на второй половине пути. В какой момент времени τ от начала движения средняя скорость \bar{v} поезда на пройденном участке пути максимальна? Найдите это максимальное значение \bar{v}_{max} и расстояние l от начала пути, на котором оно достигается.

$$(1 - \frac{a\tau}{v}) S = l : (\frac{a\tau}{v} - \tau) S = \text{max} \bar{v} = \frac{v}{2} \Rightarrow \tau = \frac{v}{2a}$$

ЗАДАЧА 28. (Всеросс., 2015, финал, 9) Машинист настроил бортовой компьютер электрички так, чтобы он показывал среднюю скорость v на участке, пройденном между соседними опорами, поддерживающими контактный провод. Расстояния между любыми двумя соседними опорами одинаковы. Электричка отправляется с платформы «Новодачная» и разгоняется с постоянным ускорением. Через некоторое время машинист увидел, что компьютер показывает скорость $v_1 = 20$ км/ч. На следующем участке скорость оказалась $v_2 = 30$ км/ч. Какой была мгновенная скорость u электрички на границе между первым и вторым участками?



$$\frac{v_1}{a} + \frac{l}{v_1} = \frac{v_2}{a} + \frac{l}{v_2} = t \Rightarrow \frac{v_1 + \frac{a l}{v_1}}{a} = \frac{v_2 + \frac{a l}{v_2}}{a} = t$$

Задача 29. (Всеросс., 2014, финал, 9) Гонимый автомобиль (болид) преодолевает контрольный прямолинейный участок трассы со средней скоростью $v_{\text{ср}}$, причём на всём этом участке он движется в одну и ту же сторону равноускоренно. Вычислите максимально и минимально возможные скорости болида (v_{max} и v_{min} соответственно) в середине контрольного участка трассы.

$$\boxed{v_{\text{max}} = 2v_{\text{ср}}, v_{\text{min}} = 0}$$

[Овчинкин] → 1.12.