

# Вычисление сопротивлений

## Содержание

1	Удельное сопротивление . . . . .	1
2	Последовательное и параллельное соединение . . . . .	1
3	Преобразование схем . . . . .	6
4	Сбалансированный мост . . . . .	7
5	Схемы с симметрией . . . . .	9
6	Помогает закон Ома . . . . .	12
7	Треугольник и звезда . . . . .	15
8	Наложение цепей. Бесконечные сетки . . . . .	16
9	Бесконечные цепочки . . . . .	18
10	Разные задачи . . . . .	20

## 1 Удельное сопротивление

ЗАДАЧА 1. («Росатом», 2011, 11) Имеются две бухты проволоки, изготовленной из одного и того же металла. Масса первой бухты равна  $m$ , второй —  $2m$ . Диаметр проволоки из первой бухты равен  $d$ , второй —  $2d$ . Найти отношение сопротивлений проволок из первой и второй бухт.

8

## 2 Последовательное и параллельное соединение

ЗАДАЧА 2. (Всеросс., 2020, ШЭ, 10) В спецификации резисторов после значения номинального сопротивления  $R$  указывают величину допуска:  $\pm n\%$ . Истинное значение сопротивления резистора может отличаться от номинального, но не более, чем на  $n$  процентов. Пусть три резистора с одинаковым номинальным сопротивлением 100 Ом имеют допуск  $\pm 10\%$ .

1. Найдите максимально возможное значение сопротивления при последовательном соединении двух таких резисторов. Ответ укажите в Ом, округлив до целого числа.
2. Найдите минимально возможное значение сопротивления при параллельном соединении двух таких резисторов. Ответ укажите в Ом, округлив до целого числа.
3. Найдите минимально возможное значение сопротивления при соединении трёх таких резисторов. Ответ укажите в Ом, округлив до целого числа.

(1) 220; (2) 45; (3) 30
-------------------------

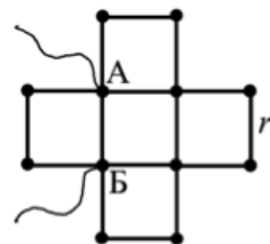
ЗАДАЧА 3. (МОШ, 2014, 9–10) Имеются 10 резисторов сопротивлением 1 кОм. Нарисуйте схему электрической цепи, сопротивление которой как можно ближе к 1,7 кОм. Укажите на рисунке два вывода цепи, которые будут подсоединяться к прибору для измерения сопротивлений. Чему равно сопротивление Вашей цепи?

$$\boxed{10 \cdot 1 \text{ кОм} = 10 \text{ кОм} \approx 1,7 \text{ кОм}}$$

ЗАДАЧА 4. («Курчатов», 2016, 8) В лаборатории есть два куска медной проволоки одинакового поперечного сечения. Сопротивление этих кусков, соединённых последовательно, в 6,25 раза больше сопротивления этих же кусков, соединённых параллельно. Найдите отношение длин этих кусков проволоки.

□

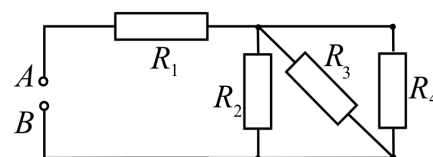
ЗАДАЧА 5. («Физтех», 2018, 9) Проводящий проволочный каркас (см. рис.), составлен из 16 одинаковых отрезков жёсткого провода. К клеммам А и Б подано напряжение  $U = 9 \text{ В}$ . При этом через подводящие провода течёт ток  $I = 1/2 \text{ А}$ .



- 1) Найти сопротивление  $R$  между клеммами А и Б.
- 2) Найти сопротивление  $r$  одного отрезка провода.

$$\boxed{R = \frac{U}{I} = \frac{9 \text{ В}}{0,5 \text{ А}} = 18 \text{ Ом}; r = \frac{R}{2} = 9 \text{ Ом}}$$

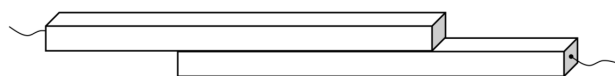
ЗАДАЧА 6. («Физтех», 2020, 9) Четыре резистора соединены как показано на рисунке. Сопротивления резисторов  $R_1 = 3r$ ,  $R_2 = R_3 = 2r$ ,  $R_4 = 4r$ . На вход АВ схемы подают напряжение  $U = 38 \text{ В}$ ,  $r = 10 \text{ Ом}$ .



1. Найдите эквивалентное сопротивление  $R_{AB}$  цепи.
2. Какой силы  $I$  ток будет течь через резистор  $R_4$ ?

$$\boxed{R_{AB} = \frac{U}{I} = \frac{38 \text{ В}}{0,2 \text{ А}} = 190 \text{ Ом}; I = \frac{U}{R_4} = \frac{38 \text{ В}}{40 \text{ Ом}} = 0,95 \text{ А}}$$

ЗАДАЧА 7. («Росатом», 2020, 9) Два очень тонких и очень длинных проводящих стержня прямоугольного сечения имеют одинаковые размеры. Удельное сопротивление материала одного стержня вдвое меньше удельного сопротивления материала второго. Стержни плотно прижимают друг к другу боковой стороной так, что прижатыми оказываются две третьих длины стержней. Стержни включаются в электрическую цепь своими непокрытыми торцами (см. рисунок). Найти сопротивление системы стержней, если сопротивление стержня с меньшим сопротивлением  $R = 10 \text{ Ом}$ .

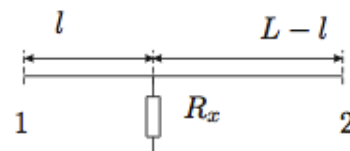


$$\boxed{R_{\text{ог}} = \frac{R}{1,3} = \frac{10 \text{ Ом}}{1,3} \approx 7,7 \text{ Ом}}$$

ЗАДАЧА 8. («Росатом», 2013, 11 и 2015, 10) Источник напряжения с нулевым внутренним сопротивлением присоединяют к двум соседним вершинам проволочной рамки в форме правильного  $n$ -угольника. Затем тот же источник присоединяют к вершинам рамки, расположенным через одну. При этом ток через источник уменьшается в  $k = 1,5$  раза. Найти число сторон  $n$ -угольника.

$$\xi = \frac{3-\sqrt{3}}{3-\sqrt{3}} = u$$

ЗАДАЧА 9. (Всеросс., 2004, 3Э, 9) В некоторой точке двухпроводной телефонной линии неизвестной длины  $L$  произошло повреждение, в результате которого между проводами появилось сопротивление утечки  $R_x$  (рис.). К обоим концам линии прибыли операторы, имеющие в своем распоряжении приборы для измерения сопротивлений (омметры). Они замерыли сопротивления линии при разомкнутых ( $R_1$  и  $R_2$ ) и закороченных ( $r_1$  и  $r_2$ ) противоположных концах линии и получили следующие значения:

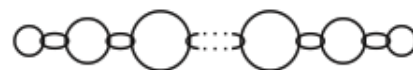


$$R_1 = 4,0 \text{ Ом}, \quad R_2 = 8,0 \text{ Ом}, \\ r_1 = 3,5 \text{ Ом}, \quad r_2 = ?$$

Из-за нарушения мобильной связи оператор на правом конце не успел передать оператору на левом конце линии, который должен был выполнить необходимые расчёты, значение сопротивления  $r_2$ . Помогите оператору на левом конце линии определить сопротивление утечки  $R_x$ , расстояние  $l$  до места повреждения, общую длину линии  $L$ , а также восстановить утраченное из-за плохой связи между операторами значение сопротивления  $r_2$ . Погонное сопротивление, то есть сопротивление единицы длины каждого проводника линии,  $\rho = 5,0 \cdot 10^{-4} \text{ Ом/м}$ .

$$R_x = 2,0 \text{ Ом}, l = 2,0 \text{ км}, L = 8,0 \text{ км}, r_2 = 7,0 \text{ Ом}$$

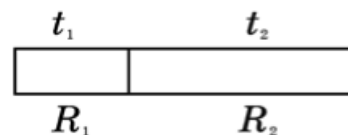
ЗАДАЧА 10. (Всеросс., 2012, РЭ, 9) Из серебряной проволоки массой  $m = 3,91 \text{ г}$  изготовили кольца разного диаметра, которые соединили в цепочку (см. рисунок). Электрическое сопротивление между концами такой цепочки  $R = 1,00 \cdot 10^{-2} \text{ Ом}$ . Вычислите длину цепочки, если известно, что плотность серебра  $d = 10,5 \text{ г/см}^3$ , а удельное сопротивление  $\rho = 1,49 \cdot 10^{-6} \text{ Ом} \cdot \text{см}$ .



Диаметр поперечного сечения проволоки много меньше диаметра самого маленького колечка. Цепочка натянута. Электрическим сопротивлением колец в месте контакта можно пренебречь.

$$L = \frac{2}{\sqrt{\frac{\rho d}{m}}} \approx 31,8 \text{ см}$$

ЗАДАЧА 11. (Всеросс., 2018, РЭ, 9) Два цилиндрических проводника разной длины, но одинакового диаметра, изготовлены из меди. Их сопротивления и температуры (в градусах Цельсия) соответственно равны  $R_1, R_2, t_1, t_2$ . Проводники соединяют плоскими гранями. Каким окажется сопротивление составного проводника после того как температуры его частей выровняются? Теплообменом с окружающей средой и тепловым расширением меди пренебречь.

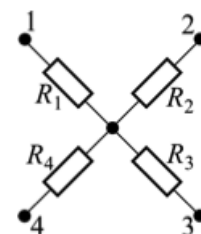


Примечание: сопротивление проводника при температуре  $t$  равно

$$R = R_0(1 + \beta(t - t_0)),$$

где  $R_0$  — сопротивление проводника при  $t_0 = 0^\circ\text{C}$ ,  $\beta$  — температурный коэффициент сопротивления, причём  $\beta t \ll 1$ .

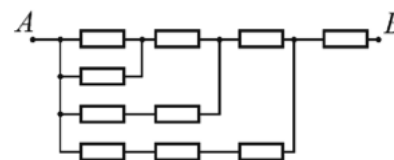
ЗАДАЧА 12. (МОШ, 2011, 9) Схема состоит из четырёх клемм и четырёх различных резисторов, которые имеют один общий вывод, а другим выводом соединены с соответствующей клеммой. Известны сопротивления между клеммами 1—2, 2—3 и 3—4: они равны  $R_{12}, R_{23}$  и  $R_{34}$ . Сопротивление между какими клеммами ещё необходимо измерить, чтобы найти номиналы всех резисторов  $R_1, R_2, R_3$  и  $R_4$ ? Чему они будут равны?



$$R_2 + R_4 = R_1 + R_3$$

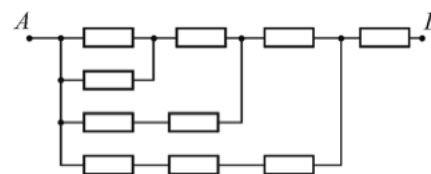
$$R_1 \rightarrow R_2 = \frac{R_{12} + R_{34} - R_{23}}{2}, R_2 \rightarrow R_3 = \frac{R_{23} + R_{34} - R_{12}}{2}, R_3 \rightarrow R_4 = \frac{R_{23} + R_{34} - R_{12}}{2}, R_4 \rightarrow R_1 = \frac{R_{12} + R_{34} - R_{23}}{2}$$

ЗАДАЧА 13. (МОШ, 2015, 9) Участок  $AB$  электрической цепи, схема которого показана на рисунке, состоит из одинаковых резисторов и проводов, сопротивление которых пренебрежимо мало. Сопротивление этого участка цепи равно  $R_1 = 730$  Ом. После того, как школьник Вася перерезал один из проводов, сопротивление участка  $AB$  стало равным  $R_2 = 1360$  Ом. В каких точках Вася мог перерезать провод? Укажите две такие точки. Ответ обоснуйте.



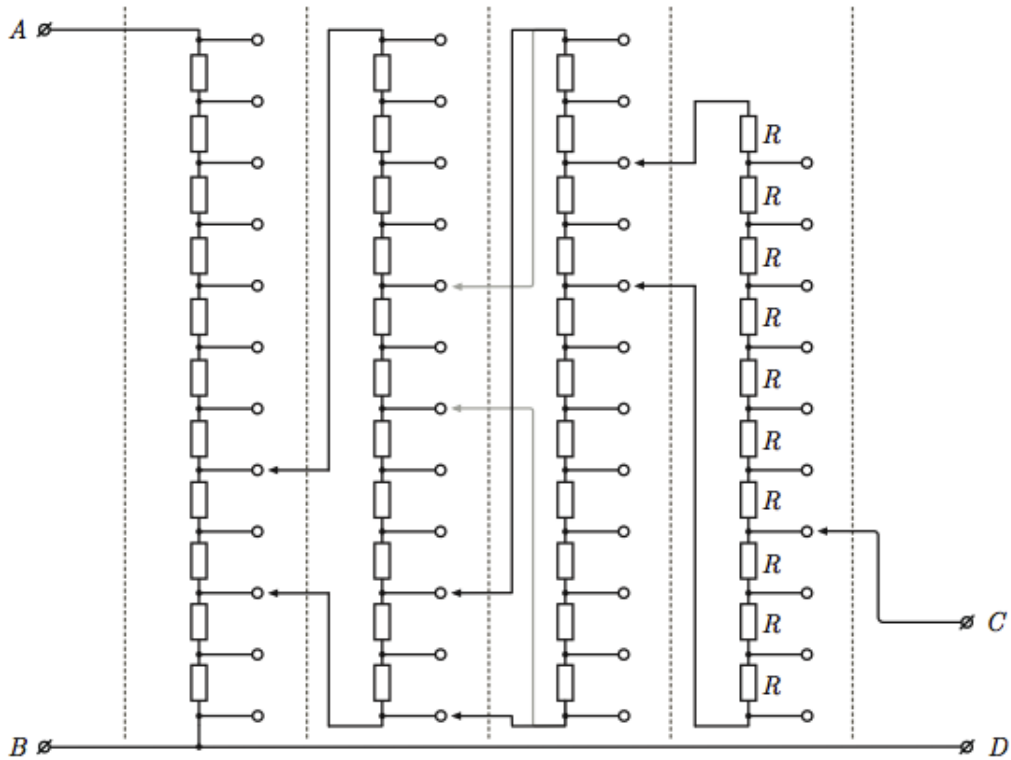
$$R_2 = 2R_1$$

ЗАДАЧА 14. (МОШ, 2015, 10–11) Участок  $AB$  электрической цепи, схема которого показана на рисунке, состоит из одинаковых резисторов и проводов, сопротивление которых пренебрежимо мало. Сопротивление этого участка цепи равно  $R_1 = 219$  Ом. После того, как школьник Вася перерезал один из проводов, сопротивление участка  $AB$  стало равным  $R_2 = 255$  Ом. В каких точках Вася мог перерезать провод? Укажите две такие точки. Ответ обоснуйте.



$$R_2 = \frac{5}{3}R_1$$

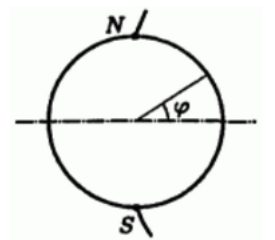
ЗАДАЧА 15. (МОШ, 2019, 9) На рис. изображена схема делителя напряжения Кельвина-Варлея.



Сопротивления резисторов одного столбца (столбцы показаны пунктиром) — одинаковые, в разных столбцах — разные сопротивления. Если на выводы  $A$  и  $B$  подать постоянное напряжение  $U_0$ , то на выводах  $C$  и  $D$  напряжение будет равно  $U_1 = \alpha U_0$ , где значение коэффициента  $\alpha$  ( $0 < \alpha < 1$ ) зависит от положения контактов, обозначенных чёрными стрелками. Изменяя положение контактов, значение коэффициента  $\alpha$  можно подобрать с точностью до одной десятичной. Между соседними контактами (во всех столбцах кроме последнего) всегда должна быть одна свободная клемма. Для положения контактов, показанного на рисунке чёрными стрелками,  $\alpha = 0,2073$ . Если изменить положение контактов во втором столбце так, как показано светло-серыми стрелками, коэффициент умножения станет равен  $\alpha = 0,2573$ . Положение контактов в первом столбце определяет цифру в разряде десятых в значении коэффициента  $\alpha$ , во втором — цифру в разряде сотых и так далее. Считая известным сопротивление  $R$  резисторов в последнем столбце, определите сопротивления резисторов в остальных столбцах. При каком положении контактов коэффициент  $\alpha$  будет равен  $\alpha_0 = 0,2019$ ?

См. конспект

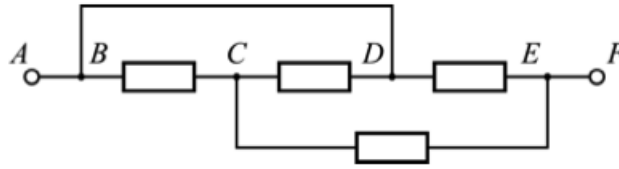
ЗАДАЧА 16. (Всеросс., 2002, ОЭ, 10) Тонкостенная проводящая сфера, радиус которой равен радиусу Земли  $R$ , имеет толщину стенок  $h = 1$  мм (рис.). Определите сопротивление  $r$  сферы между её полюсами  $N$  и  $S$ . Удельное сопротивление материала сферы зависит от географической широты  $\varphi$  по закону  $\rho(\varphi) = \rho_0 \cos \varphi$ , где  $\rho_0 = 0,2$  Ом·см.



$$\rho_0 = 0,2 \text{ Ом} \cdot \text{см}$$

### 3 Преобразование схем

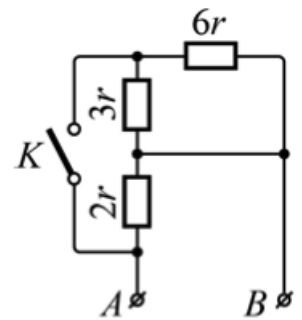
ЗАДАЧА 17. («Курчатов», 2017, 8–9) Найдите сопротивление между точками  $A$  и  $F$  участка цепи, схема которого показана на рисунке. Все резисторы имеют одинаковое сопротивление  $R = 120$  кОм, сопротивлением соединительных проводов можно пренебречь.



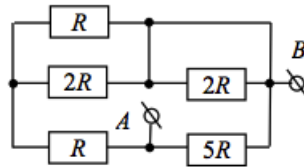
$$R_{AF} = 72 \text{ кОм} = \frac{5}{8} R = \frac{5}{8} \cdot 120 \text{ кОм}$$

ЗАДАЧА 18. (Всеросс., 2019, ШЭ, 9) Определите общее сопротивление  $R_{AB}$  электрической цепи, схема которой изображена на рисунке, при замкнутом и разомкнутом ключе  $K$ . Считайте сопротивление  $r$  известным.

При замкнутом  $K$  —  $2r$ , при разомкнутом  $K$  —  $7r$

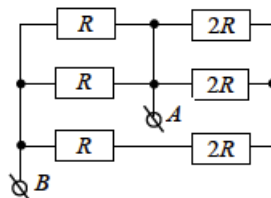


ЗАДАЧА 19. (МОШ, 2017, 9) Определите эквивалентное сопротивление участка цепи между контактами  $A$  и  $B$ , если  $R = 4$  кОм.



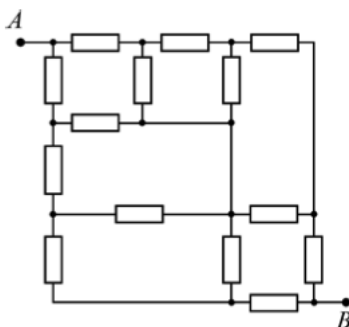
$$R_x = 5 \text{ кОм} = \frac{5}{4} R = \frac{5}{4} \cdot 4 \text{ кОм}$$

ЗАДАЧА 20. (МОШ, 2017, 10) Определите эквивалентное сопротивление участка цепи между контактами  $A$  и  $B$ , если  $R = 18$  кОм.



$$R_x = 8 \text{ кОм} = \frac{6}{4} R = \frac{6}{4} \cdot 18 \text{ кОм}$$

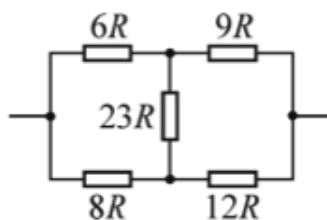
ЗАДАЧА 21. (МОШ, 2014, 10) Участок  $AB$  электрической цепи состоит из одинаковых резисторов с одинаковыми сопротивлениями  $R$ . Найдите общее сопротивление участка  $AB$ .



$$R_{AB} = \frac{3R}{2}$$

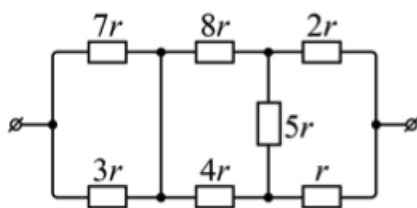
#### 4 Сбалансированный мост

ЗАДАЧА 22. («Курчатов», 2015, 8) Найдите сопротивление участка цепи, схема которого показана на рисунке, если  $R = 7$  Ом.



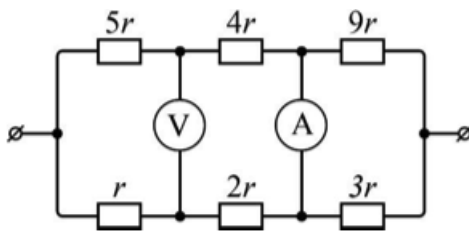
$$R_0 = \frac{7}{69} R = \frac{7}{9}$$

ЗАДАЧА 23. (Всеросс., 2019, ШЭ, 11) Определите сопротивление цепи, схема которой показана на рисунке, если  $r = 1$  Ом. Ответ выразите в Омах.



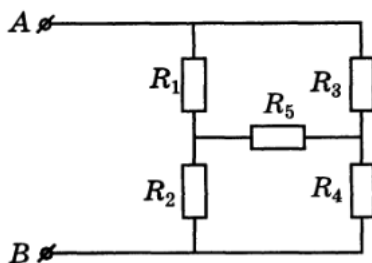
$$R = \frac{30}{169} r \approx 5,4 \text{ Ом}$$

ЗАДАЧА 24. (Всеросс., 2019, МЭ, 10) Определите показания идеальных приборов в цепи, схема которой изображена на рисунке, если на выводы цепи подано напряжение  $U = 9$  В, а  $r = 90$  Ом.



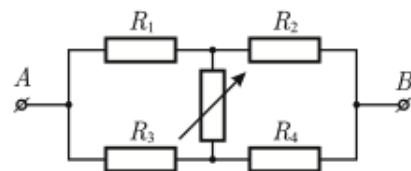
$$I = 0,1 \text{ A}$$

ЗАДАЧА 25. (Всеросс., 1997, ОЭ, 9) Найдите сопротивление цепи, изображённой на рисунке. Известно, что  $R_1 = 3$  кОм,  $R_2 = 8$  кОм,  $R_3 = 21$  кОм,  $R_4 = 56$  кОм,  $R_5 = 9,625$  кОм.



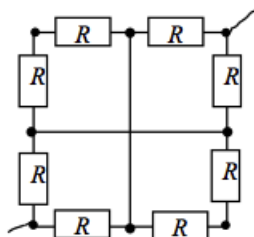
$$R_{AB} = 9,625 \text{ кОм}$$

ЗАДАЧА 26. (МОШ, 2006, 9) Электрическая цепь состоит из трёх резисторов с известными сопротивлениями  $R_1 = 20$  Ом,  $R_2 = 30$  Ом,  $R_4 = 60$  Ом, одного резистора с неизвестным сопротивлением  $R_3$  и одного переменного резистора (см. рис.) При измерении сопротивления  $R_{AB}$  между точками  $A$  и  $B$  этой электрической цепи выяснилось, что оно не зависит от сопротивления переменного резистора. Найдите величины сопротивлений неизвестного резистора  $R_3$  и всей цепи  $R_{AB}$ .



$$R_3 = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = 40 \text{ Ом}; R_{AB} = \frac{(R_1 + R_2) R_4}{R_2 + R_4} \approx 33 \text{ Ом}$$

ЗАДАЧА 27. (МОШ, 2018, 10) Определите общее сопротивление схемы, указанной на рисунке. В центре квадрата провода контакта не имеют.



$$R = 5R$$



## 5 Схемы с симметрией

ЗАДАЧА 28. («Курчатов», 2019, 8) В квадрате  $2 \times 2$  соседние узлы соединены через резисторы с сопротивлением 1 Ом. Чему равно сопротивление между противоположными углами квадрата?

МО 51

ЗАДАЧА 29. («Курчатов», 2019, 9) В квадрате  $3 \times 3$  соседние узлы соединены через резисторы с сопротивлением 1 Ом. Чему равно сопротивление между противоположными углами квадрата?

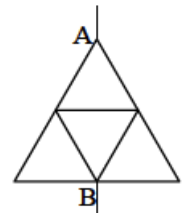
МО  $\frac{1}{18}$

ЗАДАЧА 30. Из проволоки сделан каркас куба  $ABCD A' B' C' D'$ . Сопротивление каждого ребра равно  $r$ . Найдите сопротивление куба при подключении к точкам:

- 1)  $A$  и  $C'$ ;
- 2)  $A$  и  $B$ ;
- 3)  $A$  и  $C$ .

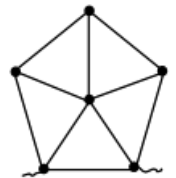
(1)  $R_{AC'} = \frac{6}{5}r$ ; (2)  $R_{AB} = \frac{2}{3}r$ ; (3)  $R_{AC} = \frac{4}{3}r$

ЗАДАЧА 31. («Росатом», 2016, 8) Электрическая цепь составлена из двух равносторонних треугольников так, как это показано на рисунке. Внутренний треугольник вдвое меньше внешнего и присоединён к серединам сторон внешнего треугольника. Найти сопротивление цепи, включённой в сеть между точками  $A$  и  $B$ . Известно, что сопротивление сторон большого треугольника равно  $r$ , сопротивление каждого проводника пропорционально его длине.



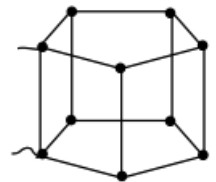
$R = \frac{12}{5}r$

ЗАДАЧА 32. (МОШ, 2019, 9) Определите эквивалентное сопротивление проволочной фигуры, показанной на рисунке, если сопротивление каждого проводника (вне зависимости от его длины) равно 11 Ом. Ответ выразите в Омах и округлите до целых.



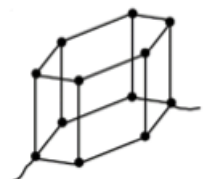
МО 9

ЗАДАЧА 33. (МОШ, 2019, 10) Определите эквивалентное сопротивление проволочной фигуры, показанной на рисунке, если сопротивление каждого проводника (вне зависимости от его длины) равно 38 Ом. Ответ выразите в Омах и округлите до целых.



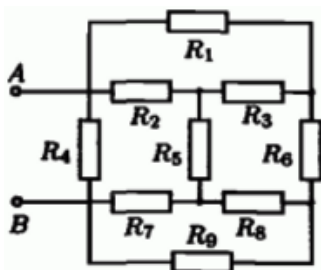
МО 22

ЗАДАЧА 34. (МОШ, 2019, 11) Определите эквивалентное сопротивление проволочной фигуры, показанной на рисунке, если сопротивление каждого проводника (вне зависимости от его длины) равно 36 Ом. Ответ выразите в Омах и округлите до целых.



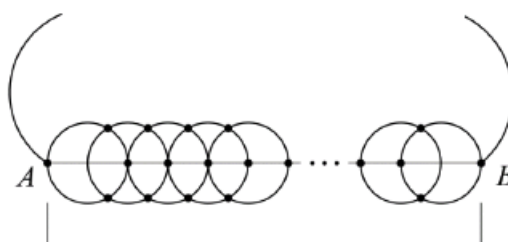
МО 37

ЗАДАЧА 35. (Всеросс., 2002, ОЭ, 9) Найдите сопротивление цепи между точками  $A$  и  $B$  (рис.). Сопротивления всех резисторов одинаковы и равны  $R = 5$  Ом.



$$R_{AB} = 3 \text{ Ом}$$

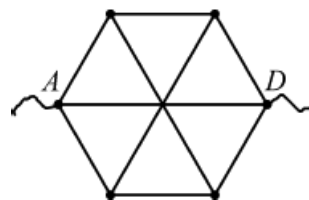
ЗАДАЧА 36. (Всеросс., 2017, РЭ, 9)  $N$  одинаковых колец соединены так, что между всеми точками их пересечения обеспечен электрический контакт (места контактов отмечены жирными точками). Центры всех колец лежат на одной прямой (рис.). Какое сопротивление  $R_{\text{Э}}$  покажет омметр, подключенный к точкам  $A$  и  $B$  этой цепи, если при подключении к диаметрально противоположным точкам уединённого кольца он показывает сопротивление  $R_0$ ? Считать  $N > 3$ .



$N$  колец

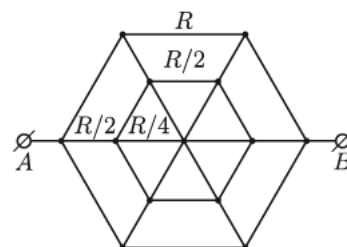
$$R_{\text{Э}} = \frac{6}{8+2N} R_0$$

ЗАДАЧА 37. (МОШ, 2017, 9) Определите сопротивление  $R_{AD}$  между точками  $A$  и  $D$  проволочной сетки, показанной на рисунке. Сопротивление каждого из проводников (вне зависимости от его длины), из которых спаяна сетка, равно  $R$ . Места спайки проводников обозначены точками. В центре сетки электрический контакт отсутствует.



$$R_{AD} = \frac{6}{5} R$$

ЗАДАЧА 38. (МОШ, 2008, 9) Найти сопротивление электрической цепи между точками  $A$  и  $B$  (см. рисунок). Сопротивление стороны большого шестиугольника равно  $R$ , сопротивление стороны малого шестиугольника равно  $R/2$ , сопротивление каждого внутреннего проводника, заключенного между шестиугольниками, равно  $R/2$ , а сопротивление каждого проводника, находящегося внутри малого шестиугольника, равно  $R/4$ .



$$R_{AB} = \frac{13}{20} R$$

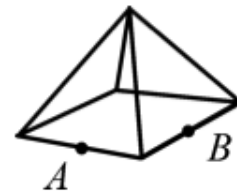
Задача 39. (МОШ, 2012, 9) Из проволоки сделали правильную треугольную пирамиду, все рёбра которой имеют одинаковую длину и сопротивление  $R$ . К серединам двух противоположных взаимно перпендикулярных рёбер подсоединили выводы  $A$  и  $B$  омметра — прибора для измерения сопротивлений. Что покажет омметр?

$$\frac{3R}{4}$$



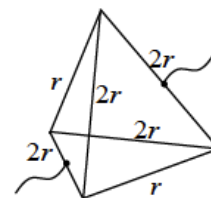
Задача 40. (МОШ, 2012, 10) Из проволоки сделали правильную четырёхугольную пирамиду, все рёбра которой имеют одинаковое сопротивление  $R$ . К серединам двух соседних (перпендикулярных) рёбер основания подсоединили выводы  $A$  и  $B$  омметра — прибора для измерения сопротивлений. Что покажет омметр?

$$\frac{5R}{3}$$

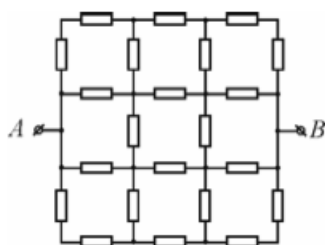


Задача 41. («Росатом», 2016, 10) Из проволоки сделали правильную пирамиду, четыре ребра которой имеют сопротивление  $r$ , а два —  $2r$  (см. рисунок). К серединам сторон, имеющих сопротивление  $2r$ , подключают источник электрического напряжения. Чему равно сопротивление пирамиды?

$$\frac{3}{4}r = R$$

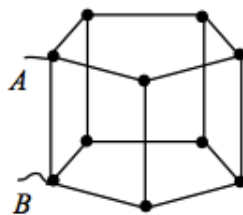


Задача 42. (МОШ, 2014, 11) В схеме, изображенной на рисунке, все резисторы одинаковые и имеют сопротивление  $R$ . Найдите сопротивление между точками  $A$  и  $B$  этой схемы.



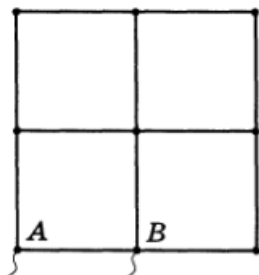
$$R^{AB} = \frac{13}{13}R$$

Задача 43. (МОШ, 2018, 11) Определите эквивалентное сопротивление проволочной сетки между узлами  $A$  и  $B$ , если сопротивление каждого проводника равно  $R$ .



$$R^{AB} = \frac{11}{16}R$$

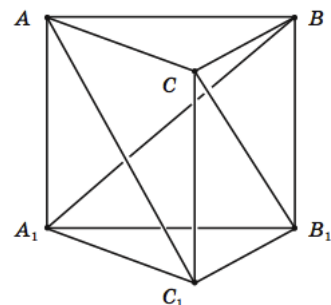
ЗАДАЧА 44. (Всеросс., 2000, ОЭ, 11) Найдите сопротивление между точками  $A$  и  $B$  проводочной сетки с квадратными ячейками (рис.). Сопротивление куска проволоки длиной, равной стороне квадрата ячейки,  $r = 2,4$  Ом.



$$R_{AB} = 1,7 \frac{r}{2} = 1,7 \cdot 1,2 = 2,04 \text{ Ом}$$

ЗАДАЧА 45. (Всеросс., 2019, ЗЭ, 9) Электрическая цепь, представляющая собой треугольную призму с диагоналями в боковых гранях (рис.), состоит из проводников с одинаковым сопротивлением  $R = 12$  Ом независимо от их длины.

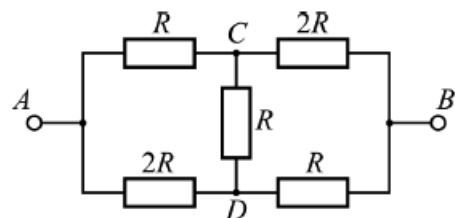
Определите сопротивление цепи между узлами: 1)  $A$  и  $A_1$ ; 2)  $C$  и  $A_1$ .



$$R_{AA_1} = \frac{1}{2}R = 6 \text{ Ом}; R_{CA_1} = \frac{1}{5}R = 2,4 \text{ Ом}; R_{AA_1} = \frac{1}{5}R = 2,4 \text{ Ом}$$

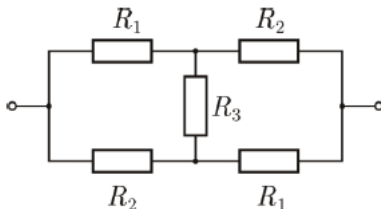
## 6 Помогает закон Ома

ЗАДАЧА 46. («Курчатов», 2017, 10) Найдите сопротивление между точками  $A$  и  $B$  участка цепи, схема которого показана на рисунке. Сопротивлением соединительных проводов можно пренебречь. Найдите силу тока на участке  $CD$ , если напряжение между точками  $A$  и  $B$  равно  $U$ .



$$R_{AB} = \frac{7}{4}R; I_{CD} = \frac{7}{4} \frac{U}{R}$$

ЗАДАЧА 47. (Всеросс., 2016, МЭ, 11) Найдите сопротивление электрической цепи, схема которой изображена на рисунке.  $R_1 = 10$  Ом,  $R_2 = 20$  Ом,  $R_3 = 30$  Ом.

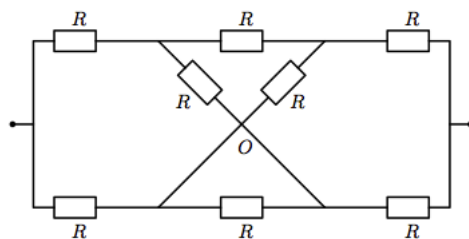


$$R = \frac{2R_1R_2 + R_1R_3 + R_2R_3}{R_1 + R_2 + 2R_3} \approx 14,4 \text{ Ом}$$

Задача 48. (МОШ, 2015, 9–10) Электрическая цепь состоит из одинаковых резисторов сопротивлением  $R = 2,8$  кОм (см. рисунок). Найдите общее сопротивление цепи в двух случаях:

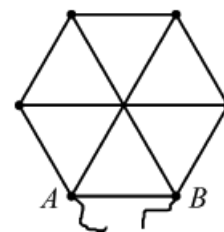
- а) в точке  $O$  соединения нет;
- б) в точке  $O$  соединение есть.

Сопротивлением соединительных проводов можно пренебречь.



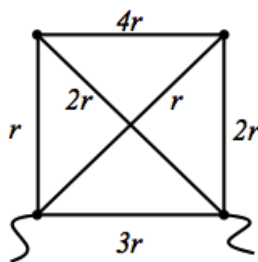
$$R_{\text{общ}} = \frac{R}{8} = \frac{2,8}{8} = 0,35 \text{ кОм} \quad \text{а)} \quad R_{\text{общ}} = \frac{R}{5} = \frac{2,8}{5} = 0,56 \text{ кОм} \quad \text{б)}$$

Задача 49. (МОШ, 2017, 10) Определите сопротивление  $R_{AB}$  между точками  $A$  и  $B$  проволочной сетки, показанной на рисунке. Сопротивление каждого из проводников (вне зависимости от его длины), из которых спаяна сетка, равно  $R$ . Места спайки проводников обозначены точками. В центре сетки электрический контакт отсутствует.



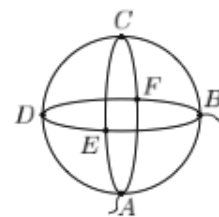
$$R_{AB} = \frac{6}{5}R$$

Задача 50. (МОШ, 2018, 11) Определите общее сопротивление схемы, указанной на рисунке. Диагонали квадрата в центре контакта не имеют.



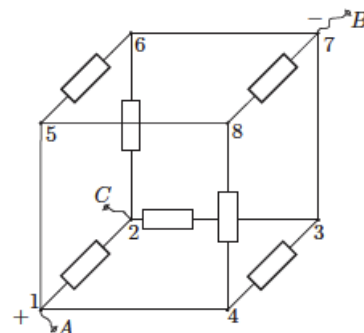
$$R = R$$

Задача 51. (Всеросс., 2010, РЭ, 10) Из трёх проволок, каждая из которых имеет сопротивление  $R = 96$  Ом, сделали три кольца и соединили их в «сферический резистор» так, что длина участка между любыми двумя ближайшими узлами одинакова (см. рисунок). Чему равно сопротивление  $R_{AB}$  конструкции между узлами  $A$  и  $B$ ?



$$R_{AB} = \frac{8}{5}R = 10 \text{ Ом}$$

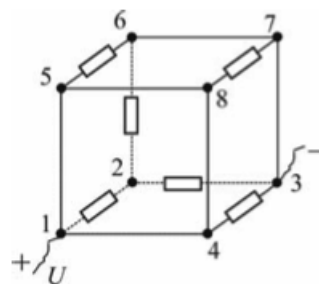
ЗАДАЧА 52. (Всеросс., 2011, 3Э, 9) В семь рёбер проволочного куба впаяны одинаковые резисторы с сопротивлением  $R$  (рис.). Сопротивление проводников в остальных рёбрах пренебрежимо малы. Между клеммами  $A$  и  $B$  приложено напряжение  $U$ .



- 1) Найдите силу тока  $I_{AB}$  и сопротивление куба  $R_{AB}$  между клеммами  $A$  и  $B$ .
- 2) Определите, в каком из рёбер куба сила тока максимальна и чему она равна.
- 3) Укажите, в каких резисторах выделяется максимальная тепловая мощность и чему она равна.
- 4) Пусть теперь напряжение  $U$  приложено между клеммами  $A$  и  $C$ . Определите силу тока  $I_{AC}$  и сопротивление  $R_{AC}$ .

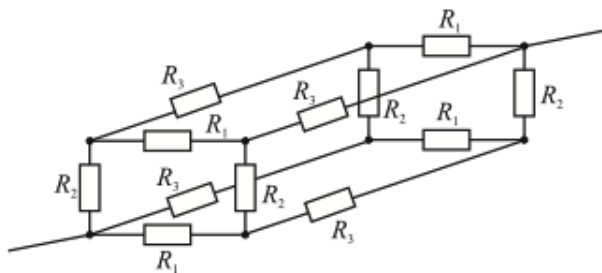
$$R_{AB} = \frac{11}{3}R; I_{AB} = \frac{2U}{11R}; P_{max} = \frac{U^2}{22R} \text{ в } 1-5; 3) \text{ в } 3-4, 5-6 \text{ и } 7-8; 4) R_{AC} = \frac{11}{5}R$$

ЗАДАЧА 53. (МОШ, 2013, 10) В шесть рёбер куба впаяны одинаковые резисторы с сопротивлениями  $R$ , как показано на рисунке. Сопротивления перемычек в остальных рёбрах одинаковы и очень малы. Источник напряжения  $U$  подключён к выводам 1 и 3 куба. Найдите токи, текущие через рёбра куба, и общее сопротивление куба.



$$R_0 = \frac{11}{3}R; \text{ токи указаны на рисунке в конце листка}$$

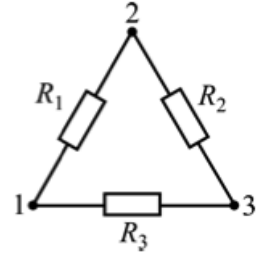
ЗАДАЧА 54. (МОШ, 2006, 10) Двенадцать резисторов спаяны в виде прямоугольного параллелепипеда таким образом, что сопротивления каждых четырёх параллельных рёбер одинаковы и равны соответственно  $R_1$ ,  $R_2$  и  $R_3$  (см. рисунок). Найдите сопротивление этой электрической цепи между точками, лежащими на пространственной диагонали параллелепипеда.



$$R = \frac{1}{\frac{1}{R_1 + R_2 + R_3} + \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}}}$$

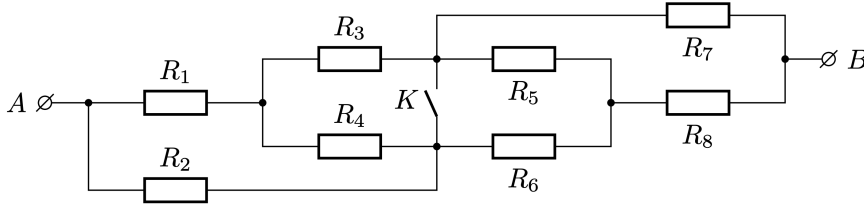
## 7 Треугольник и звезда

ЗАДАЧА 55. (МОШ, 2011, 9) Схема, состоящая из трёх резисторов и трёх клемм, соединённых по схеме «треугольник» (см. рисунок), исследуется следующим образом: две из клемм замыкаются между собой и измеряется сопротивление между двумя замкнутыми клеммами и третьей (свободной). В результате измерений получились сопротивления  $R_a, R_b, R_c$ . Найти номиналы резисторов  $R_1, R_2, R_3$ , из которых состоит схема.



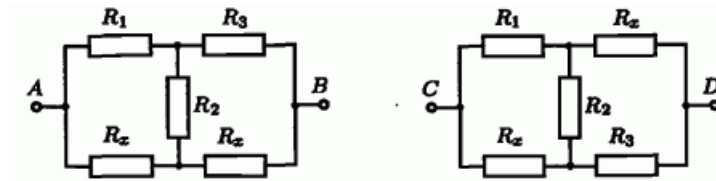
$$R_1 = \frac{2R_a R_b R_c}{R_a R_b + R_a R_c + R_b R_c}, R_2 = \frac{2R_a R_b R_c}{R_a R_b + R_a R_c + R_b R_c}, R_3 = \frac{2R_a R_b R_c}{R_a R_b + R_a R_c + R_b R_c}$$

ЗАДАЧА 56. («Максвелл», 2021, 3Э, 8) В электрической цепи, представленной на рисунке, сопротивление резисторов  $R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = R$ , а  $R_5 = R_6 = R_7 = R_8 = 2R$ . Определите сопротивление между клеммами  $A$  и  $B$  при замкнутом и разомкнутом ключе  $K$ . Определите силу тока через замкнутый ключ при подключении к клеммам  $A$  и  $B$  идеального источника с напряжением  $U$ .

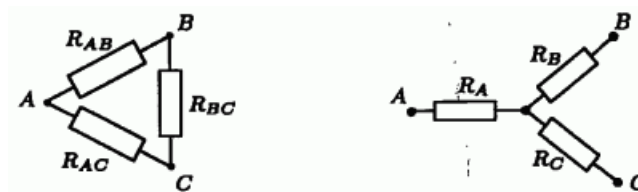


$$\frac{R}{11} = 2R; \frac{4R}{11} = I; \frac{R}{6} = 1R$$

ЗАДАЧА 57. (Всеросс., 2003, ОЭ, 9) В электрических цепях (рис.) сопротивление  $R_{AB}$  между зажимами  $A$  и  $B$  и сопротивление  $R_{CD}$  между зажимами  $C$  и  $D$  равны, а сопротивления резисторов  $R_1, R_2$  и  $R_3$  — заданы. Найдите все возможные значения сопротивления  $R_x$ . Докажите, что других решений нет.



*Примечание.* Вы можете воспользоваться тем фактом, что для всякой схемы из трёх резисторов, соединённых «треугольником» (нижний левый рисунок), существует эквивалентная схема из трёх резисторов, соединённых «звездой» (нижний правый рисунок).



$$R_x = R_1 \text{ или } R_2 = R_3$$

ЗАДАЧА 58. (МОШ, 2019, 10) Из одинаковых проволочных фигур-сердечек, показанных на рисунке ниже (каждое сердечко имеет ось симметрии) собрали три электрические цепи. Сопротивление первой цепи между выводами  $R_1 = 12$  Ом, сопротивление второй —  $R_2 = 15$  Ом. Найдите сопротивление  $R_3$  третьей цепи. Сопротивлением соединительных проводов пренебречь.



$$R_3 = 9,6 \text{ Ом}$$

ЗАДАЧА 59. (МОШ, 2011, 10) В  $N$ -полюснике (схеме с  $N$  клеммами) каждая клемма соединена с каждой другой при помощи резистора сопротивлением  $R$  (схема типа «многоугольник»). Известно, что эта схема эквивалентна схеме типа «звезда» с  $N$  клеммами, в которой  $N$  резисторов номиналом  $r$  имеют в центре общий контакт, а другим контактом соединены с соответствующей клеммой (каждый резистор соединен с одной клеммой).

Как связаны друг с другом  $R$  и  $r$ ?

$$R = Nr$$

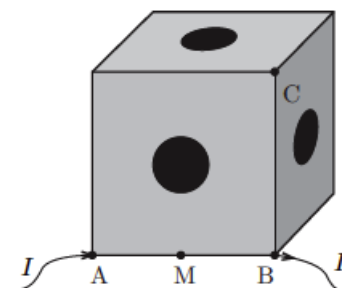
## 8 Наложение цепей. Бесконечные сетки

ЗАДАЧА 60. Дан проволочный каркас куба  $ABCD A' B' C' D'$ . Сопротивление каждого ребра равно 24 Ом. Точки подключения: 1)  $A$  и  $B$ ; 2)  $A$  и  $C$ . По внешнему проводу в обоих случаях течёт ток 1 А.

В каждом из этих случаев, принимая потенциал вершины  $B$  равным нулю, найдите потенциалы остальных вершин куба. Объясните, как получить картину потенциалов второго случая путём наложения двух картин первого случая — и, соответственно, как найти сопротивление куба во втором случае, зная его сопротивление в первом случае.

$$1) 14, 9, 9, 8, 6, 5, 5, 0 \text{ вольт}; 2) 9, 3, 0, 0, 0, 0, -3, -9 \text{ вольт}$$

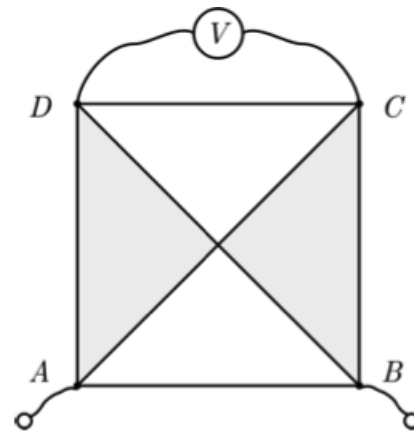
ЗАДАЧА 61. (Всеросс., 2015, финал, 11) Кубик составлен из шести одинаковых проводящих пластин с просверленными по центру одинаковыми отверстиями. В вершины кубика вставлены одинаковые маленькие хорошо проводящие шарики, к которым можно присоединять провода. Диаметры отверстий таковы, что электрическое сопротивление кубика между его соседними вершинами  $A$  и  $B$  оказалось равным  $R_{AB} = r = 32$  кОм. Если через эти вершины пропустить ток  $I = 1$  мА в направлении, указанном на рисунке, то разность потенциалов между точкой  $M$  (серединой ребра  $AB$ ) и вершиной  $C$  будет равна  $U_{MC} = \varphi_M - \varphi_C = U = 2,0$  В. Определите сопротивление  $R_{AC}$  между точками  $A$  и  $C$ . Как изменятся сопротивления  $R_{AB}$  и  $R_{AC}$ , если, не изменяя толщину пластин, увеличить их размеры и размер отверстий в 2 раза?



$$R_{AC} = \frac{r}{2} + r = 36 \text{ кОм; не изменятся}$$



ЗАДАЧА 62. (МОШ, 2018, 11) Квадратная пластина составлена из проводников двух сортов: серого и белого (см. рисунок). Удельное сопротивление белого проводника вдвое меньше, чем серого. Сопротивление пластины между вершинами  $A$  и  $B$  равно  $r_1$ . Если через эти вершины пропускать ток силой  $I$ , то идеальный вольтметр, подключенный к вершинам  $C$  и  $D$ , показывает значение напряжения  $U_1$ . После охлаждения пластины удельное сопротивление белых проводников уменьшилось вдвое, а серых — в восемь раз. Сопротивление пластины между вершинами  $A$  и  $B$  при этом стало равным  $r_2$ , а при пропускании через эти вершины прежнего тока силой  $I$  тот же вольтметр стал показывать значение  $U_2$ .



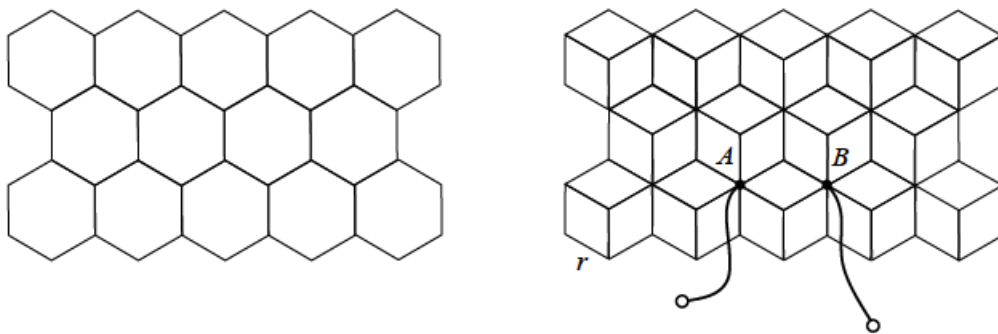
- 1) Найдите сопротивление пластины между вершинами  $B$  и  $C$  до её охлаждения.
- 2) Найдите сопротивление пластины между вершинами  $A$  и  $C$  до её охлаждения.

$$\frac{r_1}{2} + \frac{r_2}{8} = R_{BC}; R_{AC} = 4r_2 = \frac{r_1}{2}$$

ЗАДАЧА 63. Дана бесконечная проволочная сетка, составленная из а) квадратов; б) правильных треугольников; в) правильных шестиугольников. Найдите сопротивление этой сетки при подключении к концам одного звена. Сопротивление каждого звена равно  $r$ .

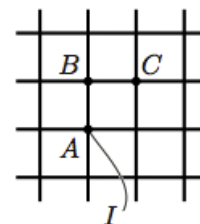
$$\frac{r}{2}; \frac{r}{3}; \frac{r}{6}; \frac{r}{2}$$

ЗАДАЧА 64. (МОШ, 2016, 11) В бесконечную проволочную сетку, состоящую из шестиугольников с сопротивлениями каждого ребра  $r$  (см. рисунок слева), добавили проводники с такими же сопротивлениями — так, как показано на рисунке справа (каждую шестиугольную ячейку разделили тремя отрезками проволоки сопротивлением  $r$  каждый на три одинаковых ромба). Найдите сопротивление между точками  $A$  и  $B$ , показанными на правом рисунке.



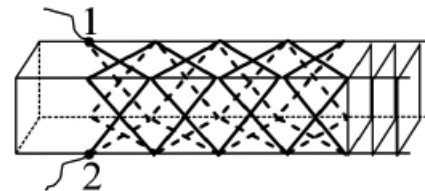
$$R_{AB} = \frac{r}{2}$$

ЗАДАЧА 65. (Всеросс., 2019, 3Э, 10) Бесконечная сетка с квадратными ячейками собрана из одинаковых резисторов. В узел  $A$  извне втекает ток  $I$  (рис.). Оцените силу тока в звене  $BC$  с погрешностью не более 10%. Докажите, что погрешность вашей оценки не превышает 10%.



$$I \left( \frac{99}{1} \pm \frac{99}{11} \right) = I_{BC}$$

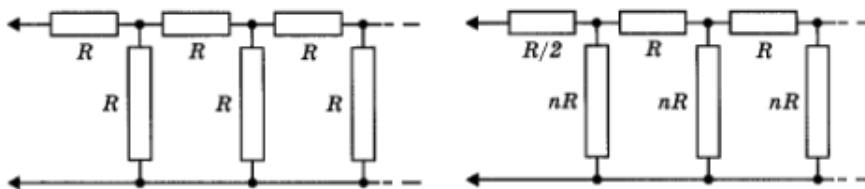
Задача 66. (МОШ, 2010, 11) На длинный (полубесконечный) деревянный брусок намотаны восемь одинаковых длинных проволок, начала которых попарно соединены, как показано на рисунке. Найдите сопротивление  $R_{12}$  между точками 1 и 2 этой бесконечной цепи в виде «чулка», надетого на брусок, если сопротивление участка провода, находящегося между двумя соседними пересечениями проволок, равно  $R$ . Во всех точках пересечения между проволоками имеется электрический контакт.



$$R_{12} = R\sqrt{2}$$

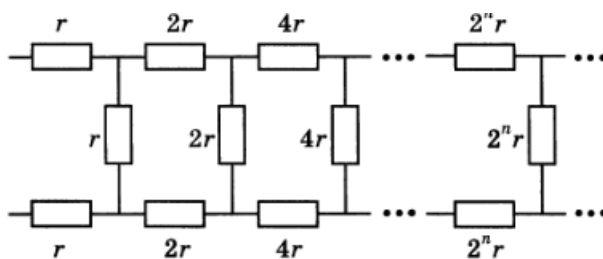
## 9 Бесконечные цепочки

Задача 67. Найдите сопротивление бесконечной цепочки, изображённой а) на левом рисунке; б) на правом рисунке.



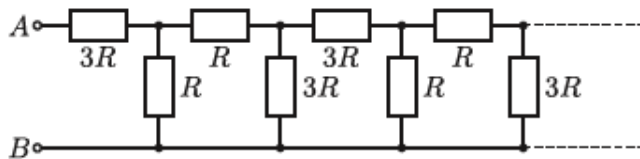
$$R = \frac{R}{2} + nR \quad \text{or} \quad R = \frac{R}{2} + nR$$

Задача 68. (Всеросс., 1995, ОЭ, 10) Найдите сопротивление цепи, состоящей из бесконечного числа ячеек. Сопротивления резисторов заданы на рисунке.



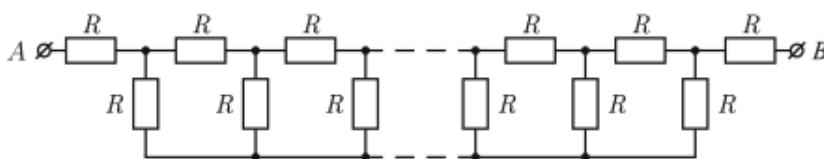
$$R = \frac{r}{1 + \sqrt{2}}$$

ЗАДАЧА 69. (МОШ, 2009, 11) Бесконечная цепочка из одинаковых звеньев состоит из резисторов сопротивлениями  $3R$  и  $R$ , соединённых, как показано на рисунке. Найти её сопротивление  $R_{AB}$  между входными контактами  $A$  и  $B$ .



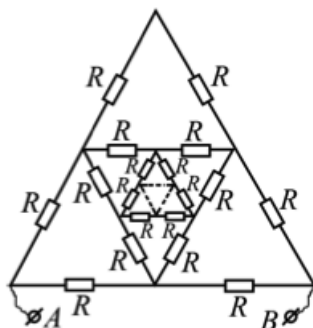
$$R \frac{01}{68 \sqrt{1+1}} = R \sqrt{1}$$

ЗАДАЧА 70. (МОШ, 2006, 11) Найти сопротивление между клеммами  $A$  и  $B$  цепи, изображённой на рисунке и состоящей из бесконечного числа одинаковых резисторов с сопротивлением  $R$ .



$$(1 + 1) R = R \sqrt{1}$$

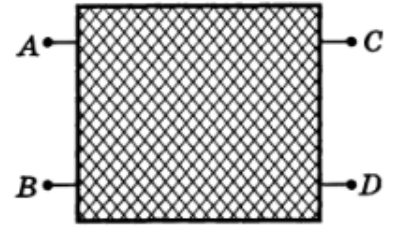
ЗАДАЧА 71. (МОШ, 2010, 10) Найдите сопротивление между клеммами  $A$  и  $B$  бесконечной цепи, схема которой изображена на рисунке. Сопротивление каждого резистора равно  $R$ .



$$R \frac{1}{2} = R \sqrt{1}$$

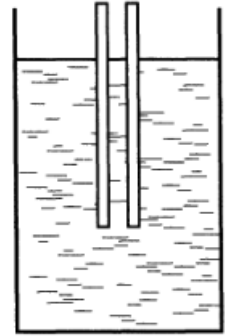
## 10 Разные задачи

ЗАДАЧА 72. (Всеросс., 2001, ОЭ, 10) В школьной лаборатории экспериментатор Глюк исследовал электрический «чёрный ящик» с четырьмя выводами (рис.). Известно, что электрическая цепь внутри ящика состоит только из резисторов. Глюк получил следующие результаты:  $R_{AB} = 27$  кОм,  $R_{AD} = 120$  кОм,  $R_{BC} = 41$  кОм,  $R_{CD} = 52$  кОм. Дома Глюк вспомнил, что он не замерил сопротивления между выводами (A, C). Определите сопротивление  $R_{AC}$ .



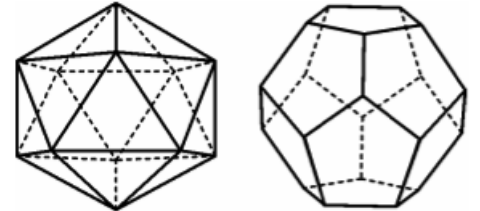
$$R_{AC} = 89 \text{ кОм}$$

ЗАДАЧА 73. (Всеросс., 1995, ЗЭ, 10) Два проводящих стержня погружены в электролит таким образом, что глубина погружения значительно превосходит расстояние между ними (рис.). Измеренное сопротивление между стержнями оказалось равным  $R$ . При погружении стержней на глубину, в два раза большую первоначальной, сопротивление становится равным  $2R/3$ . Определите, каким будет сопротивление  $r$  между стержнями, если глубину погружения стержней ещё раз удвоить. Проводимость материала стержней значительно превышает проводимость электролита.



$$r = \frac{5}{2} R$$

ЗАДАЧА 74. (МОШ, 2007, 10) Тридцать одинаковых резисторов сопротивлением  $R$  каждый соединены между собой в пространстве так, что они являются рёбрами выпуклого правильного многогранника: в случае (а) — двадцатигранника (икосаэдра); в случае (б) — двенадцатигранника (додекаэдра). Какое сопротивление будет представлять описанная выше система (а) или (б), если подключиться к паре её наиболее удалённых вершин? Сколько разных значений сопротивления можно получить в случае (а) и в случае (б), если подключаться к всевозможным парам вершин этих многогранников?

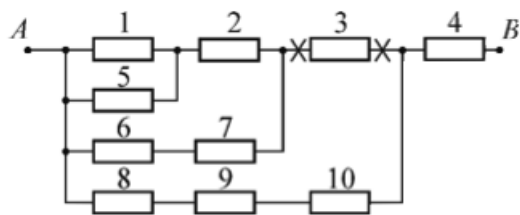


*Справка:* грани икосаэдра — 20 правильных треугольников, в каждой из 12 вершин сходятся по 5 треугольников; грани додекаэдра — 12 правильных пятиугольников, в каждой из 20 вершин сходятся по 3 пятиугольника (см. рисунки).

$$(a) R/2, 3 \text{ сопротивления}; (b) 7R/6, 5 \text{ сопротивления}$$

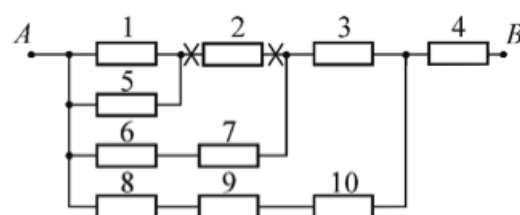
**Ответ к задаче 13**

Можно перерезать провод рядом с резистором 3 с любой стороны от него (места разрезов указаны крестиками):



**Ответ к задаче 14**

Можно перерезать провод рядом с резистором 2 с любой стороны от него (места разрезов указаны крестиками):



**Ответ к задаче 15**

Сопротивление резисторов предпоследнего столбца  $R_1 = 5R$ , сопротивление резисторов во втором столбце  $R_2 = 25R$ , сопротивление резисторов в первом столбце равно  $R_3 = 125R$ . Чтобы получить  $\alpha_0 = 0,2019$ , следует контакты в предпоследнем столбце сместить вниз на 6 клемм, а контакт в последнем столбце сместить вверх на 5 клемм относительно положения, обозначенного на рисунке чёрными стрелками. Контакты в первом и втором столбце остаются на своих местах.

**Ответ к задаче 53**

Обозначено  $I = \frac{U}{3R}$ .

