

Фокусное расстояние линзы

ЗАДАЧА 1. Дана плосковыпуклая линза с радиусом сферической поверхности R и показателем преломления n . Рассмотрите пучок света, идущий параллельно главной оптической оси и падающий: 1) на плоскую поверхность линзы; 2) на сферическую поверхность. Покажите, что в обоих случаях фокусное расстояние линзы оказывается одинаковым и равным

$$f = \frac{R}{n - 1}.$$

Получите аналогичный результат для плосковогнутой линзы.

ЗАДАЧА 2. Дана линза с радиусами сферических поверхностей R_1, R_2 и показателем преломления n . Покажите, что её оптическая сила даётся формулой

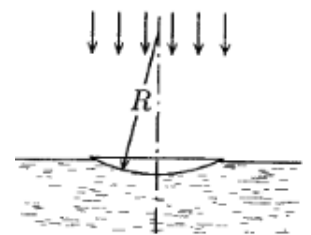
$$D = (n - 1) \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right),$$

где радиус считается положительным, если данная поверхность является выпуклой для падающего на неё *извне* пучка, и отрицательным — если вогнутой. (Оптическая сила считается положительной для собирающей линзы и отрицательной — для рассеивающей.)

ЗАДАЧА 3. Снова рассмотрим плосковыпуклую линзу с радиусом сферической поверхности R и показателем преломления n_0 . Предположим, что её плоская поверхность совпадает с границей раздела двух прозрачных сред a и b , показатели преломления которых равны n_a и n_b . Свет идёт из среды a в среду b перпендикулярно границе раздела. Найдите фокусное расстояние линзы, если она целиком находится 1) в среде b ; 2) в среде a .

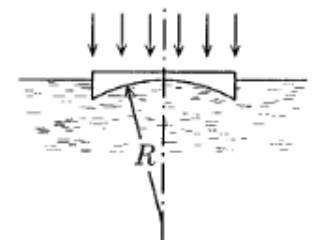
$$\frac{n_a - n_0}{n_0} = \nu f \quad \left(\text{или} \quad \frac{n_0 - n_a}{n_0} = \nu f \right)$$

ЗАДАЧА 4. (МФТИ, 2003) Тонкая плосковыпуклая линза, изготовленная из стекла с показателем преломления $n_2 = 1,66$, выпуклой стороной с радиусом кривизны $R = 12$ см притоплена в воду (см. рисунок). Показатель преломления воды $n_1 = 1,33$. На каком расстоянии от линзы и где будет находиться изображение Солнца, находящегося в зените?



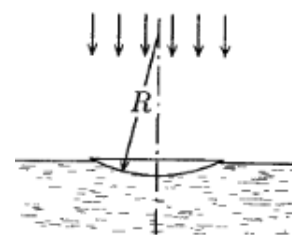
$$q = \frac{R n_1}{n_2 - n_1} = 48,4 \text{ см, в воде}$$

ЗАДАЧА 5. (МФТИ, 2003) Тонкая плосковогнутая линза, изготовленная из стекла с показателем преломления $n_2 = 1,66$, вогнутой стороной с радиусом кривизны $R = 14$ см притоплена в воду (см. рисунок). Показатель преломления воды $n_1 = 1,33$. На каком расстоянии от линзы и где будет находиться изображение Солнца, находящегося в зените?



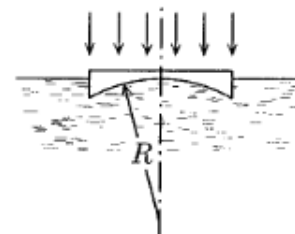
$$q = \frac{R n_1}{n_2 - n_1} = 56,9 \text{ см, в воде}$$

ЗАДАЧА 6. (МФТИ, 2003) Тонкая собирающая линза с фокусным расстоянием $F = 20$ см выпуклой стороной с радиусом кривизны $R = 15$ см притоплена в воду (см. рисунок). Показатель преломления воды $n = 1,33$. На каком расстоянии от линзы и где будет находиться изображение Солнца, находящегося в зените?



$$\frac{1}{q} - \frac{1}{p} = \frac{n-1}{R} = \frac{1}{F} \Rightarrow \frac{1}{q} = \frac{1}{F} \Rightarrow q = F = 20 \text{ см}$$

ЗАДАЧА 7. (МФТИ, 2003) Тонкая рассеивающая линза с фокусным расстоянием $F = -15$ см вогнутой стороной с радиусом кривизны $R = 10$ см притоплена в воду (см. рисунок). Показатель преломления воды $n = 1,33$. На каком расстоянии от линзы и где будет находиться изображение Солнца, находящегося в зените?

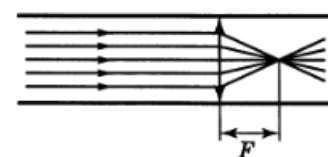


$$\frac{1}{q} - \frac{1}{p} = \frac{n-1}{R} = \frac{1}{F} \Rightarrow \frac{1}{q} = \frac{1}{F} \Rightarrow q = F = -15 \text{ см}$$

ЗАДАЧА 8. («Покори Воробьёвы горы!», 2015, 10–11) Тонкая плосковыпуклая линза немного погружена в воду своей горизонтальной плоской стороной (выпуклая поверхность линзы находится в воздухе). На линзу падает сверху узкий вертикальный пучок света, ось которого проходит точно через вершину выпуклой поверхности. Этот пучок фокусируется в воде на глубине $h = 27$ см. Оптическая сила линзы в воздухе $D = 5$ дптр. Найти показатель преломления воды.

$$n \approx D h = 1,35$$

ЗАДАЧА 9. (Всеросс., 1997, ОЭ, 10) В трубе установлена собирающая линза (рис.). Слева на неё падает параллельный пучок света, который собирается в фокусе линзы. Как изменится (увеличится, останется прежним, уменьшится) фокусное расстояние F системы линза-вода, если:



а) в левую часть трубы залить воду, а в правой оставить воздух;

б) в левой оставить воздух, а в правую залить воду?

Известно, что показатель преломления материала линзы больше показателя преломления воды ($n_l > n_v$). Рассмотрите все возможные варианты.

ЗАДАЧА 10. (Всеросс., 1994, ОЭ, 11) На сколько процентов изменится фокусное расстояние тонкой плосковыпуклой линзы при её нагреве от 0°C до 100°C , если при 0°C фокусное расстояние равно F_0 , а показатель преломления n ? Коэффициент линейного расширения материала линзы $\alpha = 25 \cdot 10^{-6}$ град $^{-1}$. Линза изготовлена из материала плотности ρ . Можно считать, что $(n - 1) \sim \rho$.

$$\frac{\Delta F}{F} = \frac{\Delta n}{n-1} = \frac{\alpha \Delta T}{\rho} \approx \frac{\alpha \Delta T}{n-1}$$

ЗАДАЧА 11. (Всеросс., 2008, ОЭ, 11) Прозрачная пластина с показателем преломления n ограничена двумя сферическими поверхностями с радиусами кривизны R и $r < R$.

1) Какой должна быть толщина пластины L , чтобы падающий на поверхность с радиусом кривизны R параксиальный пучок света преобразовывался в параллельный?

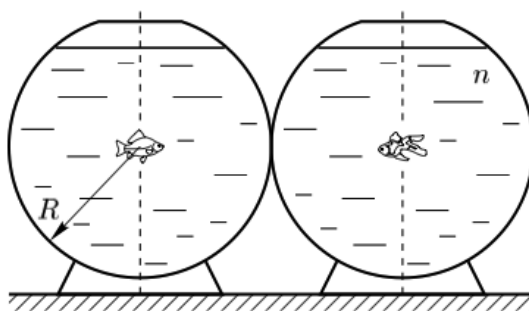
2) Во сколько раз увеличивается интенсивность пучка света (энергия, переносимая за единицу времени через единицу площади) после прохождения через пластину?

3) Какое угловое увеличение для удалённых предметов даёт пластина?

Потерями энергии пучка внутри пластины можно пренебречь.

$$\frac{L}{R} \left(\frac{n}{2} \left(\frac{1-u}{r} \right) \right) = 1 \quad (1)$$

ЗАДАЧА 12. (Всеросс., 2009, РЭ, 11) В речке поймали карася и посадили в шарообразный аквариум радиуса R , а рядом поставили точно такой же аквариум с золотой рыбкой (рис.). Карасю такая соседка показалась необычной, и он начал с интересом разглядывать её, плавая в центре аквариума. Заметив наблюдение, золотая рыбка тоже замерла в центре аквариума и стала вглядываться в своего соседа.



1) На каком расстоянии с точки зрения карася плавает золотая рыбка, если показатель преломления воды в аквариумах равен $n = 4/3$?

2) Во сколько раз видимый поперечный размер золотой рыбки отличается от её истинного размера?

3) Прямое или перевёрнутое изображение соседки видит карась?

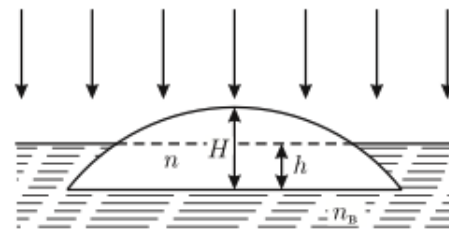
Примечание. Считайте, что размеры рыбок много меньше R .

$$1) \text{ прямое} \quad 2) = 2; \quad 3) \text{ прямое}$$

ЗАДАЧА 13. (МОШ, 2009, 11) Тонкая плосковогнутая рассеивающая линза прижата плоскостью к торцу цилиндрической трубки. В трубку вставлена плосковыпуклая собирающая линза так, что главные оптические оси линз совпадают с осью трубки, а собирающая линза обращена плоской стороной к рассеивающей. Собирающую линзу можно перемещать вдоль оси трубки. Если на первую линзу вдоль оси направить узкий параллельный пучок света, то при некотором расстоянии между линзами из системы выйдет также параллельный пучок. Если же пространство между линзами заполнено жидкостью, то для получения параллельного пучка расстояние между линзами необходимо увеличить в 1,5 раза. Найти показатель преломления жидкости.

$$n = 1.5$$

Задача 14. (МОШ, 2006, 11) В воду (показатель преломления $n_{\text{в}}$) частично погружена тонкая стеклянная плосковыпуклая линза, причём её плоская сторона горизонтальна и находится под водой, а толщина линзы равна H (см. рисунок). На эту систему вертикально падает параллельный пучок света. На глубинах l и $L > l$ в воде возникают два одинаково ярких изображения. Каковы радиус R выпуклой поверхности линзы, показатель преломления n материала линзы и глубина h её погружения в воду? Отражением света от воды и от линзы, а также поглощением света пренебречь.



$$\frac{c}{H} = \eta \cdot \frac{1-\tau}{1-\tau^{\alpha}u} = u \cdot \frac{(1-\tau)^{\alpha}u}{(1-\alpha u)1\tau} = \mathcal{Y}$$