

## Равновесие рычага

Прочитайте начало статьи «[Простые механизмы](#)» — раздел «Рычаг». Нам понадобятся условия равновесия рычага. Напомним их.

- 1) Силы, приложенные к рычагу, уравновешены.
- 2) Суммарный момент сил, вращающих рычаг в одну сторону, равен суммарному моменту сил, вращающих рычаг в другую сторону (моменты вычисляются относительно любой фиксированной оси).

ЗАДАЧА 1. (*Всеросс., 2020, ШЭ, 8*) Лёгкий рычаг, размеченный на 10 одинаковых частей, может свободно вращаться на опоре. Рычаг уравновешен, если пустые стаканы  $A$  и  $B$  стоят на его концах, как показано на рисунке.



1. Найдите отношение масс пустых стаканов  $\frac{m_A}{m_B}$ .
2. Затем в стакан  $A$  налили 300 мл неизвестной жидкости, а в стакан  $B$  — 250 мл воды, и рычаг оказался в покое в горизонтальном положении. Чему равна плотность неизвестной жидкости? Плотность воды  $1000 \text{ кг/м}^3$ . Ответ укажите в  $\text{кг/м}^3$ , округлив до целого числа.

$$\frac{m_A}{m_B} = 2$$

ЗАДАЧА 2. Невесомый стержень  $AB$  может свободно вращаться вокруг опоры — точки  $O$  такой, что  $AO : OB = 2 : 1$ . В точке  $A$  к стержню подвешивают груз массы  $m$ . Груз какой массы  $m_x$  нужно подвесить в точке  $B$ , чтобы стержень находился в равновесии? С какой силой  $N$  опора будет при этом действовать на стержень?

$$m_x = m, N = 3mg$$

ЗАДАЧА 3. Однородный стержень с прикрепленным на одном из его концов грузом массы  $m$  находится в равновесии в горизонтальном положении, если его подпереть в точке, расположенной на расстоянии  $1/5$  длины стержня от груза. Найдите массу  $M$  стержня.

$$\frac{M}{m} = 1$$

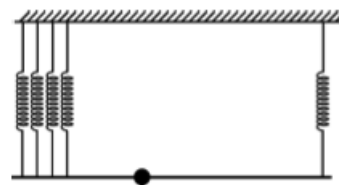
ЗАДАЧА 4. На земле лежит прямолинейная однородная труба массой 100 кг. Какую минимальную силу нужно приложить к концу трубы, чтобы приподнять её? Считать  $g = 10 \text{ Н/кг}$ .

$$F = 50 \text{ Н}$$

ЗАДАЧА 5. Два человека несут трубу массой 80 кг и длиной 5 м. Первый человек удерживает конец трубы, второй держит трубу на расстоянии 1 м от противоположного конца. Найдите силу, которую каждый человек прикладывает к трубе. Считать  $g = 10 \text{ Н/кг}$ .

$$F_1 = 160 \text{ Н}, F_2 = 80 \text{ Н}$$

ЗАДАЧА 6. (Всеросс., 2015, ШЭ, 8–9) Лёгкая прямая рейка длиной 100 см с прикрепленным к ней грузом массой 1 кг подвешена за концы: правый конец — на одной вертикальной пружине, левый — на четырёх таких же пружинах (эти четыре пружины тонкие, и поэтому можно считать, что они прикреплены к одной точке). Рейка горизонтальна, все пружины растянуты на одинаковую длину. На каком расстоянии от левого конца рейки находится груз?



20 см

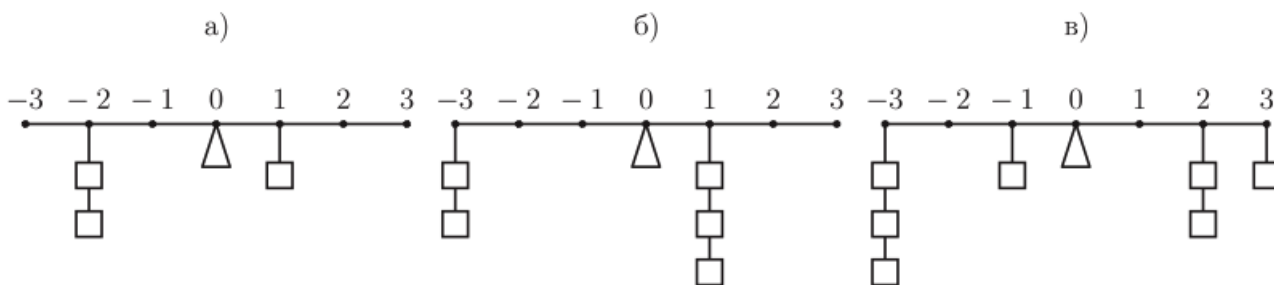
ЗАДАЧА 7. («Росатом», 2014, 8) На неравноплечих весах уравновешены два стакана. Расстояние между центрами стаканов равно  $l$ . Из одного стакана взяли массу воды  $m$  и перелили во второй. Если при этом опору весов передвинуть на  $l/10$ , то равновесие весов восстановится. Найти массу воды в обоих стаканах.

100

ЗАДАЧА 8. (МОШ, 2010, 7) На лёгком горизонтальном рычаге с двумя опорами находятся пустые лёгкие бочки. Расстояние от оси левой бочки до левой опоры  $a = 2$  метра, от оси правой бочки до правой опоры —  $c = 3$  метра, расстояние между опорами  $b = 1$  метр. В обе бочки одновременно начинают наливать с небольшой скоростью воду из разных кранов. Как должны соотноситься скорости  $v_1$  и  $v_2$  наполнения бочек, то есть массы воды, поступающие в единицу времени в каждую бочку, чтобы система оставалась в равновесии?

$v_1 > v_2$

ЗАДАЧА 9. (МОШ, 2008, 7) На рисунке изображены рычаги, на которых имеются крючки, прикрепленные через одинаковые расстояния. Крючки пронумерованы от  $-3$  до  $3$ , причем  $0$  приходится на середину рычага. К некоторым крючкам прикреплено по несколько грузов одинаковой массы. Имеется ещё один такой же не подвешенный груз. К крючку с каким номером  $n$  его нужно подвесить, чтобы рычаг находился в равновесии? Решите задачу для каждого из трёх случаев, представленных на рисунке.



Во всех случаях  $n = 3$

ЗАДАЧА 10. (МОШ, 2014, 8–9) Однородная доска массой 3 кг и длиной 2 м опирается левым концом на одну пружину, а правым концом — на две такие же пружины. Школьница Ирина хочет разместить на доске маленький груз массой  $m$  таким образом, чтобы доска была горизонтальна.

А) На каком расстоянии от левого конца доски Ирина должна разместить груз массой  $m = 6$  кг? Ответ представьте в сантиметрах и округлите до целых.

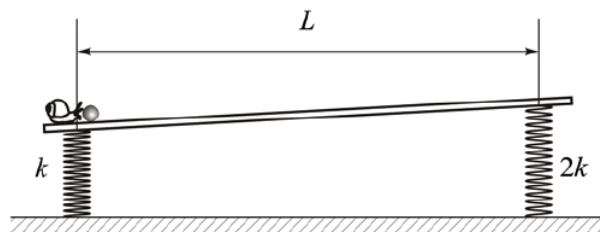
В) При каком минимальном  $m$  Ирина сможет добиться горизонтальности доски? Ответ представьте в килограммах и округлите до десятых.

А) 150; В) 1,5

ЗАДАЧА 11. (Всеросс., 2015, МЭ, 8) Школьник Станислав проводит опыт с однородным цилиндром массой  $M = 1$  кг и длиной  $L = 1$  м. Прикрепив при помощи тонких лёгких нитей к одному концу цилиндра гирию массой  $M = 1$  кг, а к другому — груз массой  $3M = 3$  кг, Станислав уравновесил цилиндр на пальце. На каком расстоянии от гири должен находиться палец?

70 см

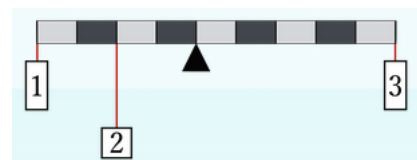
ЗАДАЧА 12. (Всеросс., 2016, МЭ, 8) По длинной прямой однородной палочке слева направо со скоростью  $u$  ползёт маленькая улитка и катит перед собой лёгкий маленький шарик. Масса улитки  $m$ , а палочки —  $M$ . Концы палочки опираются на две вертикальные пружины, расстояние между которыми  $L$ . Жёсткость левой пружины  $k$ , а правой —  $2k$ . Длины пружин в недеформированном состоянии одинаковы, а их нижние концы закреплены на одном горизонтальном уровне. В начальный момент улитка находится на левом крае палочки, над левой пружиной (см. рисунок).



Определите, спустя какое время от начала движения улитки шарик начнёт скатываться по палочке в сторону правой пружины. Можно считать, что жёсткости пружин настолько велики, что угол наклона палочки всегда достаточно мал.

$\frac{ng}{T} \left( \frac{u}{N} + v \right) = ?$

ЗАДАЧА 13. (Олимпиада Физтех-лицея, 2015, 8) В системе, приведённой на рисунке, масса первого груза равна  $m$ , масса второго в  $a = 2$  раза больше, а масса третьего в  $b = 3$  раза меньше. Масса рычага равна  $M = 18$  кг. Чему равна масса  $m$ , если система находится в равновесии? Ответ выразить в кг, округлив до десятых.

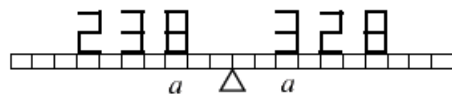


1,4

ЗАДАЧА 14. (МОШ, 2012, 8) Гантель состоит из двух шаров одинакового радиуса массами 3 кг и 1 кг. Шары закреплены на концах однородного стержня массой 1 кг так, что расстояние между их центрами равно 1 м. На каком расстоянии от центра шара массой 3 кг нужно закрепить нить на стержне, чтобы гантель, подвешенная за эту нить, висела горизонтально?

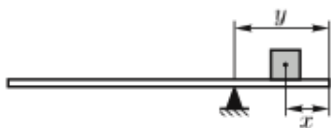
30 см

ЗАДАЧА 15. («Росатом», 2018, 8–10) Из 34 одинаковых стержней длиной  $a$  и массой  $m$  изготовлены макеты двух чисел 238 и 328 (каждое «звено» каждой цифры — один стержень). Макеты чисел расположили на коромысле равноплечих весов длиной  $20a$  так, как это показано на рисунке. Какое из чисел перевесит и почему? Какой дополнительный груз нужно расположить на другом конце коромысла весов, чтобы восстановить равновесие?



$$m = x u : 878$$

ЗАДАЧА 16. (Всеросс., 2010, РЭ, 8) Если груз массы  $m = 10$  г поставить на линейку на расстоянии  $x$  от её края, то линейка примет горизонтальное положение равновесия при размещении под ней упора на расстоянии  $y$  от того же края линейки (см. рисунок внизу).

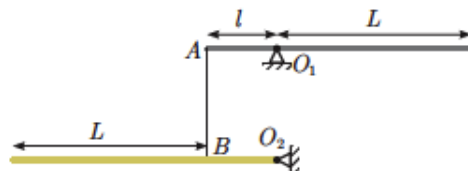


$x$ , мм	$y$ , мм
10	120
30	129
50	137
70	146
90	155
100	160
120	169

Зависимость  $y(x)$  при различных размещениях груза представлена в таблице справа. Построив график зависимости  $y(x)$ , определите массу линейки и её длину.

$$M = 12,5 \text{ г}, L = 415 \text{ мм}$$

ЗАДАЧА 17. («Максвелл», 2016, финал, 7) Два однородных стержня одинаковой длины с одинаковой площадью поперечного сечения  $S = 1,0 \text{ см}^2$  могут свободно вращаться вокруг неподвижных горизонтальных осей  $O_1$  и  $O_2$ , расположенных на одной вертикали (рисунок справа). Длина короткого участка каждого стержня  $l = 51 \text{ см}$ , а длинного —  $L = 105 \text{ см}$ . Стержни находятся в равновесии благодаря нити  $AB$ . Верхний стержень изготовлен из стали.



- 1) Какова плотность материала нижнего стержня?
- 2) С помощью таблицы определите, что это за материал.
- 3) Найдите силу  $T$  натяжения нити  $AB$ .

Ускорение свободного падения  $g = 10 \text{ Н/кг}$ .

металл	$\rho$ , г/см <sup>3</sup>	металл	$\rho$ , г/см <sup>3</sup>	металл	$\rho$ , г/см <sup>3</sup>
магний	1,74	сталь	7,80	свинец	11,3
алюминий	2,70	никель	8,80	золото	19,3
цинк	7,14	серебро	10,5	платина	21,2

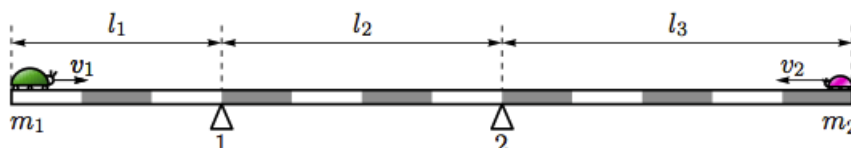
$$N \cdot 9 \approx \frac{10}{(1-T)(1+T)} S^{\text{год}} = L \text{ (з : динимонга (2 : (игильс члсонлонтп — 0d) ) жмс/д L'z = \frac{l+L}{l-T} 0d = d (1$$

ЗАДАЧА 18. («Максвелл», 2017, финал, 7) Однородная соломинка массой  $M = 1$  г лежит горизонтально на двух ветках, которые делят её на участки длиной  $l_1 = 6$  см,  $l_2 = 8$  см и  $l_3 = 10$  см. Два небольших жука с массами  $m_1 = 5$  г и  $m_2 = 2$  г, сидевших на концах соломинки, одновременно начали движение навстречу друг другу со скоростями  $v_1 = 1$  см/с и  $v_2 = 4$  см/с (рис.).

1) Найдите силы реакции веток  $N_1$  и  $N_2$ , которые действовали на соломинку до старта жуков, если  $g = 10$  Н/кг.

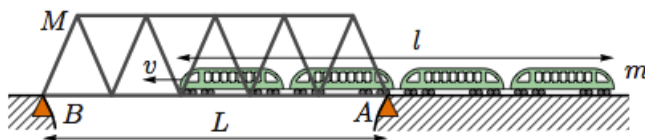
2) Через какое время  $t_k$  после старта соломинка опрокинется, если скольжение между соломинкой и ветками отсутствует?

3) Какой должна быть масса соломинки  $M_0$ , чтобы жуки всё-таки встретились?



$$1) N_1 = 0,1 \text{ Н}; N_2 = 0,1 \text{ Н}; t_k = 0,2 \text{ с}; M_0 = 1,4 \text{ г}$$

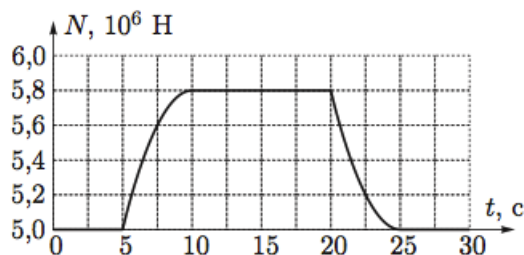
ЗАДАЧА 19. («Максвелл», 2017, финал, 8) Поезд длиной  $l = 210$  м проезжает по мосту со скоростью  $v$ . Под одной из двух опор моста установлен датчик, измеряющий силу реакции опоры  $N$ .



Зависимость показаний датчика от времени  $N(t)$  приведена на рисунке справа. Определите:

- 1) под какой из опор находится датчик;
- 2) массу моста  $M$ ;
- 3) массу поезда  $m$ ;
- 4) длину моста  $L$ ;
- 5) скорость поезда  $v$ .

Мост и поезд считайте однородными,  $g = 10$  Н/кг.



$$1) \text{ A; } 2) M = 1000 \text{ т; } 3) m = 480 \text{ т; } 4) L = 70 \text{ м; } 5) v = 14 \text{ м/с}$$