

## Эффект Холла

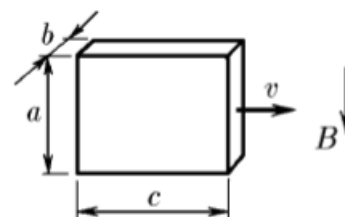
Если проводник находится в магнитном поле, то упорядоченное движение свободных зарядов проводника приводит к появлению поперечной разности потенциалов (*эффект Холла*). Упорядоченное движение зарядов — это либо ток в проводнике, либо перемещение самого проводника в магнитном поле<sup>1</sup>.

**ЗАДАЧА 1.** Металлический стержень длиной  $l$ , расположенный в горизонтальной плоскости, движется относительно лаборатории равномерно и поступательно в вертикальном однородном магнитном поле  $B$ . Скорость  $v$  стержня горизонтальна и направлена перпендикулярно стержню. Найдите разность потенциалов между концами стержня. Рассмотрите ситуацию: а) в лабораторной системе отсчёта; б) в системе отсчёта стержня.

$$l\mathcal{E}^a = U$$

*Мы приходим к важному выводу: металлический стержень, движущийся в магнитном поле (как описано в предыдущей задаче), превращается в батарейку с ЭДС  $\mathcal{E} = vBl$ . Эта ЭДС называется ЭДС индукции.*

**ЗАДАЧА 2.** (Савченко, 11.1.3) Металлический брусок, размеры которого  $a \times b \times c$  ( $b \ll a, c$ ), движется со скоростью  $v$  в магнитном поле индукции  $B$  так, как показано на рисунке. Найдите разность потенциалов между боковыми сторонами бруска и поверхностную плотность зарядов на них.

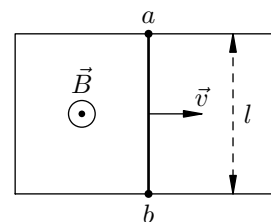


$$U = \varepsilon_0 v B b, \quad \sigma = \varepsilon_0 v B$$

**ЗАДАЧА 3.** (Савченко, 11.1.4) Предположим, что атом можно представить как шар радиуса  $r$  с равномерно распределённым отрицательным зарядом, в центре которого находится точечное ядро с положительным зарядом  $Ze$ . Найдите, с какой скоростью может, не распадаясь, двигаться такой атом поперёк магнитного поля с индукцией  $B$ .

$$\frac{Ze v^2}{\varepsilon_0 Z} > a$$

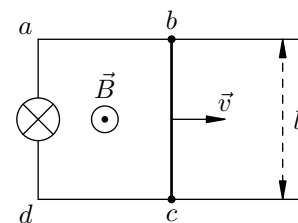
**ЗАДАЧА 4.** Прямоугольная проволочная рамка со стороной  $l$  находится в магнитном поле с индукцией  $B$ , перпендикулярной плоскости рамки. По рамке параллельно одной из её сторон без нарушения контакта скользит с постоянной скоростью  $v$  перемычка  $ab$  (см. рисунок), сопротивление которой равно  $R$ . Определите силу тока через перемычку. Сопротивлением остальной части рамки пренебречь.



$$I = \frac{vBl}{R}$$

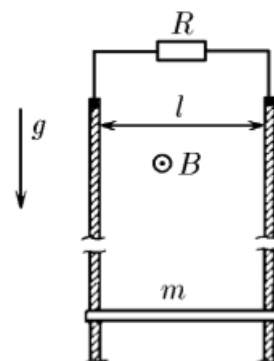
<sup>1</sup>Строго говоря, эффектом Холла называется появление поперечной разности потенциалов именно в ситуации, когда в магнитное поле помещается проводник с током. Мы, однако, распространяем этот термин и на другой случай — движение проводника в магнитном поле, поскольку принципиального физического различия между этими двумя случаями нет.

ЗАДАЧА 5. Плоскость прямоугольной проволочной рамки  $abcd$  перпендикулярна однородному магнитному полю с индукцией  $B = 10^{-3}$  Тл (см. рисунок). Сторона рамки  $bc$  длиной  $l = 1$  см может скользить без нарушения контакта с постоянной скоростью  $v = 10$  см/с по сторонам  $ab$  и  $dc$ . Между точками  $a$  и  $d$  включена лампочка сопротивлением  $R = 5$  Ом. Какую силу необходимо приложить к стороне  $bc$  для осуществления такого движения? Сопротивлением остальной части рамки пренебречь.



$$\int_{\tau_1}^{\tau_2} \mathcal{L} dt = \int_{\tau_1}^{\tau_2} \frac{d}{dt} \left( \frac{1}{2} m v^2 + \frac{1}{2} L I^2 \right) dt = \Delta \mathcal{E}$$

ЗАДАЧА 6. (Савченко, 11.1.19) В однородном магнитном поле индукции  $B$  находятся две вертикальные рейки, расположенные в плоскости, перпендикулярной линиям поля. По рейкам, расстояние между которыми равно  $l$ , может скользить проводник массы  $m$ . Определите установившуюся скорость этого проводника, если верхние концы реек замкнуты на сопротивление  $R$ . В какие виды энергии переходит работа силы тяжести?



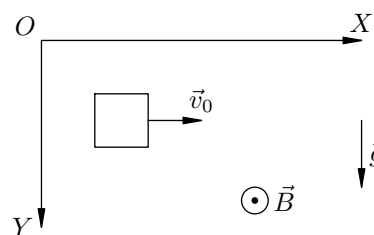
$$\text{опред в } \frac{d}{dt} \left( \frac{1}{2} m v^2 + \frac{1}{2} L I^2 \right) = \infty$$

ЗАДАЧА 7. (Савченко, 11.1.20) Определите в предыдущей задаче зависимость скорости проводника от времени при нулевой начальной скорости в случае, когда верхние концы реек замкнуты:

- на сопротивление  $R$ ;
- на ёмкость  $C$ .

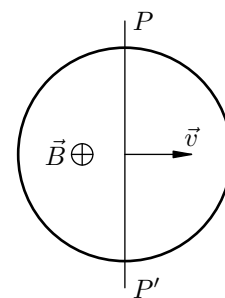
$$\frac{d}{dt} \left( \frac{1}{2} m v^2 + \frac{1}{2} L I^2 \right) = a \left( g \left[ \left( \frac{1}{2} m v^2 + \frac{1}{2} L I^2 \right) - \right] dx - \int \frac{d}{dt} \left( \frac{1}{2} m v^2 + \frac{1}{2} L I^2 \right) dt = a \left( \frac{1}{2} m v^2 + \frac{1}{2} L I^2 \right) \right)$$

ЗАДАЧА 8. Проволочной квадратной рамке массой  $m$  со стороной  $a$ , расположенной в вертикальной плоскости  $OXY$ , сообщают в горизонтальном направлении (вдоль оси  $X$ ) начальную скорость  $v_0$  (см. рисунок). Рамка движется в гравитационном поле, всё время находясь в магнитном поле, перпендикулярном плоскости рамки. Индукция магнитного поля зависит только от координаты  $y$  по закону  $B = B_0 + ky$ , где  $k$  — заданная константа. Найдите установившуюся скорость рамки. Сопротивление рамки равно  $R$ , ускорение свободного падения  $g$ .



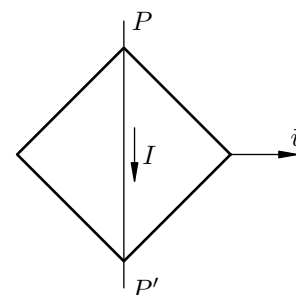
$$\left( \frac{d}{dt} \left( \frac{1}{2} m v^2 + \frac{1}{2} L I^2 \right) \right) + \frac{d}{dt} \left( \frac{1}{2} m v^2 + \frac{1}{2} L I^2 \right) = a$$

Задача 9. (МФТИ, 1992) Неподвижное проволочное кольцо расположено в однородном магнитном поле, линии индукции  $\vec{B}$  которого перпендикулярны плоскости кольца (см. рисунок). По кольцу скользит со скоростью  $\vec{v}$  (без нарушения электрического контакта) проволочная перемычка  $PP'$  ( $\vec{v} \perp PP'$ ). Определить направление и силу индукционного тока в кольце и в перемычке в тот момент, когда перемычка пересекает центр кольца, как это изображено на рисунке. Кольцо и перемычка выполнены из одного куска проволоки с удельным электрическим сопротивлением  $\rho$  и площадью поперечного сечения  $S$ .



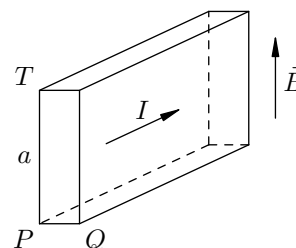
$$\frac{d\Phi}{dt} = \mu_0 I \frac{d}{dt} \left( \frac{\mu_0 I}{4\pi r} \right) = \mu_0 I \frac{d}{dt} \left( \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \right) = \mu_0 I \frac{d}{dt} \left( \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \right)$$

Задача 10. (МФТИ, 1992) Неподвижная проволочная перемычка  $PP'$  расположена в однородном магнитном поле, линии индукции которого перпендикулярны плоскости рисунка. По перемычке скользит в плоскости рисунка проволочная квадратная рамка со скоростью  $\vec{v}$  ( $\vec{v} \perp PP'$ ) без нарушения электрического контакта. В тот момент, когда центр рамки пересекает перемычку, по ней течёт ток силой  $I$ . Определить направление и величину индукции магнитного поля. Рамка и перемычка выполнены из одного куска проволоки с удельным электрическим сопротивлением  $\rho$  и площадью поперечного сечения  $S$ .



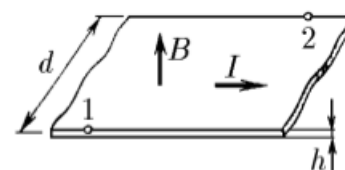
$$B = \frac{\mu_0 I \rho \sqrt{2}}{2(1+\sqrt{2})} = \frac{\mu_0 I \rho \sqrt{2}}{2(1+\sqrt{2})}$$

Задача 11. Металлическую полоску, по которой течёт ток  $I$ , помещают в однородное магнитное поле с индукцией  $B$  (см. рисунок). Объясните, почему внутри полоски при этом возникает поперечное электрическое поле (параллельное прямой  $PQ$ ), и найдите разность потенциалов между точками  $P$  и  $Q$ . Известно, что  $PT = a$  и концентрация свободных электронов равна  $n$ .



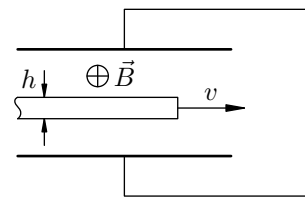
$$U = \frac{e n a}{B I}$$

Задача 12. (Савченко, 11.1.13) По проводящей ленте ширины  $d$  течёт ток  $I$ . Лента находится в магнитном поле индукции  $B$ . Направление поля перпендикулярно её плоскости. Найдите разность потенциалов между точками 1 и 2 ленты, если её толщина равна  $h$ , а объёмная плотность заряда носителей тока на ней равна  $\rho$ .



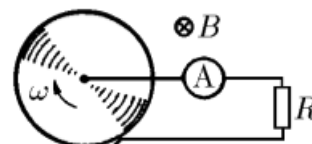
$$U = \frac{\rho d}{B I}$$

Задача 13. (МФТИ, 1996) Между закороченными пластинами плоского конденсатора с площадью пластин  $S$  и расстоянием  $d$  между ними движется параллельно пластинам с постоянной скоростью  $v$  проводящая лента толщиной  $h$  (см. рисунок). Ширина ленты больше размеров конденсатора. Конденсатор находится в магнитном поле с индукцией  $B$ , направленной вдоль пластин и перпендикулярно скорости ленты. Найдите наведённый заряд на пластинах конденсатора.



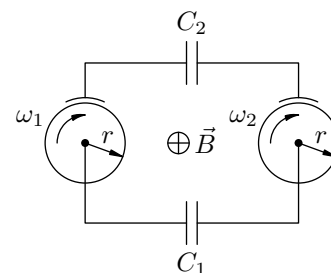
$$\frac{q-p}{4\pi\epsilon_0 S v^2} = b$$

Задача 14. (Савченко, 11.1.25) Проводящий диск вращается с угловой скоростью  $\omega$  в однородном магнитном поле индукции  $B$ , перпендикулярном плоскости диска. Что покажет амперметр, включённый через сопротивление  $R$ ? Найдите ток, если  $R = 1$  Ом, радиус диска  $r = 0,05$  м,  $\omega = 2\pi \cdot 50$  рад/с,  $B = 1$  Тл.



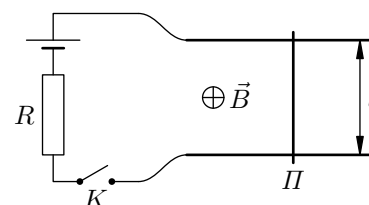
$$I = \frac{B\omega r^2}{2R}$$

Задача 15. (МФТИ, 1996) Два одинаковых проводящих диска радиусами  $r$  вращаются с угловыми скоростями  $\omega_1$  и  $\omega_2$  ( $\omega_1 > \omega_2$ ) в однородном магнитном поле с индукцией  $B$ , перпендикулярной их плоскостям (см. рисунок). Центры дисков с помощью проводников присоединены к конденсатору ёмкостью  $C_1$ , а ободы — через скользящие контакты к конденсатору ёмкостью  $C_2$ . Найти напряжения, которые установятся на конденсаторах.



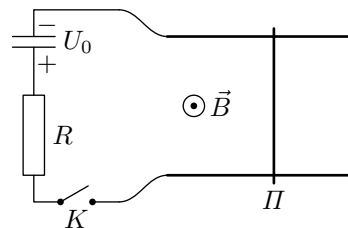
$$U_1 = \frac{C_2(\omega_1 - \omega_2)B^2 r^2}{2(C_1 + C_2)}; U_2 = \frac{C_1(\omega_1 - \omega_2)B^2 r^2}{2(C_1 + C_2)}$$

Задача 16. (МФТИ, 1997) На двух длинных гладких параллельных и горизонтально расположенных проводящих штангах лежит проводящая перемычка массой  $M$ . Расстояние между штангами равно  $l$ . Через резистор сопротивлением  $R$  и разомкнутый ключ  $K$  к штангам подключена батарея с некоторой постоянной ЭДС (см. рисунок). Штанги расположены в области однородного магнитного поля с вертикально направленной индукцией  $B$ . Пренебрегая внутренним сопротивлением батареи, сопротивлением штанг и перемычки, определить ускорение перемычки сразу после замыкания ключа, если известно, что после замыкания ключа максимальная установившаяся скорость, которую приобретает перемычка, равна  $v_0$ .



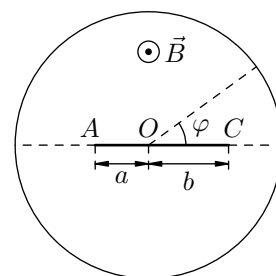
$$a = \frac{M B^2 l^2 v_0}{R}$$

Задача 17. (МФТИ, 1997) На двух длинных гладких параллельных и горизонтально расположенных проводящих штангах лежит проводящая перемычка  $\Pi$  массой  $M$  (см. рисунок). Через резистор сопротивлением  $R$  и разомкнутый ключ  $K$  к штангам подключён конденсатор ёмкостью  $C$ , заряженный до напряжения  $U_0$ . Штанги расположены в области однородного магнитного поля с вертикально направленным вектором индукции. Пренебрегая сопротивлением штанг и перемычки, определить ускорение перемычки сразу после замыкания ключа, если при замкнутом ключе и принудительном перемещении перемычки вдоль штанг с постоянной скоростью  $v_0$  на конденсаторе устанавливается разность потенциалов, равная  $U_1$ .



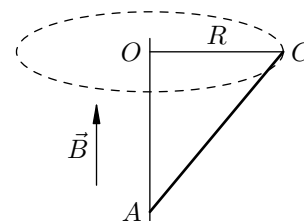
$$\frac{0.01M}{1.0 \cdot 10^{-4}} = v$$

Задача 18. (МФТИ, 2002) На горизонтальном непроводящем диске по его диаметру укреплен тонкий проводящий стержень  $AC$ . Диск находится в однородном магнитном поле с индукцией  $B = 10^{-2}$  Тл, перпендикулярной плоскости диска (см. рисунок), и совершает крутильные колебания относительно вертикальной оси, проходящей через точку  $O$ :  $\varphi = \varphi_0 \cos \omega t$ , где  $t$  — время. Длина стержня  $L = a + b$ , где  $a = 0,5$  м, а  $b = 1$  м. Определить максимальную разность потенциалов между концами стержня  $A$  и  $C$ , если  $\varphi_0 = 0,6$  рад, а  $\omega = 0,2$  рад/с.



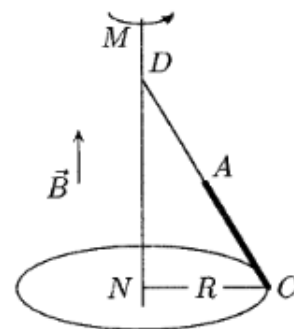
$$U^{\max} = \frac{1}{2} B \omega \varphi_0 (b^2 - a^2) = 4,5 \cdot 10^{-4} \text{ В}$$

Задача 19. (МФТИ, 2002) Металлический стержень  $AC$  одним концом (точка  $A$ ) шарнирно закреплён на вертикальном диэлектрическом стержне  $AO$ . Другой конец (точка  $C$ ) связан с вертикальным стержнем с помощью нерастяжимой непроводящей горизонтальной нити  $OC$  длиной  $R = 1$  м (см. рисунок). Стержень  $AC$  вращается вокруг стержня  $AO$  в однородном магнитном поле, индукция которого вертикальна и равна  $B = 10^{-2}$  Тл. Угловая скорость вращения стержня  $AC$  равна  $\omega = 60$  рад/с. Определить разность потенциалов между точками  $A$  и  $C$ .



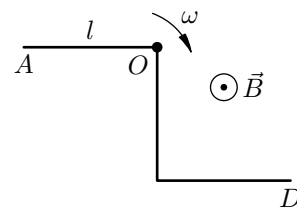
$$U = \frac{1}{2} B \omega R^2 = 0,3 \text{ В}$$

Задача 20. (МФТИ, 2002) Составной стержень, состоящий из проводящего стержня  $AC$  и непроводящего стержня  $AD$  (см. рисунок), вращается с угловой скоростью  $\omega = 100$  рад/с вокруг вертикальной оси  $MN$  в вертикально направленном однородном магнитном поле с индукцией  $B = 0,01$  Тл. Длины стержней одинаковы. Определить разность потенциалов между точками  $A$  и  $C$ , если точка  $C$  описывает в горизонтальной плоскости окружность радиуса  $R = 0,4$  м.



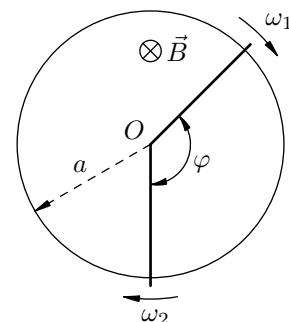
$$U = \frac{8}{3} B \omega R^2 = 0,06 \text{ В}$$

Задача 21. («Физтех», 2014, 11) В однородном магнитном поле в плоскости, перпендикулярной вектору магнитной индукции  $B = 200$  мТл, вращается с угловой скоростью  $\omega = 1$  рад/с относительно оси, проходящей через точку  $O$ , изогнутый проводящий стержень, состоящий из трёх одинаковых звеньев, соединённых под прямым углом. Длина каждого звена  $l = 60$  см. Определите разность потенциалов  $\varphi_A - \varphi_D$ , возникающую между точками  $A$  и  $D$ .



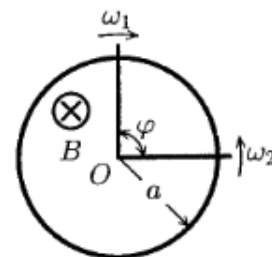
$$\varphi_A - \varphi_D = \frac{1}{2} B \omega l^2 = 36 \text{ мВ}$$

Задача 22. (МФТИ, 2003) Тонкое проволочное кольцо радиусом  $a$  расположено в однородном магнитном поле с индукцией  $B$ , перпендикулярной плоскости кольца. По кольцу скользят в одном направлении две перемычки с угловыми скоростями  $\omega_1$  и  $\omega_2$  ( $\omega_1 > \omega_2$ , см. рисунок). Перемычки и кольцо сделаны из одного куска провода, сопротивление единицы длины которого равно  $\rho$ . Определить величину и направление тока через перемычки, когда угол  $\varphi = 3\pi/4$ . Между перемычками в точке  $O$  и между кольцом и перемычками хороший электрический контакт.



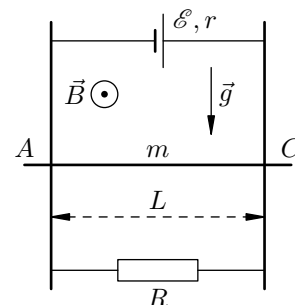
$$I = \frac{\rho a B (\omega_1 + \omega_2)}{2(\omega_1 - \omega_2)} = I$$

Задача 23. (МФТИ, 2003) Тонкое проволочное кольцо радиусом  $a$  расположено в однородном магнитном поле с индукцией  $B$ , перпендикулярной плоскости кольца. По кольцу скользят в противоположных направлениях две перемычки с угловыми скоростями  $\omega_1$  и  $\omega_2$  (см. рисунок). Перемычки и кольцо сделаны из одного куска провода, сопротивление единицы длины которого равно  $\rho$ . Определить величину и направление тока через перемычки, когда угол  $\varphi = \pi/2$ . Между перемычками в точке  $O$  и между кольцом и перемычками хороший электрический контакт.



$$I = \frac{4aB(\omega_1 + \omega_2)}{16 + 3\pi} = I$$

Задача 24. (МФТИ, 2006) Две вертикальные проводящие рейки (см. рисунок), расстояние между которыми  $L = 25$  см, находятся в однородном магнитном поле, индукция которого  $B = 1$  Тл направлена перпендикулярно плоскости рисунка. Сверху рейки соединены через батарею с ЭДС  $\mathcal{E} = 6$  В и внутренним сопротивлением  $r = 2$  Ом, а снизу — через резистор с сопротивлением  $R = 6$  Ом. В начальный момент проводящую перемычку  $AC$  массой  $m = 100$  г удерживают неподвижной, а затем отпускают. Через некоторое время перемычка движется вниз с установившейся скоростью.

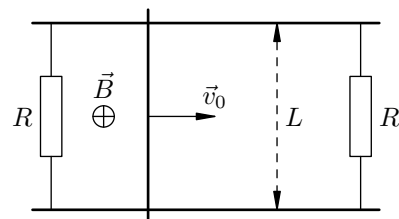


- 1) Найдите ток через перемычку при этой скорости.
- 2) Найдите установившуюся скорость перемычки.

Сопротивлением реек и перемычки пренебречь. При расчёте принять  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>.

$$I = \frac{1}{6} \text{ А}; v = \frac{1}{2} \text{ м/с}$$

Задача 25. (МФТИ, 2006) По двум горизонтальным проводящим рейкам (см. рисунок), расстояние между которыми  $L = 1$  м, может скользить без трения перемычка, масса которой  $m = 50$  г, а омическое сопротивление  $r = 0,5$  Ом. Слева и справа концы реек соединены через резисторы с сопротивлением  $R = 1$  Ом. Система находится в однородном вертикальном магнитном поле с индукцией  $B = 0,1$  Тл. Неподвижной перемычке сообщают начальную скорость  $v_0 = 50$  см/с вдоль реек.



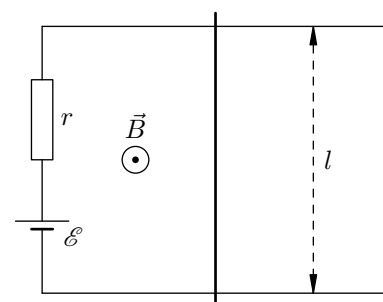
Вид сверху

- 1) Найдите зависимость тока через перемычку от её скорости.
- 2) На какое расстояние сместится перемычка?

Сопротивлением реек пренебречь. Перемычка расположена перпендикулярно рейкам.

$$I = \frac{2BLv}{R + r} = s \quad (2) \quad (1)$$

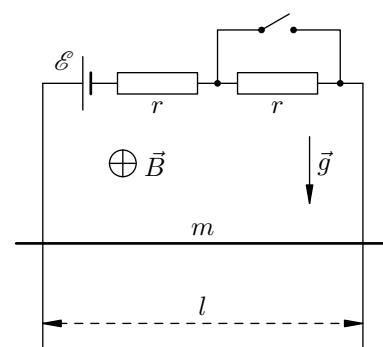
Задача 26. (МФТИ, 2007) По длинным параллельным проводящим горизонтальным рельсам, находящимся на расстоянии  $l$  друг от друга, может без трения скользить, не теряя электрического контакта и оставаясь перпендикулярной рельсам, проводящая перемычка (на рисунке изображён вид сверху). Рельсы соединены через резистор с сопротивлением  $r$  и идеальную батарею с ЭДС  $\mathcal{E}$ . Сопротивлением остальных участков цепи можно пренебречь. Система находится в вертикальном постоянном однородном магнитном поле с индукцией  $B$ , перпендикулярном плоскости рисунка. Если к перемычке приложить параллельно рельсам силу  $F$ , то перемычка будет оставаться неподвижной, а при вдвое большей силе (в том же направлении) через некоторое время устанавливается равномерное движение перемычки со скоростью  $v$ .



- 1) Найдите величину силы  $F$ .
  - 2) Найдите величину и направление скорости  $v$ .
- Считайте заданными  $\mathcal{E}$ ,  $r$ ,  $B$ ,  $l$ .

$$F = \frac{Bl\mathcal{E}}{r} = a \quad (2) \quad (1) \text{ (вправо)}$$

Задача 27. (МФТИ, 2007) По длинным вертикальным проводящим штангам, находящимся на расстоянии  $l$  друг от друга, может без трения скользить, не теряя электрического контакта и оставаясь перпендикулярной рельсам, проводящая перемычка массой  $m$ . Штанги соединены через два резистора с сопротивлением  $r$  и идеальную батарею с ЭДС  $\mathcal{E}$  (см. рисунок). Сопротивлением остальных участков цепи можно пренебречь. Система находится в горизонтальном постоянном однородном магнитном поле с индукцией  $B$ , перпендикулярном плоскости рисунка.



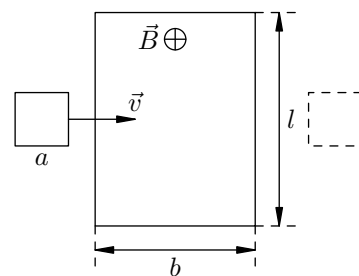
- 1) Найдите массу перемычки  $m$ , если при разомкнутом ключе она оказывается неподвижной.

2) После замыкания ключа через некоторое время устанавливается равномерное движение перемычки. Найдите величину и направление скорости  $v$  этого движения.

Считайте заданными  $\mathcal{E}$ ,  $r$ ,  $B$ ,  $l$ ,  $g$ .

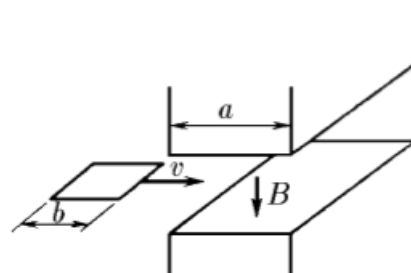
$$m = \frac{2Bl\mathcal{E}}{g} = a \quad (2) \quad (1) \text{ (влево)}$$

Задача 28. (МФТИ, 1993) Квадратную проволочную рамку с длиной стороны  $a$  и сопротивлением  $R$  протягивают с постоянной скоростью  $v$  через зазор электромагнита. Магнитное поле в зазоре однородно, и его индукция равна  $B$ . Плоскость рамки перпендикулярна вектору  $\vec{B}$  (см. рисунок). Пренебрегая краевыми эффектами, определить, какое количество теплоты выделится в рамке, если сторона рамки  $a$  меньше продольного размера зазора  $b$  и его поперечного размера  $l$ .



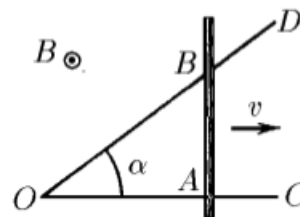
$$\frac{dQ}{dt} = \mathcal{E}$$

Задача 29. (Савченко, 11.1.9) Квадратный замкнутый виток проволоки, длина стороны которого  $b$ , а сопротивление единицы длины  $\rho$ , проходит с постоянной скоростью  $v$  зазор электромагнита. Магнитное поле в зазоре однородное, его индукция равна  $B$ . Считая поле вне этого зазора равным нулю, определите энергию, превратившуюся в тепло, для случаев, когда протяжённость зазора  $a$  в направлении движения витка меньше  $b$  и больше  $b$ , а в перпендикулярном направлении — больше  $b$ .



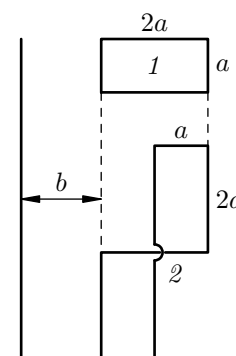
$$Q = \int \mathcal{E} dt = \int \frac{d\Phi}{dt} dt = \Delta\Phi$$

Задача 30. (Савченко, 11.1.10) Металлический стержень  $AB$ , сопротивление единицы длины которого  $\rho$ , движется с постоянной скоростью  $v$ , перпендикулярной  $AB$ , замыкая два идеальных проводника  $OC$  и  $OD$ , образующих друг с другом угол  $\alpha$ . Длина  $OC$  равна  $l$ , и  $AB \perp OC$ . Вся система находится в однородном постоянном магнитном поле индукции  $B$ , перпендикулярном плоскости системы. Найдите полное количество теплоты, которое выделится в цепи за время движения стержня от точки  $O$  до точки  $C$ .



$$\frac{dQ}{dt} = \mathcal{E}$$

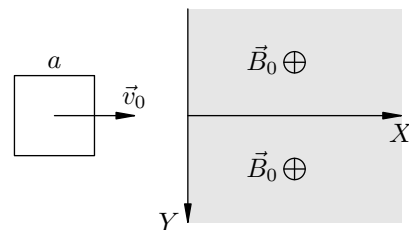
Задача 31. (МФТИ, 1994) Два проволочных контура, изготовленные из одного куска провода, движутся к длинному прямолинейному проводу с постоянным током. Контур 1 является прямоугольником со сторонами  $a$  и  $2a$ . Контур 2 состоит из двух прямоугольников со сторонами  $2a$  и  $a$  (см. рисунок). Когда оба контура находились на расстоянии  $b = a$  от провода, токи в контурах были равны. Определить отношение скоростей контуров в этот момент времени, если известно, что индукция магнитного поля, создаваемая током провода, обратно пропорциональна расстоянию от провода. Провод и оба контура расположены в одной плоскости.



$$\mathcal{E} = \frac{d\Phi}{dt}$$

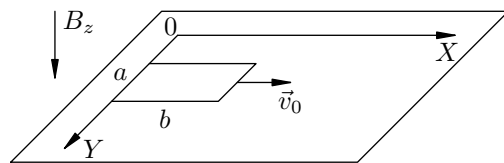


Задача 32. (МФТИ, 1997) Проволочный контур в виде квадрата со стороной  $a$ , массой  $M$  и общим сопротивлением контура  $R$  расположен на гладкой горизонтальной поверхности вблизи от границы области однородного магнитного поля ( $x \geq 0$ ) с индукцией  $B_0$ , перпендикулярной плоскости контура (см. рисунок). Контур сообщают скорость  $v_0$ , направленную перпендикулярно границе магнитного поля (ось  $Y$ ). Определить максимальную величину ускорения контура при его дальнейшем движении, включая область однородного магнитного поля. Самоиндукцией контура пренебречь.



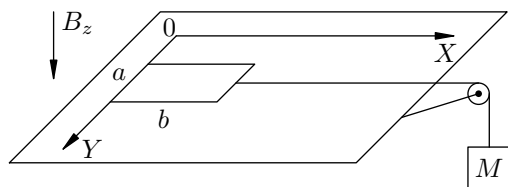
$$\frac{Y M}{0a^2 B_0^2 v} = \max |a|$$

Задача 33. (МФТИ, 2004) На гладкой горизонтальной поверхности стола расположена проволочная прямоугольная рамка массой  $m$  со сторонами  $a$  и  $b$  (см. рисунок). Рамка находится в магнитном поле, составляющая вектора индукции которого вдоль оси  $Z$  зависит только от координаты  $x$  и изменяется по линейному закону:  $B_z(x) = B_0(1 - \alpha x)$ , где  $B_0$  и  $\alpha$  — заданные константы. Рамке сообщают вдоль оси  $X$  скорость  $v_0$ . Пренебрегая самоиндукцией рамки, определить расстояние, пройденное рамкой до полной остановки. Омическое сопротивление рамки равно  $R$ . Рамка движется поступательно.



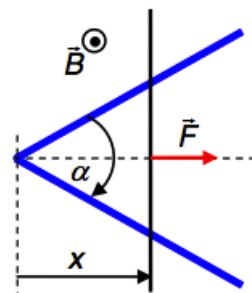
$$\frac{z(0) q q v v}{0a b v} = \tau$$

Задача 34. (МФТИ, 2004) На гладкой горизонтальной поверхности стола расположена проволочная прямоугольная рамка массой  $m$  со сторонами  $a$  и  $b$  (см. рисунок). Рамка находится в магнитном поле, составляющая вектора индукции которого вдоль оси  $Z$  зависит только от координаты  $x$  и изменяется по линейному закону:  $B_z(x) = B_0(1 - \alpha x)$ , где  $B_0$  и  $\alpha$  — заданные константы. С помощью нерастяжимой нити и неподвижного блока рамка связана с грузом массой  $M$ . Сначала груз удерживают, а затем отпускают, и рамка приходит в поступательное движение. Пренебрегая самоиндукцией рамки, определить максимальную мощность тепловых потерь в рамке. Омическое сопротивление рамки равно  $R$ .



$$Y \frac{z(0) q q v v}{0a b v} = \max M$$

ЗАДАЧА 35. («Покори Воробьёвы горы!», 2014, 2019, 10–11) Проводник, согнутый под углом  $\alpha$ , расположен в горизонтальной плоскости. Металлический стержень может без трения скользить перпендикулярно биссектрисе угла. Индукция однородного вертикального магнитного поля равна  $B$ . К стержню приложена горизонтальная сила  $F = kx$ , где расстояние  $x$  отсчитывается от вершины угла. Определить максимальную скорость стержня. В процессе движения стержень не теряет контакта с обеими сторонами угла. Сопротивление единицы длины стержня равно  $\rho$ , сопротивление проводника и контакта пренебрежимо мало.



$$\frac{v}{\rho} = \frac{2k}{\rho} \frac{1}{\sin \alpha} = \frac{2k}{\rho \sin \alpha}$$

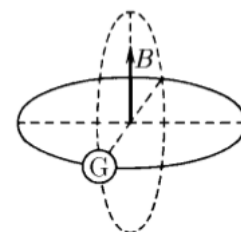
ЗАДАЧА 36. 1) На примере задачи 5 убедитесь, что ЭДС индукции в контуре  $abcd$  равна скорости изменения магнитного потока через этот контур:  $\mathcal{E} = \frac{d\Phi}{dt}$ .

2) На самом деле ЭДС индукции в контуре (неважно, реальном или воображаемом) *всегда* равна скорости изменения магнитного потока через этот контур! Убедитесь в этом на примерах задач 14 и 33. Указанный факт можно использовать в дальнейших задачах.

ЗАДАЧА 37. (Савченко, 11.1.16) Тонкое проводящее кольцо помещено в магнитное поле  $B$ , перпендикулярное плоскости кольца. Радиус кольца увеличивается с постоянной скоростью  $v$ . Определите зависимость тока в кольце от времени, если в начальный момент сопротивление кольца  $R_0$ , а радиус кольца  $r_0$ . Плотность и проводимость материала кольца при растяжении не меняются.

$$I = \frac{2\pi r_0^2 v B}{R_0(r_0 + vt)}$$

ЗАДАЧА 38. (Савченко, 11.1.17) Виток площади  $S$  расположен перпендикулярно магнитному полю индукции  $B$ . Он замкнут через гальванометр с сопротивлением  $R$ . Какой заряд протечёт через этот гальванометр, если виток повернуть параллельно полю?

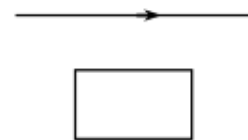


$$\frac{q}{RS} = b$$

ЗАДАЧА 39. В однородном магнитном поле с индукцией  $B = 0,1$  Тл расположен плоский проводочный виток так, что его плоскость перпендикулярна линиям индукции. Виток замкнут на гальванометр. Полный заряд, протекший через гальванометр при повороте витка, равен  $Q = 7,5$  мКл. На какой угол повернули виток? Площадь, охватываемая витком,  $S = 1000$  см<sup>2</sup>, сопротивление витка  $R = 2$  Ом.

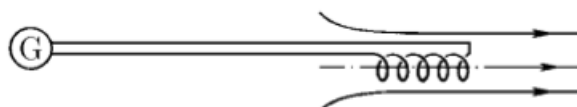
$$\cos \alpha = \left( \frac{QS}{RQ} - 1 \right) \cos \alpha = \alpha$$

ЗАДАЧА 40. («Росатом», 2019, 11) Около очень длинного прямого провода, по которому течет постоянный ток, находится прямоугольная проводящая рамка. Длинная сторона рамки параллельна проводу. Если повернуть рамку на угол  $180^\circ$  вокруг дальней от провода стороны, по ней пройдет заряд  $q_1$ . Если рамку из исходного положения, не поворачивая, сдвинуть так, что ближняя к проводу сторона займет место дальней, по рамке пройдет заряд  $q_2$ . Какой заряд пройдет по рамке, если из первоначального положения унести её на очень большое расстояние?



$$\frac{z}{z_b + 1b} = \epsilon b$$

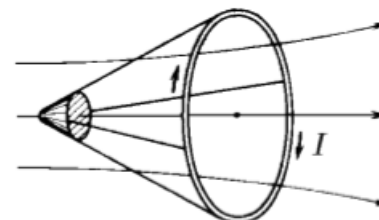
ЗАДАЧА 41. (Савченко, 11.1.18) Катушка датчика магнитного поля изготовлена из медного провода диаметра 0,2 мм. Радиус катушки 1 см. Удельное сопротивление  $1,7 \cdot 10^{-8}$  Ом · м.



Датчик определяет индукцию магнитного поля по заряду, который протекает через катушку, замкнутую на гальванометр, когда её вносят в магнитное поле так, что ось катушки совпадает с направлением поля. Определите индукцию магнитного поля, если через гальванометр, когда катушку внесли в поле, протёк заряд  $10^{-4}$  Кл.

$$B = \frac{8 \pi R^2}{b \sigma l} \cdot I \approx 1,1 \cdot 10^{-2} \text{ Тл}$$

ЗАДАЧА 42. (Савченко, 11.1.21) В осесимметричном магнитном поле тело можно ускорять, поддерживая в витке, связанном с телом и ориентированном перпендикулярно оси симметрии поля, постоянный ток  $I$ . Докажите, что приращение кинетической энергии тела вместе с витком пропорционально приращению магнитного потока через виток, и найдите коэффициент пропорциональности.

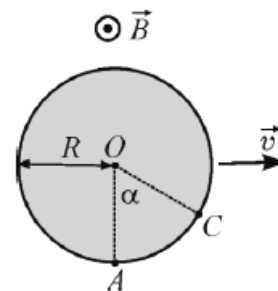


$$I = \eta$$

ЗАДАЧА 43. (Савченко, 11.1.22) В магнитном поле с большой высоты падает кольцо радиуса  $a$  и массы  $m$ . Сопротивление кольца  $R$ . Плоскость кольца все время горизонтальна. Найдите установившуюся скорость падения кольца, если вертикальная составляющая индукции магнитного поля изменяется с высотой по закону  $B = B_0(1 + \alpha h)$ .

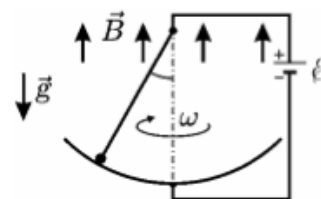
$$\frac{z (z^{\nu \nu} B_0 \alpha)}{R b u} = a$$

Задача 44. (МОШ, 2016, 11) Незаряженный металлический шарик радиусом  $R = 10$  см движется в однородном магнитном поле перпендикулярно вектору магнитной индукции  $\vec{B}$  с постоянной скоростью  $v = 1$  м/с. Поверхностная плотность зарядов на «полюсе» шара в точке  $A$  оказалась равной  $\sigma_0$ . Определите поверхностную плотность зарядов в точке  $C$ , направление на которую из центра шара составляет угол  $\alpha = 60^\circ$  с направлением  $OA$  (см. рисунок). Чему равна разность потенциалов точек  $A$  и  $C$ ? Модуль вектора индукции магнитного поля  $B = 2$  Тл.



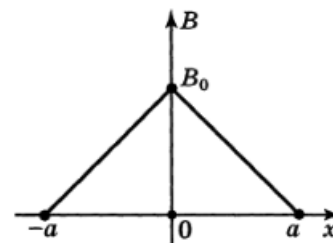
$$\sigma_C = \sigma_0 \cos \alpha = 0,5 \sigma_0$$

Задача 45. (МОШ, 2007, 11) На конце невесомого проводящего стержня закреплён маленький металлический шарик, касающийся гладкой проводящей сферической поверхности радиусом  $R = 0,8$  м. Второй конец стержня закреплён в центре сферы при помощи проводящего шарнира так, что стержень может вращаться без трения вокруг него, сохраняя электрический контакт со сферой. Эта система помещена в однородное вертикальное магнитное поле с индукцией  $B = 0,5$  Тл и подключена к батарее так, как показано на рисунке. Если стержень закрутить вокруг вертикальной оси в определённом направлении с частотой  $\omega = 5$  рад/с и под определённым углом к вертикали, то этот угол и частота вращения в дальнейшем не будут меняться. Определите этот угол и ЭДС батареи. Ускорение свободного падения принять равным  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>.



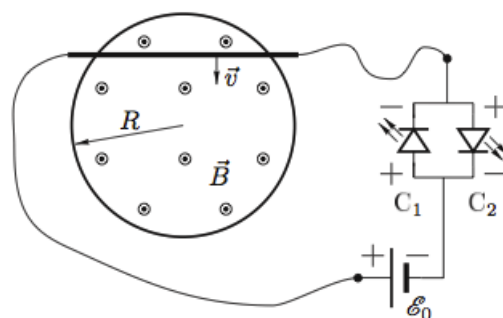
$$\epsilon = B \omega R^2 \left( \frac{v \omega}{g} - 1 \right) \cos \alpha = 0,09 \text{ В}$$

Задача 46. (Всеросс., 1993, ОЭ, 11) Проволочное колечко пролетает между полюсами магнита, не успев повернуться. Диаметр колечка  $D = 6$  мм, диаметр проволоки  $d$  ( $d \ll D$ ), её удельное сопротивление  $\rho_c = 2 \cdot 10^{-8}$  Ом·м и плотность  $\rho_n = 9 \cdot 10^3$  кг/м<sup>3</sup>. Оцените изменение скорости колечка за время пролета сквозь магнитное поле, если его скорость при влёте в поле равна  $v_0 = 20$  м/с. Вектор индукции  $\vec{B}$  магнитного поля перпендикулярен плоскости. Зависимость индукции магнитного поля от координаты  $x$  (вдоль траектории движения колечка) показана на рисунке, при этом  $a = 10$  см,  $B_0 = 1$  Тл. Можно считать, что  $a \gg D$ .



$$\Delta v \approx - \frac{B_0^2 D^2}{8 \rho_n \rho_c} \approx -0,25 \text{ м/с}$$

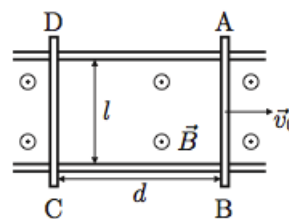
ЗАДАЧА 47. (Всеросс., 2007, финал, 11) Между круглыми полюсами радиусом  $R = 5$  см большого электромагнита, создающего в зазоре однородное магнитное поле с индукцией  $B = 1$  Тл, перпендикулярно линиям магнитной индукции движется с постоянной скоростью  $v = 10$  м/с металлический стержень (рис.).



Концы стержня, длина которого больше  $2R$ , соединены гибкими проводами со схемой, включающей батарею с ЭДС  $\mathcal{E}_0 = 0,5$  В и два светодиода  $C_1$  и  $C_2$ , которые горят при напряжении  $U \geq 0,25$  В и определённой полярности, указанной на рисунке. Будем считать, что в начальный момент времени стержень касается окружности (т. е. начинает пересекать при своём движении линии магнитной индукции). Определите напряжение  $U(t)$  на светодиодах и найдите моменты времени их зажигания и гашения на интервале времени движения стержня в магнитном поле ( $0 \leq t \leq 2R/v$ ). Качественно постройте график зависимости  $U(t)$  и укажите на нём интервалы зажигания светодиодов  $C_1$  и  $C_2$ .

См. конец листа

ЗАДАЧА 48. (Всеросс., 2012, финал, 11) По двум параллельным горизонтальным направляющим (рис.), расположенным на расстоянии  $l$  друг от друга, могут перемещаться без трения два металлических стержня АВ и CD, имеющие массу  $m$  и электрическое сопротивление  $R$  каждый. Однородное магнитное поле индукции  $B$  направлено перпендикулярно плоскости направляющих. В начальный момент времени стержни расположены на расстоянии  $d$  друг от друга и перпендикулярны направляющим. Стержень CD неподвижен, а стержню АВ сообщена скорость  $v_0$ , параллельная направляющим, в направлении от CD.



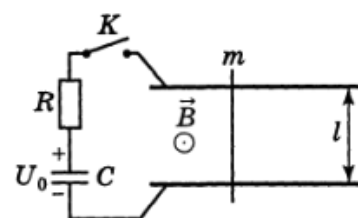
1) На каком расстоянии друг от друга будут находиться стержни через большой промежуток времени?

2) Сколько теплоты выделится в этой системе через большой промежуток времени?

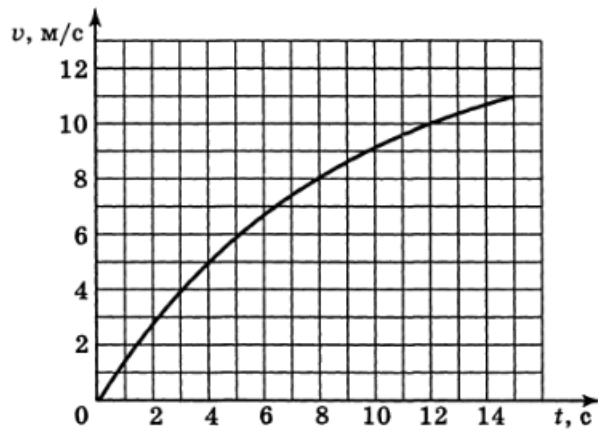
Сопротивлением направляющих можно пренебречь.

$$\frac{v}{v_0} = \mathcal{O} \left( \mathcal{Z} ; \frac{\mathcal{Z} l \mathcal{Z} \mathcal{H}}{R \mathcal{O} \mathcal{A} \mathcal{U}} + p = , p \text{ (I} \right.$$

ЗАДАЧА 49. (Всеросс., 1998, финал, 11) На двух гладких горизонтальных и параллельных рельсах, расстояние между которыми  $l = 2$  м, находится тонкая проводящая перемычка массой  $m = 0,01$  кг. Рельсы через ключ  $K$  и резистор сопротивлением  $R = 14$  кОм подключены к конденсатору, заряженному до некоторого напряжения  $U_0$ . Рельсы расположены в однородном магнитном поле с индукцией  $B = 1$  Тл, перпендикулярном их плоскости (рис. справа).



На рисунке ниже приведена экспериментально снятая зависимость скорости  $v$  перемычки от времени  $t$  после замыкания ключа  $K$ .



Пренебрегая омическим сопротивлением проводов, рельс и переключки, по заданному графику  $v(t)$  определите:

- 1) начальное напряжение  $U_0$  на конденсаторе;
- 2) ёмкость конденсатора;
- 3) установившуюся скорость переключки.

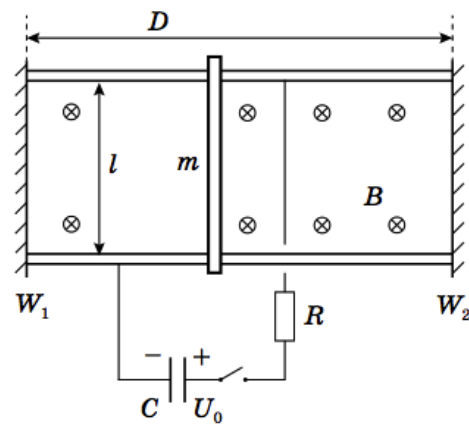
$$U_0 = \frac{mRv_0}{C} = \frac{m}{C} \left( v_0 - \frac{Hm}{BLv_0} \right) \frac{1}{R} = \frac{m}{C} \left( 11 - \frac{Hm}{BLv_0} \right) \frac{1}{R}$$

ЗАДАЧА 50. (Всеросс., 2004, финал, 11) Вблизи северного полюса вертикально расположенного намагниченного стержня (постоянного магнита) находится тонкая кольцевая катушка массой  $m = 10$  г (рис.). Катушка может свободно перемещаться вдоль вертикальной оси  $z$ . Если катушку заставить колебаться по гармоническому закону около этого положения с амплитудой  $A = 5$  мм и частотой  $\nu = 50$  Гц, то на её разомкнутых концах появится переменное напряжение с амплитудой  $\mathcal{E}_0 = 1$  В. Какой постоянный ток (по величине и направлению) нужно пропустить через катушку, чтобы она зависла в исходном положении?



$$I = \frac{2\pi\nu A m g}{B} = 0,154 \text{ A}; \text{ по часовой стрелке, если смотреть сверху}$$

ЗАДАЧА 51. (Всеросс., 2018, финал, 11) По двум горизонтальным проводящим рельсам может скользить без трения металлическая перемычка массой  $m$  (см. рис.). Расстояние между рельсами  $l$ . Движение перемычки ограничено двумя непроводящими жёсткими вертикальными стенками  $W_1$  и  $W_2$ , находящимися на расстоянии  $D$  друг от друга. К рельсам через ключ  $K$  последовательно подключены заряженный до напряжения  $U_0$  конденсатор ёмкости  $C$  и резистор сопротивления  $R$ . Перпендикулярно плоскости рельсов включено вертикальное однородное магнитное поле с индукцией  $B$ , такое, что  $m > B^2 l^2 C$  и  $DBl \gg RCU_0$ . В момент, когда ключ замкнули, перемычка покоилась посередине между стенками. Определите:



- 1) с какой стенкой произойдёт первое столкновение перемычки;
  - 2) скорость  $v_1$  перед первым столкновением;
  - 3) скорость  $v_n$  перед  $n$ -м столкновением.
- Все столкновения перемычки со стенками абсолютно упругие.

$$u \left( \frac{C l^2 B^2 + m}{C l^2 B^2 - m} \right)^{1/2} v_n = u_0 : \frac{C l^2 B^2 + m}{l B^2 C} = v_n$$

ЗАДАЧА 52. (IPhO, 2000)<sup>2</sup> Тонкое медное кольцо вращается относительно вертикальной оси, проходящей через его диаметр, в магнитном поле Земли. Величина индукции магнитного поля Земли в данной точке равна  $44,5 \text{ мкТл}$ . Вектор индукции направлен под углом  $64^\circ$  к горизонтали вниз. Определите, за какое время угловая скорость кольца уменьшится вдвое, если известно, что плотность меди равна  $8,90 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$ , а её удельное сопротивление равно  $1,70 \cdot 10^{-8} \text{ Ом} \cdot \text{м}$ . Это время много больше времени одного оборота. Трением в опорах и сопротивлением воздуха можно пренебречь. При решении данной задачи вы можете не учитывать явление самоиндукции, хотя на самом деле оно играет определённую роль<sup>3</sup>.

$$0,901 \cdot 10^3 = 2 \text{ мТл} \frac{v \cos 64^\circ}{v} = 2$$

ЗАДАЧА 53. (APhO, 2015) [Рекомендую читать сначала официальную английскую версию, поскольку перевод выполнен весьма сжато.]

- [Дробный квантовый эффект Холла / The fractional quantum Hall effect.](#)
- [Solution.](#)

<sup>2</sup>Первое задание на IPhO-2000 состояло из пяти независимых задач, и это — одна из них.

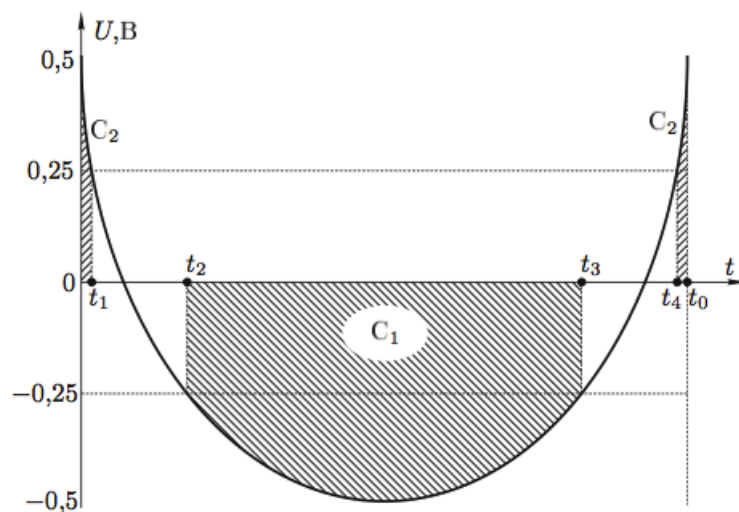
<sup>3</sup>От себя замечу, что задачу можно решить двумя способами. Сможете ли вы найти их оба?

### Ответ к задаче 47

Напряжение на светодиодах (разность потенциалов между верхней и нижней точками их подключения):

$$U(t) = \mathcal{E}_0 - 2Bv\sqrt{2Rvt - v^2t^2}.$$

График  $U(t)$  — полуэллипс ( $t_0 = 2R/v$ ):



Светодиод  $C_1$  светится на интервале  $[t_2; t_3]$ , где  $t_2 = 1,8$  мс,  $t_3 = 8,3$  мс.

Светодиод  $C_2$  светится на интервалах  $[0; t_1]$  и  $[t_4; t_0]$ , где  $t_1 = 0,15$  мс,  $t_4 = 9,85$  мс.