

## Массивная пружина

Во всех задачах считается, что:

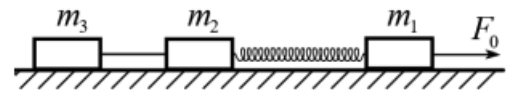
- недеформированная пружина однородна, то есть её линейная плотность постоянна;
- число витков пружины очень велико.

**ЗАДАЧА 1.** К концам пружины жёсткости  $k$ , расположенной на гладком горизонтальном столе, приложены силы  $F_1$  и  $F_2$ , направленные вдоль пружины в разные стороны. Найдите деформацию пружины.

$$\Delta l = \frac{F_1 + F_2}{k}$$

[Овчинкин]  $\rightarrow$  2.59, 2.60.

**ЗАДАЧА 2.** («Физтех», 2018, 11) На гладкой горизонтальной поверхности стола находятся три бруска, соединённые лёгкой нитью и пружиной жёсткостью  $k = 22$  Н/м (см. рис.). Масса пружины  $m = 0,2$  кг и равномерно распределена вдоль оси ненапряжённой пружины. Массы брусков  $m_1 = m$ ,  $m_2 = 2m$ ,  $m_3 = 3m$ . Под действием горизонтальной силы  $F_0 = 2,1$  Н, приложенной к бруску  $m_1$ , система движется по столу. При этом длина пружины увеличивается на 30% по сравнению с длиной ненапряжённой пружины.



- 1) Найти ускорение системы.
- 2) Найти силу  $T$  натяжения нити.
- 3) Найти длину  $L_0$  нерастянутой пружины.

$$L_0 = \frac{F_0}{k} \left( \frac{m_1}{m} + \frac{m_2}{m} + \frac{m_3}{m} \right) = \frac{2,1}{22} \left( \frac{m}{m} + \frac{2m}{m} + \frac{3m}{m} \right) = \frac{2,1}{22} \cdot 6 = 0,573 \text{ м}$$

**ЗАДАЧА 3.** Масса пружины равна  $m$ , длина —  $\ell$ , жёсткость —  $k$ . Пружину подвесили к потолку, и она удлинилась под действием собственного веса. Найдите новую длину пружины и высоту её центра масс над нижним концом.

$$l = \ell \left( 1 + \frac{m}{2k\ell} \right)$$

**ЗАДАЧА 4.** (Всеросс., 2017, финал, 11) Пружину «слинки» удерживают за верхний виток так, что её нижний виток находится на высоте  $h = 1$  м над уровнем пола, а длина самой пружины, растянутой силой собственного веса, равна  $l = 1,5$  м. Пружину отпускают. Через какое время  $\tau$  она упадёт на пол? В нерастянутом состоянии витки пружины плотно прилегают друг к другу, не оказывая при этом давления друг на друга, а длина пружины составляет  $l_0 = 6$  см. Витки тонкие. При схлопывании пружины витки между собой соударяются неупруго, и к моменту падения она успевает схлопнуться. Ответ дать с точностью 0,02 с.

$$\tau = \sqrt{\frac{2h}{g} \left( 1 + \frac{m}{k l_0} \right)}$$



При вычислении кинетической энергии колеблющейся пружины обычно делается предположение о том, что *в каждый момент времени пружина деформирована равномерно*. Разумеется, это всего лишь приближение, которое сильно упрощает вычисления<sup>1</sup>. Насчёт законности использования данного приближения смотрите книгу Курта Магнуса «[Колебания](#)» (с. 51).

[Овчинкин] → 4.52, [4.137](#); также [Vse1997Z11.1](#).

---

<sup>1</sup>Сравните с *условием квазистационарности* из листка «[Переменный ток. 1](#)»