

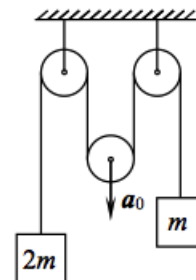
Движение со связями. Динамика

В некоторых задачах динамики наряду с законами Ньютона требуются дополнительные соотношения между ускорениями тел — так называемые *уравнения кинематической связи*.

Подвижный блок

[Овчинкин] → 2.6, 2.7, 2.8, 2.9.

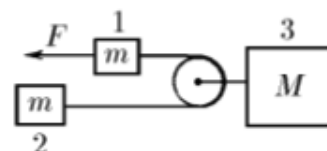
ЗАДАЧА 1. (Всеросс., 2020, ШЭ, 10) Система состоит из двух массивных грузов, невесомых блоков и невесомой нерастяжимой верёвки. Средний блок перемещают вниз с ускорением $a_0 = 5 \text{ м/с}^2$. Ускорение свободного падения $g = 10 \text{ м/с}^2$. Трение отсутствует.



1. Найдите ускорение груза массой $m = 1 \text{ кг}$. Ответ укажите в м/с^2 , округлив до целого числа.
2. Куда направлено ускорение тела массой 1 кг ? 1 — вверх, 2 — вниз.
3. Чему равно натяжение нити? Ответ укажите в ньютонах, округлив до целого числа.

(1) 10; (2) 1; (3) 20

ЗАДАЧА 2. (Савченко, 2.1.47) Найдите ускорение тел системы, изображённой на рисунке. Сила F приложена по направлению нити к одному из тел массы m . Участки нити по обе стороны от лёгкого блока, прикрепленного к телу массы M , параллельны.

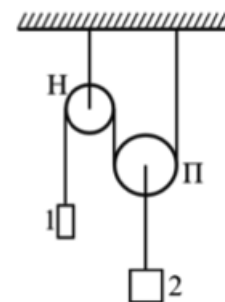


$$\frac{mz + N}{F} = \varepsilon v ; \frac{(mz + N)uz}{Nz} = \tau v ; \frac{(mz + N)uz}{(mz + N)z} = \tau v$$

ЗАДАЧА 3. («Физтех», 2018, 9) Система состоит из неподвижного блока Н, подвижного блока П и двух грузов 1 и 2 (см. рис.). Груз 1 движется с ускорением $a_1 = g/5$, направленным вниз.

- 1) Найти ускорение груза 2.
- 2) Найти отношение масс грузов 1 и 2.

Массами нитей, блоков, а также трением в осях блоков можно пренебречь.



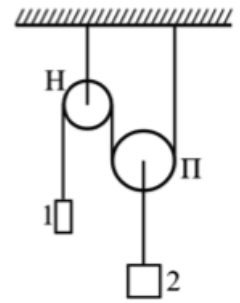
$$\frac{9I}{11} = \frac{2m}{11} \left(2 \cdot \frac{0I}{5} = \tau v \right) (1)$$

ЗАДАЧА 4. («Физтех», 2018, 9) Два подвешенных на нитях груза 1 и 2 различной массы могут двигаться в системе, состоящей из неподвижного блока Н и подвижного блока П (см. рис.).

1) Найти отношение масс грузов 1 и 2, если подвешенные грузы остаются неподвижными.

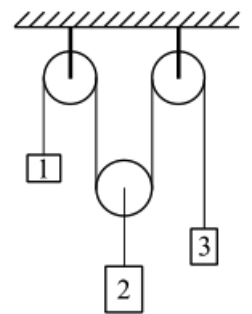
2) Найти отношение масс грузов 1 и 2, если груз 1 движется с ускорением $a_1 = g/5$, направленным вверх.

Массами нитей, блоков, а также трением в осях блоков можно пренебречь.



$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{z_{11}}{z_{12}} \quad (z_{11}; z_{12} = \frac{z_{11}}{z_{12}}) \quad (1)$$

ЗАДАЧА 5. («Физтех», 2019, 9) В системе, показанной на рисунке, массы грузов равны соответственно $m_1 = m_3 = m = 0,1$ кг, $m_2 = 3m$. Первоначально систему удерживают, затем отпускают. Грузы приходят в движение. Начальные скорости всех грузов нулевые. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Массы блоков и нитей по сравнению с массой грузов пренебрежимо малы. Нерастяжимые нити свободно скользят по блокам.

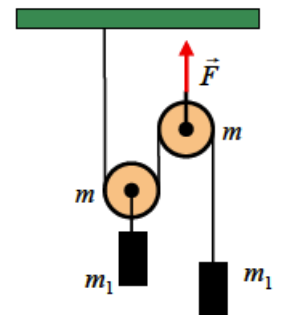


1. Найдите скорость V_1 груза 1 в тот момент, когда груз 2 опустится на $H = 0,5$ м.

2. Найдите силу T_2 натяжения нити, на которой подвешен груз 2.

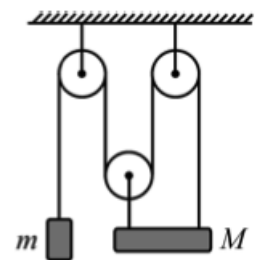
$$H \cdot z = v_{1,4} \sqrt{\frac{g}{2}} \approx \sqrt{2} \cdot \sqrt{H \cdot \frac{g}{2}} = v_{1,4} \quad (1)$$

ЗАДАЧА 6. («Покори Воробьёвы горы!», 2014, 7-9) Из двух одинаковых цилиндрических роликов массы m , двух одинаковых грузов массы $m_1 = 3m$ и лёгкой прочной нерастяжимой нити собрали механическую систему, показанную на рисунке. Один конец нити закреплен на «потолке», ролики не вращаются, нить скользит по роликам без трения. Найти величину силы F , с которой нужно тянуть вверх ось правого ролика, чтобы левый груз в этой системе двигался с постоянной по величине скоростью. Каким при этом будет ускорение правого груза? Ускорение свободного падения считать известным.



$$F = v \cdot \frac{g}{2} = v \cdot \frac{g}{2} \quad (\text{иния})$$

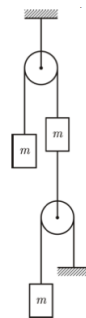
ЗАДАЧА 7. (МОШ, 2012, 9) Изображённая на рисунке система состоит из грузов массами m и M , двух неподвижных и одного подвижного блока. Не лежащие на блоках участки нитей вертикальны. Определите ускорения грузов, считая, что груз массой M при движении сохраняет горизонтальное положение, нити невесомы и нерастяжимы, блоки лёгкие, трения нет.



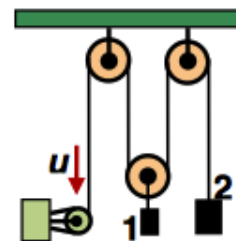
$$M \cdot a = m \cdot g \cdot \frac{m+M}{m} = M \cdot a \quad (\text{проекция на ось, направленную вниз: } a \cdot \frac{m+M}{m} = M \cdot a)$$

ЗАДАЧА 8. («Курчатов», 2014, 9) Три одинаковых груза массой m соединены с помощью идеальных нитей и двух идеальных блоков, как показано на рисунке. Найдите величину и направление ускорения нижнего груза.

$$\frac{g}{b^2} = v$$

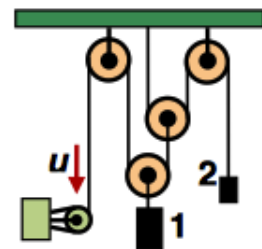


ЗАДАЧА 9. («Покори Воробьёвы горы!», 2019, 7–9) На легкой нерастяжимой веревке с помощью трех блоков подвешены два груза. Блоки легкие, вращаются без трения, веревка по ним не скользит. Один из концов веревки закреплен на шкиве выключенной лебедки. Удерживая груз 2 на месте, включают лебедку и сразу после этого груз 2 отпускают. Лебедка вытягивает веревку с постоянной скоростью $u = 2$ м/с. Спустя какое время скорости грузов окажутся равны по модулю? Соотношение масс грузов $m_2 : m_1 = 2$. Ускорение свободного падения $g \approx 10$ м/с².



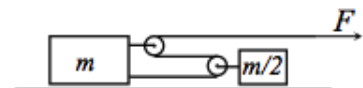
$$t \approx 0,3 \frac{u}{g}$$

ЗАДАЧА 10. («Покори Воробьёвы горы!», 2019, 7–9) Система из двух легких прочных тросов, двух неподвижных и двух подвижных блоков и двух грузов подвешена к потолку (см. рисунок). Все блоки — легкие и вращаются без трения, тросы по блокам не скользят. Конец одного из тросов закреплен на шкиве выключенной лебедки, груз 2 удерживают на месте. Этот груз аккуратно отпускают, а затем почти сразу включают лебедку, которая начинает вытягивать трос с постоянной скоростью $u = 1,5$ м/с. За какое время груз 2 поднимется на высоту $h = 1,5$ м? Отношение масс грузов $m_1 : m_2 = 4$. Временем разгона грузов и их смещением при разгоне пренебречь.



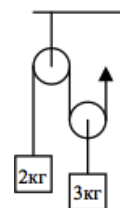
$$t = 2,5 \frac{u}{g}$$

ЗАДАЧА 11. («Росатом», 2011, 9) На гладкой горизонтальной поверхности находятся два тела с массами m и $m/2$. К телам прикреплены невесомые блоки, и они связаны невесомой и нерастяжимой нитью так, как показано на рисунке. К концу нити прикладывают постоянную силу F . Найти ускорение конца нити.



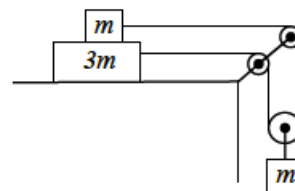
$$\frac{u}{L} = v$$

ЗАДАЧА 12. (Всеросс., 2018, МЭ, 10) Найдите модуль и направление ускорения, с которым нужно двигать конец нити для того, чтобы правый груз, имеющий массу $m = 3$ кг, оставался неподвижным. Массой нити и блоков можно пренебречь. Нить нерастяжима, трение отсутствует. Ускорение свободного падения принять равным $g = 10$ м/с².



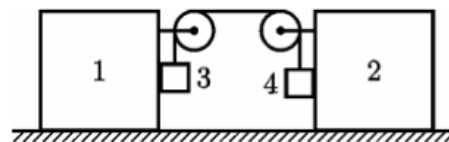
$$v = \frac{g}{b}$$

Задача 13. (МОШ, 2017, 9) Найдите ускорение груза массой $3m$ в системе, изображённой на рисунке. Нить невесома и нерастяжима, блоки невесома, трение отсутствует. Чему равна реакция со стороны нити, действующая на неподвижный верхний блок?



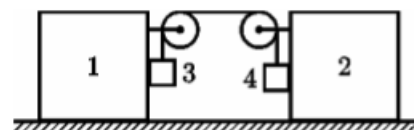
$$\boxed{6u \frac{g}{\varepsilon} = \mathcal{U} \cdot \frac{g}{b} = v}$$

Задача 14. (МОШ, 2007, 9) Найдите ускорение груза 1 в системе, изображённой на рисунке. Массы грузов 1 и 2 равны M , массы грузов 3 и 4 равны m . Грузы 3 и 4 касаются грузов 1 и 2, участки нити, не лежащие на блоках, горизонтальны или вертикальны. Нить невесома и нерастяжима, блоки лёгкие, трения нет.



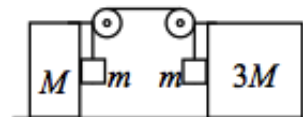
$$\boxed{\frac{u_z + \mathcal{U}}{6u} = V}$$

Задача 15. (МОШ, 2007, 10) Найдите ускорения грузов 1 и 2 и силу натяжения нити в системе, изображенной на рисунке. Массы грузов 1, 2, 3 и 4 равны соответственно M_1 , M_2 , m_1 и m_2 . Грузы 3 и 4 касаются грузов 1 и 2, участки нити, не лежащие на блоках, горизонтальны или вертикальны. Нить натянута, невесома и нерастяжима, блоки лёгкие, трение отсутствует.



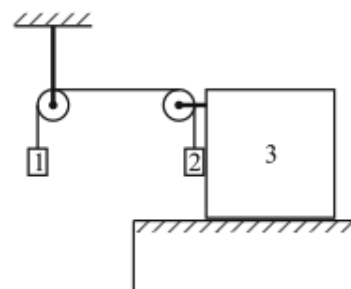
$$\boxed{(\text{оценка}) \frac{z_{u+} + z_{\mathcal{U}}}{L} = z_v \cdot (\text{оценка}) \frac{1_{u+} + 1_{\mathcal{U}}}{L} = v \cdot \left(\frac{z_{u+}}{1} + \frac{1_{u+}}{1} + \frac{z_{u+} + z_{\mathcal{U}}}{b\mathcal{U}} + \frac{1_{u+} + 1_{\mathcal{U}}}{1} \right) = L}$$

Задача 16. («Росатом», 2015, 10) На гладком горизонтальном столе находятся два тела с массами M и $3M$. Одинаковые грузы с массой m ($m = M/4$) связаны невесома нитью, переброшенной через блоки. Тела отпускают. Найти ускорение тела M .



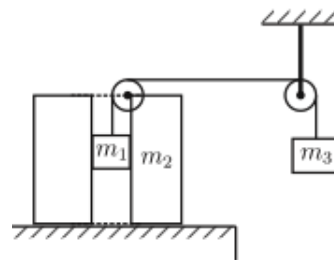
$$\boxed{6 \frac{v_1}{\varepsilon} = v}$$

Задача 17. (МОШ, 2006, 10) В системе, изображённой на рисунке, массы всех трёх грузов одинаковы и равны m . Нить, соединяющая грузы 1 и 2, невесома и нерастяжима; её участки, не лежащие на блоках, вертикальны или горизонтальны; блоки невесома, трения нет. Груз 3 движется по горизонтальной плоскости, не опрокидываясь. Найдите ускорения всех трёх грузов. Ускорение свободного падения равно g .



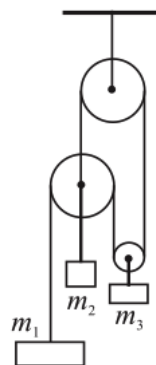
$$\boxed{(\text{оценка}) \frac{g}{b\mathcal{U}} = \varepsilon v \cdot \left(\frac{z}{1} \text{ (слева)} = \mathcal{U} \cdot \text{ (справа)} \right) \frac{g}{b} = z v \cdot \left(\text{справа} \right) \frac{g}{b} = 1 v}$$

ЗАДАЧА 18. (МОШ, 2006, 11) В системе, изображённой на рисунке, цилиндрический груз массой m_1 движется внутри цилиндрического канала чуть большего диаметра, просверленного внутри тела массой m_2 . Нить, соединяющая грузы m_1 и m_3 , невесома и нерастяжима, блоки невесома, трения нет. Чему равно ускорение груза массой m_1 ? Ускорение свободного падения равно g , участок нити между блоками горизонтален.



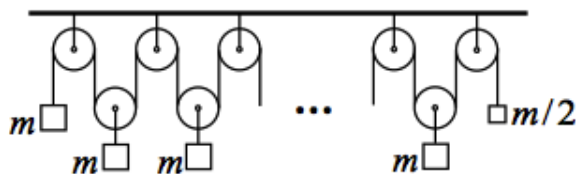
$$\frac{\varepsilon_{\omega} \Gamma_{\omega} z}{\Gamma_{\omega} - \varepsilon_{\omega} \Gamma_{\omega} - \varepsilon_{\omega} \varepsilon_{\omega}} \text{ эдоре} = \text{с} \cdot \frac{\varepsilon_{\omega} \Gamma_{\omega} + (\varepsilon_{\omega} + \Gamma_{\omega})(\varepsilon_{\omega} + \Gamma_{\omega})}{z(\Gamma_{\omega} - \varepsilon_{\omega} \Gamma_{\omega} - \varepsilon_{\omega} \varepsilon_{\omega}) + z(\varepsilon_{\omega} \Gamma_{\omega} z)} \wedge \delta = \Gamma_{\omega}$$

ЗАДАЧА 19. (МОШ, 2009, 9) В системе, показанной на рисунке, неподвижный блок прикреплен к потолку комнаты, а все грузы удерживают неподвижными так, чтобы отрезки лёгкой нерастяжимой нити, не лежащие на блоках, были вертикальны. Грузы массами m_2 и m_3 подвешены к осям блоков на жёстких лёгких стержнях. Все блоки лёгкие и могут вращаться вокруг своих осей без трения. Определите ускорение груза массой m_2 после одновременного отпускания всех грузов. Ускорение свободного падения равно g .



$$(\delta < \varepsilon_{\omega}) \delta \frac{\varepsilon_{\omega} \varepsilon_{\omega} + \varepsilon_{\omega} \Gamma_{\omega} + \varepsilon_{\omega} \Gamma_{\omega} \Gamma_{\omega}}{\varepsilon_{\omega} \varepsilon_{\omega} + \varepsilon_{\omega} \Gamma_{\omega} \varepsilon_{\omega} + \varepsilon_{\omega} \Gamma_{\omega} \Gamma_{\omega}} = \varepsilon_{\omega}$$

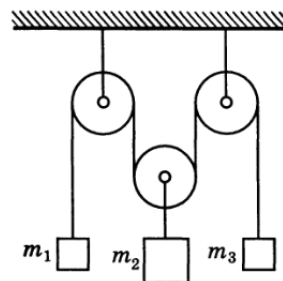
ЗАДАЧА 20. («Росатом», 2019, 11) Имеется 2019 неподвижных и 2018 подвижных блоков, через которые переброшена невесома, нерастяжимая веревка (см. рисунок). К осям подвижных блоков прикреплены 2018 тел массой m , к концам веревки — тела массой m и $m/2$.



Найти величину и направление ускорения самого левого тела.

$$\delta \frac{\varepsilon_{\omega}}{\Gamma_{\omega}} \approx \delta \frac{\varepsilon_{\omega} \Gamma_{\omega} \varepsilon_{\omega}}{\varepsilon_{\omega} \Gamma_{\omega} \varepsilon_{\omega}} = \Gamma_{\omega}$$

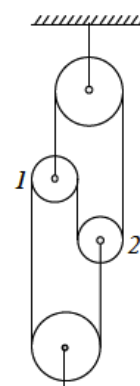
ЗАДАЧА 21. (Всеросс., 1998, ОЭ, 9) Система грузов (см. рисунок) с массами $m_1 = m_3 = 10$ кг и $m_2 = 20$ кг сначала находится в покое, трение отсутствует, а массы блоков и нитей пренебрежимо малы. Затем к грузу m_1 прикрепили довесок $\Delta m_1 = 1,25$ кг, к грузу m_3 — довесок $\Delta m_3 = 5$ кг, и систему предоставили себе самой. В каком направлении и с какими ускорениями станут двигаться грузы?



$$\Gamma_{\omega} \frac{\varepsilon_{\omega}}{\varepsilon_{\omega}} = \varepsilon_{\omega} \cdot \frac{\varepsilon_{\omega}}{\varepsilon_{\omega}} = \varepsilon_{\omega}, \quad \Gamma_{\omega} = \Gamma_{\omega} \text{ , направляющую вертикально вверх}$$

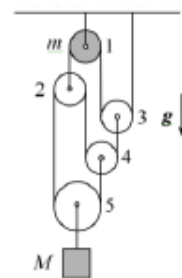
ЗАДАЧА 22. (МОШ, 2016, 9) В системе, изображённой на рисунке, определите ускорения груза и двух одинаковых блоков 1 и 2. Нить невесома и нерастяжима, массы блоков пренебрежимо малы по сравнению с массой груза M , трения нет. Ускорение свободного падения g известно.

$$0 = \varepsilon_{\omega} \cdot \delta \cdot \varepsilon_{\omega} = \Gamma_{\omega} \cdot \delta = \varepsilon_{\omega}$$



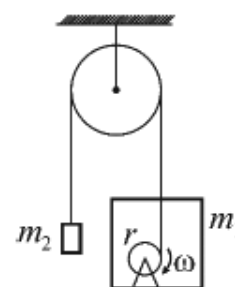
Задача 23. (МОШ, 2016, 11) Найдите величины и направления ускорений осей всех блоков, изображённых на рисунке. Массы бруска и верхнего блока равны соответственно M и m . Остальные блоки невесомы, нить также невесома и нерастяжима. Трение в осях блоков пренебрежимо мало. Нити по блокам не проскальзывают, не лежащие на блоках участки нитей вертикальны. В начальный момент система покоилась.

$$b = \frac{v_1 + v_2}{v_3 - v_4} = \frac{v_5}{v_6} = \frac{v_7}{v_8} = \frac{v_9}{v_{10}}$$

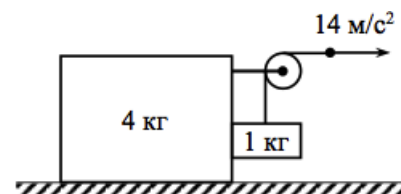


Задача 24. (МОШ, 2016, 9) Невесомая нерастяжимая нить перекинута через идеальный блок. К одному концу нити прикреплен груз массой m_2 , а другой конец нити наматывается на невесомую катушку радиусом r , расположенную внутри ящика массой m_1 . Катушка вращается электродвигателем с постоянной угловой скоростью ω . Участки нити, не прилегающие к блоку и катушке, в процессе движения вертикальны, система крепления катушки к ящику и электродвигатель очень лёгкие. Найдите модуль ускорения a груза m_2 .

$$b = \left| \frac{v_1 + \omega r}{v_2 - \omega r} \right| = v$$



Задача 25. (МОШ, 2018, 9) На гладком горизонтальном столе находится механическая система, изображённая на рисунке. Массы тел 4 кг и 1 кг. Свободный конец нити тянут в горизонтальном направлении с ускорением 14 м/с^2 (см. рисунок). Найдите силу натяжения нити. Блок невесом, нить невесома и нерастяжима, трения в оси блока нет, ускорение свободного падения равно 10 м/с^2 .



$$H \ 0z = \frac{v_1 + u_1 + \frac{u_1}{v_1}}{b + v_1} = \frac{v_1}{b + v_1} = \frac{v_1}{v_2}$$

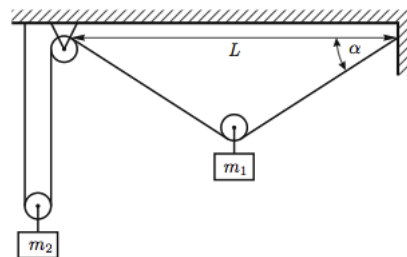
Задача 26. («Физтех», 2018, 11) Систему из трёх брусков, находящихся на горизонтальном столе, приводят в движение, прикладывая горизонтальную силу F (см. рис.). Коэффициент трения между столом и брусками и между соприкасающимися брусками m_1 и m_2 равен μ . Массы брусков $m_1 = m$, $m_2 = 2m$, $m_3 = 3m$. Массой горизонтально натянутой нити, массой блока и трением в его оси пренебречь.



- 1) Найти силу натяжения нити, если бруски m_1 и m_2 скрепить, а параметры F , m , μ подобрать такими, чтобы бруски двигались по столу как одно целое.
- 2) Найти силу натяжения нити, если параметры F , m , μ подобраны так, что нескреплённые бруски m_1 и m_2 движутся друг по другу, а бруски m_1 и m_3 — по столу.

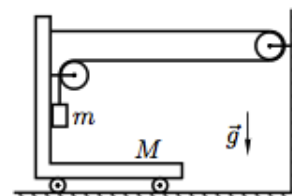
$$(b \omega r v_1 - \frac{v_1}{9}) \frac{v_1}{9} = \frac{v_1}{9} (\frac{v_1}{9} = 0) \frac{v_1}{9}$$

ЗАДАЧА 27. (Всеросс., 2014, РЭ, 10) К двум лёгким подвижным блокам подвешены грузы, массы которых равны m_1 и m_2 . Лёгкая нерастяжимая нить, на которой висит блок с грузом m_1 , образует с горизонтом угол α . Грузы удерживают в равновесии (см. рисунок). Найдите ускорение грузов сразу после того, как их освободят. Считайте, что радиусы блоков $r \ll L$.



$$\left(\text{единица времени} \right) \cdot \frac{v}{L} = \frac{v}{L} \cdot \frac{m_1 + m_2}{m_1 + m_2} \cdot g = \frac{v}{L} \cdot g$$

ЗАДАЧА 28. (Всеросс., 2011, РЭ, 11) На гладкой горизонтальной поверхности покоится уголок массы M , который с помощью лёгкой нити и двух блоков соединён со стенкой и бруском массы m (см. рисунок). Брусок касается внутренней поверхности уголка. Нити, перекинутые через блок, прикрепленный к стене, натянуты горизонтально.

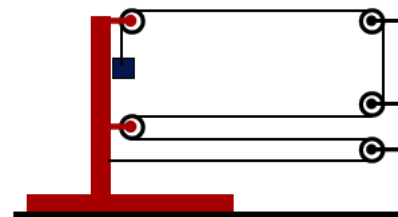


Вначале систему удерживают в состоянии покоя, а затем отпускают. Найдите ускорение a уголка.

Блоки лёгкие. Трение в системе отсутствует.

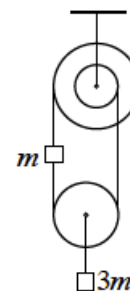
$$\frac{m + M}{2m} = v$$

ЗАДАЧА 29. («Покори Воробьёвы горы!», 2015, 10–11) Один из концов лёгкой нерастяжимой нити прикреплен к раме массой M , а на другом подвешен груз массы m . С помощью системы идеальных блоков и этой нити груз и рама связаны с неподвижной стенкой. Если раму удерживать, то неподвижный груз касается рамы. Трения между грузом и рамой нет, коэффициент трения между рамой и горизонтальной поверхностью равен μ . Найти ускорение рамы после отпущения. Ускорение свободного падения g .



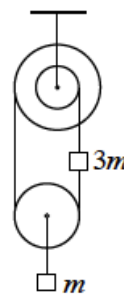
$$\left. \begin{array}{l} \frac{m + M}{2m} < \mu \text{ негэ} \\ \frac{m + M}{2m} \geq \mu \text{ игэ} \end{array} \right\} = A$$

ЗАДАЧА 30. («Росатом», 2017, 10) Блок склеен из двух дисков с радиусами R и $2R$, насаженных на одну и ту же горизонтальную ось, и подвешен к горизонтальному потолку. На блоки намотана невесомая нерастяжимая нить, к которой прикреплен груз массой m , как это показано на рисунке. Нить охватывает также нижний блок, размеры которого подобраны так, что все отрезки нити вертикальны. Второй груз массой $3m$ прикреплен к оси нижнего блока. Найти ускорения тел. Блоки невесомы.



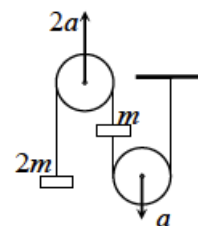
$$\frac{6g}{7} \text{ и } \frac{6g}{8}$$

ЗАДАЧА 31. («Росатом», 2017, 11) Блок склеен из двух дисков с радиусами R и $2R$, насаженных на одну и ту же горизонтальную ось, и подвешен к горизонтальному потолку. На блоки намотана невесомая нерастяжимая нить, к которой прикреплен груз массой m , как это показано на рисунке. Нить охватывает также нижний блок, размеры которого подобраны так, что все отрезки нити вертикальны. Второй груз массой $3m$ прикреплен к оси нижнего блока. Найти ускорения тел. Блоки невесомы.



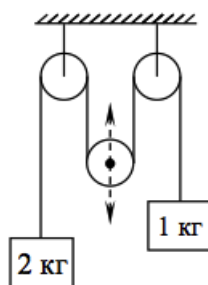
$$6 \frac{g}{9} \text{ и } 6 \frac{g}{10}$$

ЗАДАЧА 32. («Росатом», 2017, 11) В системе двух тел с массами m и $2m$, связанных нерастяжимой и невесомой нитью, второй конец которой прикреплен к потолку, и двух невесомых блоков (см. рисунок), ускорения блоков известны и равны a и $2a$. Какими силами нужно действовать на блоки?



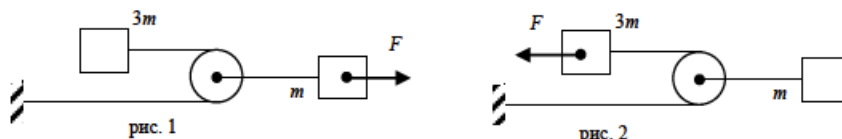
$$F_1 = 24ma + 4mg, F_2 = 28ma + 2mg$$

ЗАДАЧА 33. (МОШ, 2018, 10) С каким и в какую сторону направленным ускорением нужно двигать средний блок, чтобы левый груз, имеющий массу 2 кг, оставался неподвижным? Массой нити и блоков можно пренебречь. Нить нерастяжима, трение отсутствует. $g = 10 \text{ м/с}^2$.



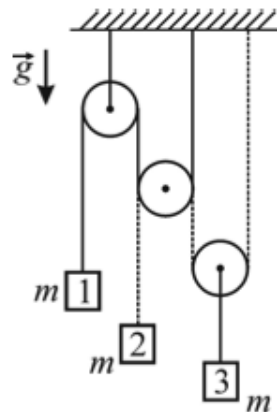
$$\text{Вниз с ускорением } g/2$$

ЗАДАЧА 34. (МОШ, 2017, 10) Если приложить силу F к телу массой m (рис. 1), то оно начнёт двигаться с ускорением $a_1 = 0,20 \text{ м/с}^2$. С каким ускорением a_2 придёт в движение это же тело, если силу F приложить к телу массой $3m$ (рис. 2)? Тела находятся на гладкой горизонтальной поверхности. Массой блока и нерастяжимых нитей можно пренебречь.



$$a_2 = 2a_1 = 0,40 \text{ м/с}^2$$

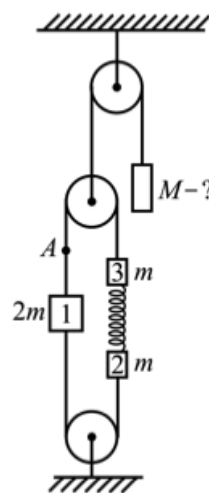
Задача 35. (МОШ, 2015, 10) Система, показанная на рисунке, состоит из трёх блоков, трёх одинаковых грузов, двух нитей (первая нить показана на рисунке сплошной линией, вторая — пунктирной) и короткой верёвочки. К концу первой нити, перекинутой через средний и левый блоки, прикреплен первый груз массой m . К концу второй нити, перекинутой через правый и средний блоки, прикреплен второй груз массой m . Третий груз такой же массой подвешен на верёвочке к оси правого блока. Участки нитей, не лежащие на блоках, вертикальны. Все блоки и нити можно считать невесомыми, нити и верёвочку нерастяжимыми, а силы трения пренебрежимо малыми. При вращении среднего блока первая и вторая нити не мешают друг другу. Найдите модули ускорений грузов.



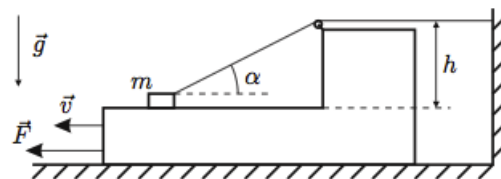
$$\boxed{\text{Модули ускорений грузов одинаковы и равны } g/3}$$

Задача 36. (МОШ, 2011, 10–11) В системе, изображённой на рисунке, все блоки — невесомые и вращаются без трения, все нити — невесомые и нерастяжимые (их жёсткость велика по сравнению с жёсткостью пружины). Пружина также невесома. Система находится в покое. При какой массе груза M груз 1 сразу после пережигания нити в точке A будет иметь ускорение большее, чем g ?

$$\boxed{m_0 < M}$$



Задача 37. (Всеросс., 2012, финал, 10) На платформе с прямоугольным выступом высотой h лежит небольшое тело массой m . К нему прикреплен один конец невесомой нерастяжимой нити, перекинутой через идеальный блок, установленный на выступе платформы (рис.). Вторым концом нити закреплен на вертикальной стене так, что участок нити между блоком и стеной горизонтален.

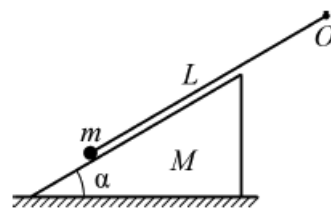


Платформу перемещают от стены с постоянной скоростью v . С какой силой F нужно тянуть платформу в тот момент, когда участок нити над платформой составляет угол α с горизонтом? Сила F горизонтальна и лежит в плоскости рисунка. Коэффициент трения между телом и платформой μ , между платформой и полом трения нет. Считайте, что во время движения груз от платформы, а платформа от пола не отрываются.

$$\boxed{F = \frac{m g \sin \alpha}{\cos \alpha + \mu \sin \alpha} + m g \cos \alpha}$$

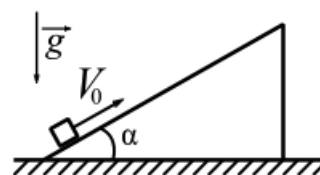
Подвижный клин

Задача 38. (МОШ, 2017, 9) На горизонтальной плоскости находится клин массой M , наклонная поверхность которого образует угол α с горизонтом. На клине лежит маленький шарик массой m , который соединён невесомой нерастяжимой нитью длиной L с неподвижной осью O , расположенной вне клина. Клин удерживают в таком положении, что нить параллельна наклонной поверхности клина. Трение в системе отсутствует. Клин отпускают, предоставляя системе возможность двигаться. Найдите модули ускорений шарика и клина относительно горизонтальной плоскости в момент сразу после отпущания клина. Нить можно считать очень длинной.



$$\frac{v_{\text{ш}} \sin \alpha + V}{v \cos \alpha} = V, \quad \frac{v_{\text{ш}} \sin \alpha + V}{v \sin \alpha} = v$$

Задача 39. («Физтех», 2019, 11) На гладкой горизонтальной поверхности стола покоится клин. Гладкая наклонная поверхность клина образует с горизонтом угол α такой, что $\cos \alpha = 0,6$. Если шайбе, находящейся у основания клина, сообщить начальную скорость V_0 вдоль поверхности клина (см. рис.), то к моменту достижения шайбой высшей точки траектории скорость шайбы уменьшается в $n = 5$ раз. В процессе движения шайба безотрывно скользит по клину, а клин по столу. Ускорение свободного падения g . Известными считать V_0 , n и α .



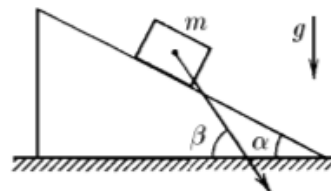
1. Найдите отношение m/M массы шайбы к массе клина.
2. На какую максимальную высоту H , отсчитанную от точки старта, поднимается шайба в процессе движения по клину?
3. Через какое время T после старта шайба поднимается на максимальную высоту?

$$\frac{v_{\text{ш}} \sin \alpha}{v \cos \alpha} = L, \quad \frac{v_{\text{ш}} \sin \alpha}{v \cos \alpha} = H, \quad \frac{v_{\text{ш}} \sin \alpha}{v \cos \alpha} = \frac{V_0}{u} (1)$$

Задача 40. Клин массой M находится на гладкой горизонтальной поверхности. По наклонной поверхности клина, образующей угол α с горизонтом, соскальзывает без трения брусок массой m . Найти ускорение клина.

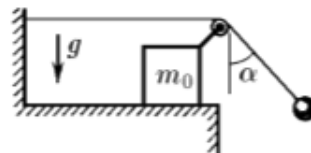
$$\frac{v_{\text{ш}} \sin \alpha + V}{v \cos \alpha} = V$$

Задача 41. (Савченко, 2.1.50) На гладкой горизонтальной плоскости находится клин с углом α при основании. Тело массы m , положенное на клин, опускается с ускорением, направленным под углом $\beta > \alpha$ к горизонтали. Определите массу клина.



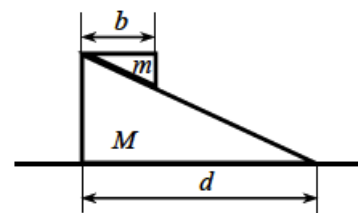
$$\frac{v_{\text{ш}} \sin \alpha - g \sin \alpha}{v \cos \alpha} = V$$

ЗАДАЧА 42. (Савченко, 2.1.49) К свободному концу нити, прикрепленной к стенке и переброшенной через ролик, подвешен груз. Ролик закреплен на бруске массы m_0 , который может скользить по горизонтальной плоскости без трения. В начальный момент нить с грузом отклоняют от вертикали на угол α и затем отпускают. Определите ускорение бруска, если угол, образованный нитью с вертикалью, не меняется при движении системы. Чему равна масса груза?



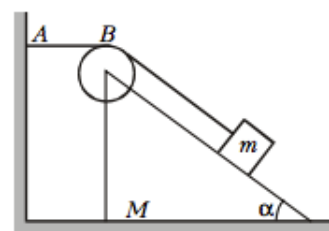
$$\frac{z(v \sin \alpha - l)}{v \sin \alpha} m_0 u = u : v \sin \alpha = v$$

ЗАДАЧА 43. (МОШ, 2017, 10) Какое расстояние S пройдёт нижняя призма, когда верхняя коснётся плоскости? Размеры и массы тел указаны на рисунке. В начальный момент система покоилась. Трения нет. Чему равен угол β между направлением вектора абсолютной скорости верхней призмы и горизонталью, если наклонная поверхность нижней призмы образует с горизонтом угол α ?



$$\left(v \sin \frac{M}{m+M} \right) \sin \alpha = g : \frac{m+M}{(q-p)u} = S$$

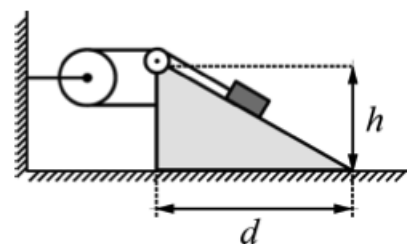
ЗАДАЧА 44. (Всеросс., 1999, финал, 9) На гладком горизонтальном столе стоит клин массой M с углом наклона α при основании (см. рисунок). На поверхности клина находится брусок массой m , привязанный лёгкой нитью к стене. Нить перекинута через невесомый блок, укреплённый на вершине клина. Отрезок нити AB параллелен горизонтальной поверхности стола. Вначале систему удерживают, а затем отпускают. При этом брусок начинает скользить по наклонной поверхности клина. Силы трения отсутствуют.



- 1) Найдите ускорение клина в этом случае.
- 2) Полагая α заданным, найдите, при каком отношении масс клина и бруска такое скольжение возможно.

$$\frac{v \cos \alpha}{z(v \cos \alpha - l)} < \frac{m}{M} \left(z : \frac{(v \cos \alpha - l) u \sin \alpha + M}{v \sin \alpha} \beta = v \right)$$

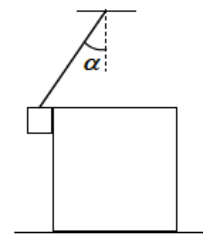
ЗАДАЧА 45. (МОШ, 2012, 10) На гладкой горизонтальной поверхности находится клин с высотой $h = 30$ см и шириной основания $d = 40$ см. На его гладкой наклонной плоскости находится маленькая шайба, соединённая с клином при помощи невесомой нерастяжимой нити, перекинутой через два блока (см. рисунок). Блоки невесомые и вращаются без трения, масса клина в $n = 8$ раз больше массы шайбы. С каким ускорением начнёт двигаться клин после отпускания? Ускорение свободного падения считайте равным $g \approx 9,8$ м/с². Движение клина — поступательное.



$$A = g \frac{n+4}{2 \sin \alpha} = \frac{v \cos \alpha - l + u}{v \sin \alpha} \beta = v$$

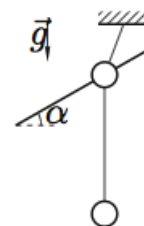
Разные системы

ЗАДАЧА 46. («Росатом», 2016, 9) Тело в форме куба массой $10m$ удерживают на гладкой горизонтальной поверхности. Второе тело массой m подвешено к потолку на невесомой нити, составляющей угол α с вертикалью, и касается куба. Тела отпускают. Найти ускорения тел. Трением пренебречь. Считать, что куб не переворачивается.



$$\frac{v}{\cos \alpha} \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = v \cdot \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = v$$

ЗАДАЧА 47. (Всеросс., 2008, ОЭ, 9) Массивный шарик насажен на стержень, жёстко закреплённый под углом α к горизонту, и может без трения скользить по нему. К шарикю на лёгкой нерастяжимой нити подвешен точно такой же шарик. Другая нить удерживает верхний шарик на стержне в равновесии (рис.).

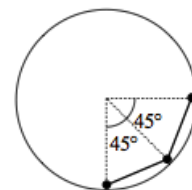


1) С какими ускорениями начнут движение шарикю сразу после пережигания верхней нити?

2) Пусть теперь шарикю соединены не нитью, а лёгкой пружиной. С какими ускорениями шарикю начнут движение в этом случае?

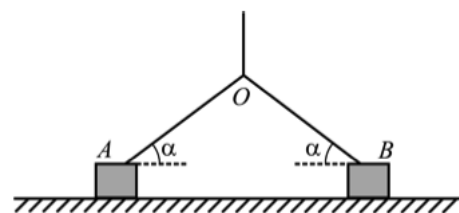
$$0 = g \cdot \sin \alpha \quad \frac{v}{\cos \alpha} \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = v \quad \left(\frac{v}{\cos \alpha} \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = g \cdot \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = v \right)$$

ЗАДАЧА 48. («Росатом», 2019, 10) Три одинаковых массивных шарикю связывают двумя невесомыми стержнями и удерживают в вертикальной плоскости так, что шарикю касаются внутренней поверхности закреплённой сферы (см. рисунок). В некоторый момент шарикю отпускают. Найти ускорения шарикю сразу после их освобождения. Трением пренебречь.



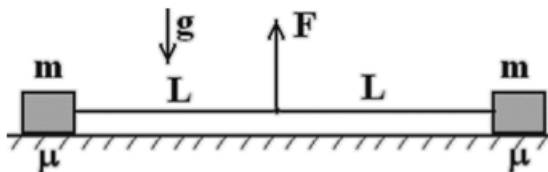
$$\frac{g}{\cos \alpha} = v$$

ЗАДАЧА 49. (МОШ, 2011, 10) На горизонтальном столе находятся два одинаковых грузикю, связанные невесомой и нерастяжимой нитью, образующей равнобедренный треугольник AOB (см. рисунок). Углы при основаниях треугольника равны α . В точке O к этой нити привязана другая нить, которую удерживают вертикально слегка натянутой. С каким минимальным ускорением нужно начать поднимать точку O , чтобы грузы оторвались от стола в момент начала своего движения?



$$\frac{v}{\cos \alpha} = g$$

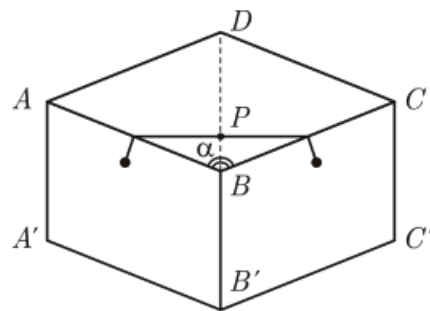
Задача 50. (МОШ, 2019, 11) Бруски равных масс $m = 1$ кг связаны нитью длины $2L = 50$ см и стоят на горизонтальном полу, коэффициент трения которого с брусками $\mu = 0,2$. Нить за её середину начинают тянуть с постоянной вертикальной силой $F = 10$ Н. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².



1. Каковы скорости брусков при столкновении? Выразите ответ в м/с и округлите до десятых.
2. При каком максимальном значении силы F бруски не столкнутся? Выразите ответ в Н и округлите до десятых.

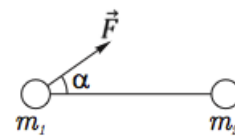
Н 8'8 (z :o/n v'I (I

Задача 51. (МОШ, 2018, 11) На подставку в форме прямой четырёхугольной призмы (в основании ромб $ABCD$, $\angle ABC = \alpha$, боковые грани — прямоугольники) кладут два маленьких груза, связанных тонкой невесомой натянутой нитью, и отпускают их. Трения нет. Массы грузов одинаковы. Середина нити (точка P) движется по диагонали DB . Грузы движутся по прямым линиям симметрично относительно плоскости $BB'D'D$. Найдите модули ускорений грузов и модуль ускорения середины нити. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².



$\frac{g}{8}$ uis $\delta = V = v$

ЗАДАЧА 52. (Всеросс., 2019, финал, 10) На гладком горизонтальном столе лежит гантель, состоящая из двух маленьких по размеру шайб, имеющих массы m_1 и m_2 , соединенных легким жестким (деформации стержня малы по сравнению с его размерами) стержнем длины L . В момент времени $t = 0$ на шайбу с массой m_1 начинает действовать постоянная по величине горизонтальная сила F . Направление действия силы всегда составляет один и тот же острый угол α со стержнем (рис.). Считайте известным, что при таком движении угловое ускорение стержня является постоянным.



В некоторый момент времени τ после начала действия силы стержень на мгновение оказался не напряженным (то есть ни сжатым, ни растянутым).

1. Найдите угловую скорость ω вращения стержня в момент времени τ .
2. Найдите угловое ускорение стержня $d\omega/dt$.
3. Чему равен промежуток времени τ ?
4. Найдите угол поворота стержня к моменту времени τ .

$$\omega \sin \frac{\tau}{L} = \frac{F \sin \alpha}{m_1 \cos \frac{\tau}{L}} \Lambda = \frac{F \sin \alpha}{m_1 \cos \frac{\tau}{L}} = \frac{F \sin \alpha}{m_1 \cos \frac{\tau}{L}} \Lambda = \omega$$