

Круговое движение

ЗАДАЧА 1. Легкоатлет бежит по кругу радиуса 100 м со скоростью 12 км/ч. Велосипедист едет по кругу радиуса 250 м. Известно, что оба спортсмена проходят свой круг за одно и то же время. Какова скорость велосипедиста?

км/ч 08

ЗАДАЧА 2. (*Всеросс., 2015, ШЭ, 7–8*) Бегуны Степан и Усейн соревнуются в беге. Усейн бежит со скоростью 6 м/с, а Степан со скоростью 4 м/с. Их соревнование длилось 10 минут, и Степан проиграл Усейну 1 круг. Найдите длину круга.

м 0021

ЗАДАЧА 3. (*МОШ, 2019, 7*) По кольцевой трассе длиной 1200 м ездят два гоночных автомобиля. Скорость первого гонщика 40 м/с, второго — 55 м/с. Когда гонщики впервые встретились напротив своего тренера, который наблюдал за их заездом с трибуны, его часы показывали время 12 : 00. Какое время покажут часы тренера в тот момент, когда гонщики встретятся напротив него во второй раз?

12 : 04

ЗАДАЧА 4. (*«Росатом», 2015, 7*) Во время соревнований по автомобильным гонкам победитель, пройдя 60 кругов, обогнал второго призёра на два круга. Какова средняя скорость движения второго автомобиля, если средняя скорость первого равна 120 км/ч?

км/ч 911

ЗАДАЧА 5. (*«Росатом», 2019, 7–8*) Долгов и Коротков бегают по гаревой дорожке стадиона. Если они побегут из одной точки в противоположные стороны, они встретятся через время $t_1 = 24$ с. За какое время Долгов обгонит Короткова на круг, если они стартуют из одной точки и побегут в одну сторону? На прохождение одного круга Короткову требуется время $t_2 = 52$ с.

$$t_2 \cdot \frac{t_2 - t_1}{t_1} = t_1$$

ЗАДАЧА 6. (*МОШ, 2015, 7–8*) Три гоночных автомобиля участвуют в заезде по замкнутой гоночной трассе длиной 1 км. Красный автомобиль 10 минут двигался со скоростью 144 км/ч, а оставшееся время — со скоростью 180 км/ч. Зелёный автомобиль проехал 25 км со скоростью 144 км/ч, а оставшееся расстояние двигался со скоростью 180 км/ч. Синий автомобиль проезжает нечётные круги со скоростью 144 км/ч, а чётные — со скоростью 180 км/ч. Автомобили стартуют с одного места. Заезд длится 20 минут, автомобиль, проехавший наибольшее расстояние, объявляется первым, следующий за ним — вторым, и так далее. Автомобили движутся в одном направлении. Какое расстояние прошёл каждый из автомобилей? Какой автомобиль прошёл наименьшее расстояние?

Красный — 54 км, зелёный — 53,75 км, синий — 53,25 км

ЗАДАЧА 7. (МОШ, 2014, 7–8) Несколько команд школьников соревновались в эстафетных гонках. Командам предстояло преодолеть дистанцию в два круга. Команда 1 состояла из Пети и Васи: Петя пробежал первый круг со скоростью 9 км/ч, Вася — второй круг со скоростью 20 км/ч. Команда 2 состояла из Ирины и Марины: Ирина пробежала первый круг со скоростью 11 км/ч, Марина — второй круг со скоростью 15 км/ч.

А) Укажите номер команды, пришедшей к финишу первой.

В) С какой постоянной скоростью должен пробежать всю дистанцию пёс Рекс, чтобы прийти к финишу одновременно с командой 1? Ответ представьте в км/ч и округлите до десятых.

С) С какой постоянной скоростью должен пробежать всю дистанцию пёс Рекс, чтобы прийти к финишу одновременно с командой 2? Ответ представьте в км/ч и округлите до десятых.

A) 2; B) 12,4; C) 12,7

ЗАДАЧА 8. (Всеросс., 2013, МЭ, 8) Три спортсмена-супермарафонца одновременно стартуют с одного и того же места кольцевой беговой дорожки и 10 часов бегут в одну сторону с постоянной скоростью: первый — 9 км/ч, второй — 10 км/ч, третий — 12 км/ч. Длина дорожки 400 м. Мы говорим, что произошла встреча, если либо два, либо сразу все три бегуна поравнялись друг с другом. Момент старта встречей не считается. Сколько всего «двойных» и «тройных» встреч произошло во время забега? Кто из спортсменов чаще всех участвовал во встречах и сколько раз?

Двойных — 75, тройных — 25; третий — 100 раз

ЗАДАЧА 9. Велосипедист движется по кругу радиуса R со скоростью v . За какое время велосипедист проходит дугу 30° ?

$t = \frac{6v}{\pi R}$

ЗАДАЧА 10. В какой момент времени после 12^{00} часовая и минутная стрелки впервые совпадают?

1 ч 05 мин 27 $\frac{11}{3}$ с

ЗАДАЧА 11. («Росатом», 2013, 7) Какой угол образуют часовая и минутная стрелки, если на часах 16 часов 12 минут?

54°

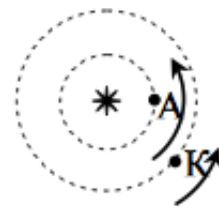
ЗАДАЧА 12. («Росатом», 2012, 8–11) На часах 16:00. Через какое время после этого часовая и минутная стрелки часов встретятся во второй раз?

$t = \frac{8\pi(\omega_{\text{мин}} - \omega_{\text{час}})}{\pi} = 87,3$ мин

ЗАДАЧА 13. (Всеросс., 2014, МЭ, 7–8) Школьницы Алиса и Василиса бегут в одну сторону по кругу на спортивной площадке. Каждые 12 минут Алиса обгоняет Василису. Навстречу школьницам бежит пёс Рекс, который каждые 3 минуты встречается с Василисой. Через какой промежуток времени происходят встречи Рекса с Алисой?

2,4 мин

ЗАДАЧА 14. («Росатом», 2014, 7–8) В планетной системе вокруг звезды в одной плоскости и в одну сторону вращаются планеты Атлант и Кариатида. Между двумя ближайшими моментами времени, когда звезда, Атлант и Кариатида находятся на одной прямой, проходит 2,2 кариатидных лет. Сколько атлантских лет проходит между этими моментами?



3,2

ЗАДАЧА 15. (МОШ, 2015, 7) Часовая стрелка на больших башенных часах в самом широком месте имеет ширину $H = 13$ футов. Расстояние от концов отрезка такой ширины на часовой стрелке до оси циферблата часов равно $L = 25$ футов. Минутная стрелка на таком же расстоянии от оси циферблата имеет ширину $h = 5$ футов. Стрелки движутся плавно (без скачков). Определите, за сколько секунд минутная стрелка обгоняет часовую (во время обгона она частично закрывает часовую стрелку). Считается, что обгон начинается в момент, когда минутная стрелка начинает закрывать часовую стрелку в её самом широком месте, а заканчивается, когда стрелки перестают «перекрываться» в этом месте для наблюдателя, смотрящего на часы издали.

Для справки: длина окружности радиусом R равна $2\pi R$, где $\pi \approx 3,14$.

450 с

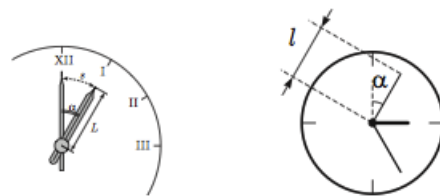
ЗАДАЧА 16. (МОШ, 2007, 7) Марс удобнее всего изучать во время противостояния, когда Земля находится между Марсом и Солнцем. Определите, через какой промежуток времени повторяются противостояния Земли и Марса. Марс совершает оборот вокруг Солнца за 687 земных дней, а Земля — за 365 дней.

$$T = \frac{L}{\frac{1}{T_M} - \frac{1}{T_E}} \approx 779 \text{ дней}$$

ЗАДАЧА 17. («Максвелл», 2014, 7) В момент противостояния Солнце, Земля и Марс находятся на одной прямой (Земля между Солнцем и Марсом). Продолжительность земного года $T = 365$ суток, марсианского — в $k = 1,88$ раз больше. Считая, что планеты обращаются вокруг Солнца по круговым орбитам с общим центром, лежащим в одной плоскости, найдите минимальный промежуток времени τ между двумя последовательными противостояниями. Планеты движутся в одну сторону.

$$\tau = \frac{T}{k-1} \approx 780 \text{ суток}$$

ЗАДАЧА 18. («Максвелл», 2012, 7) Длина часовой стрелки на московских курантах составляет $L = 2$ м 97 см. Скорость конца этой стрелки и скорость конца секундной стрелки на дамских часах фирмы «Rolex» одинаковы. Какова длина l секундной стрелки часов «Rolex»?



4,125 мм

ЗАДАЧА 19. (МОШ, 2012, 7) Школьницы Ирина, Карина и Марина бегают по кругу в одном направлении с постоянными скоростями. Ирина и Карина встречаются каждые 2 минуты. Карина и Марина встречаются каждые 3 минуты. Как часто встречаются Ирина и Марина?

Через 1,2 минуты или через 6 минут

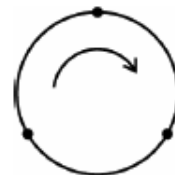
Задача 20. (МОШ, 2015, 7) Тренер проводит занятия по физкультуре необычным способом. Сам он начинает идти по кругу стадиона с постоянной скоростью $u = 1$ м/с. За тренером в тот же момент по кругу стадиона начинает бежать его ученик, который всё время движется с постоянной скоростью $v = 3$ м/с. Когда он достигает тренера, ученик быстро разворачивается, возвращается обратно, добирается до старта, снова быстро разворачивается, опять бежит до тренера, и далее повторяет эти действия нужное число раз. В конечном итоге тренер и ученик пришли к финишу одновременно, причем тренер прошёл менее одного круга.

- 1) Какой путь S_1 пробежал ученик к моменту первой встречи с тренером?
- 2) Какой путь S пробежал ученик до момента финиша?

Длина окружности стадиона от старта до финиша равна $L = 400$ м. В момент старта ученика и тренера длина дуги окружности между ними была равна $D = 100$ м. Ученик начинает бежать с линии старта, которая совпадает с линией финиша.

$$v \cdot 006 = \frac{n}{(a-T)^a} = S \quad (z : v \ 0\text{Э}1 = \frac{n-a}{a^a} = 1S \ (1$$

Задача 21. (МОШ, 2017, 7) Вова, Саша и Егор одновременно начали движение с постоянными скоростями в одном направлении (по часовой стрелке) из трёх равноудалённых друг от друга точек кругового мотовелотрека. Через некоторое время Саша, движущийся на мотоцикле с самой большой скоростью, поравнялся с Вовой и Егором, которые в тот же момент встретились в первый раз. Какая скорость V могла быть у Саши, если Егор и Вова ехали на велосипедах со скоростями $V_1 = 10$ км/ч и $V_2 = 20$ км/ч, соответственно? Известно, что скорость Саши не превышала 80 км/ч.



$$\frac{v}{\text{км/ч}} \text{ эл иги } 09 \text{ 'э} \text{ '03}$$

Задача 22. («Максвелл», 2017, финал, 7) Кольцо большого адронного коллайдера (БАК) имеет форму окружности длиной $L = 27$ км и четыре раза пересекает границу Франции и Швейцарии в окрестности города Женева.

Протоны перед столкновением летят в коллайдере со скоростью, очень близкой к скорости света $c = 3 \cdot 10^8$ м/с. Наименьшее время между влётами протона в Швейцарию равно $t_1 = 24$ мкс. Наименьшее время между влётами протона во Францию равно $t_2 = 20$ мкс. Наибольшее время однократного пребывания протона во Франции равно $t_3 = 56$ мкс. Какая часть длины кольца БАК находится в Швейцарии?

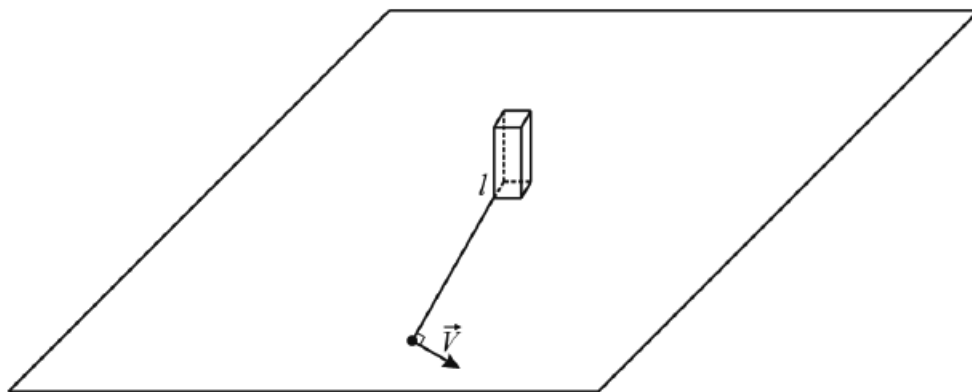
Примечание. 1 мкс = 10^{-6} с, что соответствует одной миллионной доле секунды.

$$\frac{a1}{\text{Ф}}$$

Задача 23. («Росатом», 2015, 8–10) Фигуристы исполняют следующий элемент: фигуристка вращается с постоянной скоростью вокруг своей оси, фигурист также с постоянной скоростью совершает обороты вокруг партнерши (в том же направлении). Известно, что фигурист сделал два полных оборота вокруг партнерши за время $t = 10$ с, за это время фигуристка $n = 9$ раз повернулась лицом к своему партнеру, причем первый раз (из этих 9) фигуристка была повернута к нему лицом в самом начале элемента, последний — в конце. За какое время фигуристка совершает один оборот?

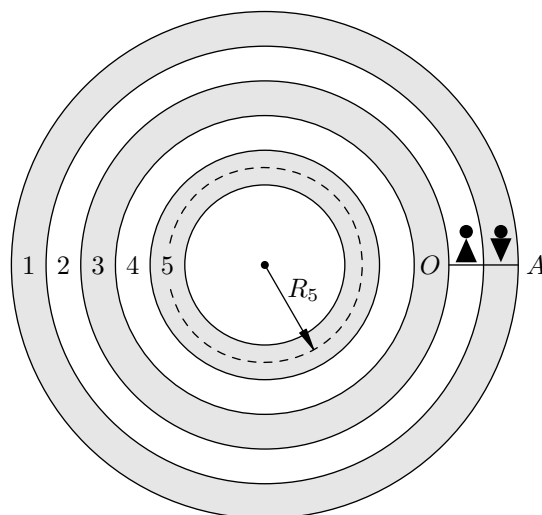
$$\text{с } 1 = \frac{1+u}{\text{?}} = 1\text{?}$$

ЗАДАЧА 24. (МОШ, 2017, 8) На гладкой горизонтальной поверхности закреплён вертикальный столбик, представляющий собой призму с квадратным сечением, причём сторона квадрата равна $a = 10$ см (см. рис.). К столбику на лёгкой нерастяжимой нити длиной $l = 1,05$ м привязан маленький шарик. Нить горизонтальна, а шарик покоится на поверхности. Шарик сообщают скорость $V = 50$ см/с, направленную вдоль поверхности перпендикулярно нити и одной из граней столбика. Спустя некоторое время после этого вся нить наматывается на столбик. Найдите, какой путь пройдет шарик до удара о столбик и за какое время нить полностью наматается на него. Длина окружности радиусом R равна $2\pi R$, где $\pi \approx 3,14$.



$$s_{\text{путь}} = l + \pi a^2 \approx (v_0 - l) \frac{c}{v_{\text{н}}} = \left(\frac{v}{v_0} - l\right) v = S$$

ЗАДАЧА 25. (МОШ, 2014, 8) Карусель представляет собой пять круговых дорожек (см. рисунок). Внешняя дорожка (№1) всегда неподвижна; следующая (№2) может двигаться со скоростью 4,5 км/ч. Скорость движения полотна у дорожки №3 в два раза больше, чем у второй. Скорость движения дорожки №4 равна разности скоростей движения дорожек №5 и №2. Скорость движения пятой дорожки, радиус которой равен $R_5 = 20$ м, в два раза больше, чем у третьей. Ширина каждой дорожки равна $r = 1$ м. Вначале все дорожки неподвижны.



С линии AO в одном направлении стартуют двое одноклассников — отличник Вася по неподвижной дорожке №1 на велосипеде и красавица Маша по соседней дорожке №2 — бегом. В момент их старта дорожки начинают двигаться, также вращаясь в одном направлении — каждая со своей скоростью. Маша начинает двигаться в направлении движения дорожек с постоянной скоростью $V_1 = 1,25$ м/с относительно полотна своей дорожки. Через некоторое время она перепрыгивает на соседнюю дорожку, причём скорость её движения относительно полотна новой дорожки остается прежней. Так, последовательно перепрыгивая с дорожки на дорожку и находясь на каждой из них столько времени, сколько требуется, чтобы преодолеть одинаковые угловые расстояния, она добирается сначала до внутренней дорожки №5, а потом возвращается на дорожку №2.

С какой постоянной скоростью двигался Вася на велосипеде, если известно, что к линии старта/финиша они добрались одновременно, сделав один оборот вокруг центра карусели? Считать,

С какой постоянной скоростью двигался Вася на велосипеде, если известно, что к линии старта/финиша они добрались одновременно, сделав один оборот вокруг центра карусели? Считать,

что одноклассники всё время перемещались точно по средним линиям дорожек.

с/м 7