

Динамика маятника

Во всех задачах, говоря о маятнике, мы имеем в виду математический маятник — маленький груз, подвешенный на невесомой нерастяжимой нити. Кронштейн, на котором висит маятник, не мешает движению груза и нити. Сопротивлением воздуха пренебрегаем. Ускорение свободного падения равно g .

ЗАДАЧА 1. Маятник массы m отклонили на угол 90° от положения равновесия и отпустили без начальной скорости. Найдите силу натяжения нити в момент прохождения маятником положения равновесия.

бшг

ЗАДАЧА 2. Маятник массы m отклонили на угол $\alpha \leq 90^\circ$ от положения равновесия и отпустили без начальной скорости. Найдите силу натяжения нити в момент прохождения маятником положения равновесия.

$(v \cos \alpha - g) \cdot m$

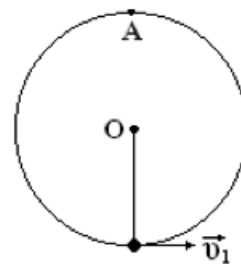
ЗАДАЧА 3. Маятник массы m вращается в вертикальной плоскости, совершая полный оборот. Найдите разность максимальной и минимальной сил натяжения нити.

бшг

ЗАДАЧА 4. Маленький груз висит в покое на невесомой нерастяжимой нити длины l . Какую минимальную горизонтальную скорость v_0 надо сообщить грузу, чтобы он совершил полный оборот в вертикальной плоскости?

$\sqrt{5gl}$

ЗАДАЧА 5. (МОШ, 2019, 10) Маленький шарик, подвешенный на нити, может вращаться в вертикальной плоскости вокруг оси O . Экспериментатор обнаружил, что наименьшая скорость, которую нужно сообщить шарiku, чтобы он достиг верхней точки траектории (точки A), равна v_1 . Затем экспериментатор заменил нить лёгким стержнем той же длины, который может без трения вращаться вокруг оси O . Какую минимальную скорость нужно сообщить шарiku теперь, чтобы он достиг точки A ?

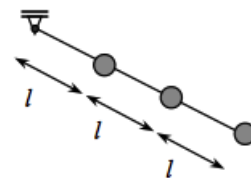


$v_1 \frac{g}{v_1} = \tau g$

ЗАДАЧА 6. Маленький груз висит в покое на невесомой нерастяжимой нити длины l . Грузу сообщают горизонтальную скорость $v_0 = \sqrt{3gl}$. На какой высоте h (над начальным положением груза) ослабнет нить? Опишите дальнейшее движение груза.

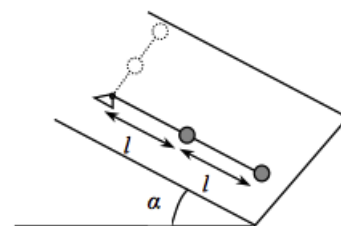
$h = \frac{v_0^2}{2g} = \frac{3gl}{2}$

ЗАДАЧА 7. (Всеросс., 2018, ШЭ, 10) Три небольших одинаковых шарика закреплены на прямой лёгкой спице, один из концов которой шарнирно прикреплен к потолку. Расстояния между соседними шариками и от шарнира до ближайшего к нему шарика одинаковы и равны l . Систему отклоняют, приведя спицу в горизонтальное положение, и отпускают без сообщения начальной скорости. Найдите отношение модулей сил натяжения спицы на её свободных участках в момент, когда система проходит положение равновесия.



57 : 44 : 25

ЗАДАЧА 8. (Всеросс., 2018, ШЭ, 11) На наклонной плоскости с углом наклона α к горизонту находится система из двух небольших одинаковых шариков, закреплённых на лёгкой спице, верхний конец которой закреплён шарнирно на плоскости. Расстояния между шариками и от шарнира до ближайшего к нему шарика одинаковы и равны l . Систему выводят из положения равновесия, повернув спицу на 90° (при этом шарики касаются плоскости), и отпускают без сообщения начальной скорости. Найдите отношение модулей сил натяжения спицы на её свободных участках в момент прохождения спицей положения равновесия. Трением можно пренебречь.



17
28

ЗАДАЧА 9. (Всеросс., 2016, ШЭ, 11) Шарик массой m подвешен на лёгкой нерастяжимой нити. Шарик отклоняют так, что нить составляет угол 45° с вертикалью, и отпускают. Найдите максимальный модуль силы натяжения нити в процессе движения шарика. Трением можно пренебречь.

$(2\sqrt{2} - 1) mg$

ЗАДАЧА 10. (МОШ, 2016, 11) Математический маятник колеблется с угловой амплитудой $\varphi_0 = 0,1$ рад. В момент прохождения маятником нижней точки своей траектории скорость маятника резко увеличили в 2 раза. Найдите новую угловую амплитуду колебаний φ_1 .

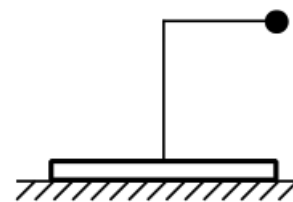
$\arcsin(2 \cos \varphi_0) \approx 0,2$ рад

ЗАДАЧА 11. («Физтех», 2016, 10–11) Маленький шарик массой m подвешен на нити и колеблется в вертикальной плоскости с угловой амплитудой $\varphi_0 = \arccos 0,8$.

- 1) Найти минимальную силу натяжения нити при колебаниях.
- 2) Найти максимальную силу натяжения нити при колебаниях.
- 3) Найти касательное ускорение шарика в момент, когда сила натяжения нити в 1,5 раза больше её минимального значения.

$0,8mg$; $1,4mg$; $2g$; $0,8g$; $1,5g$

ЗАДАЧА 12. («Физтех», 2019, 10) Брусок, к вертикальной стойке которого на нити прикреплен шарик массы m , покоится на шероховатой горизонтальной поверхности. Нить с шариком отклонили до горизонтального положения и отпустили без начальной скорости. Шарик движется в вертикальной плоскости по окружности. Брусок начинает скользить по поверхности в тот момент, когда нить составляет с вертикалью угол $\alpha = \frac{\pi}{4}$.



Коэффициент трения скольжения бруска по поверхности $\mu = \frac{4}{7}$. Ускорение свободного падения $g = 10 \text{ м/с}^2$. Нить и стойка легкие.

- 1) Найдите силу T натяжения нити в этот момент.
- 2) Найдите массу M бруска.

$$m \frac{g}{6} = N; \quad b w \frac{c}{g \wedge g} = L$$

ЗАДАЧА 13. («Физтех», 2012) Маленький шарик массой m висит неподвижно на невесомой нерастяжимой нити длиной l . Шарик толчком сообщают такую горизонтальную скорость, что при последующем движении шарик поднимается над начальной точкой на высоту, меньшую l , а минимальная сила натяжения нити равна $mg/3$. На какой высоте находился шарик в момент, когда сила натяжения нити равнялась mg ?

$$l \frac{6}{7} = y$$

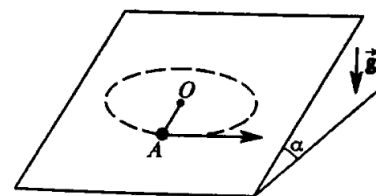
ЗАДАЧА 14. (МОШ, 2019, 10) Точка подвеса математического маятника длиной $l = 20 \text{ см}$ и массой $m = 0,6 \text{ кг}$ расположена на муфте массой $M = 5 \text{ кг}$, могущей скользить без трения по жёсткому неподвижному горизонтальному стержню. Удерживая муфту, маятник отклоняют от вертикали на угол $\alpha = 60^\circ$, и всю систему отпускают. Найти скорость u муфты, когда нить вертикальна. Ускорение свободного падения принять равным 10 м/с^2 . Ответ выразите в м/с и округлите до сотых.

$$c/n \ 91'0$$

ЗАДАЧА 15. (МОШ, 2019, 11) Математическому маятнику длиной 1 м и массой 200 г , находящемуся в положении равновесия, сообщают начальную скорость 1 м/с . Найдите значение импульса силы натяжения нити за время, прошедшее от начала движения до первой остановки маятника. Угол отклонения маятника от вертикали считайте малым. Ускорение свободного падения принять равным 10 м/с^2 . Ответ выразите в $\frac{\text{кг}\cdot\text{м}}{\text{с}}$ и округлите до целых.

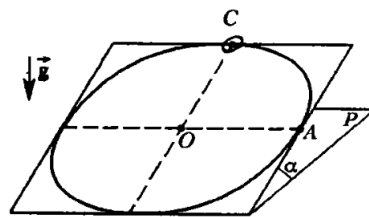
$$\frac{c}{n \cdot \text{гм}} \ 1$$

ЗАДАЧА 16. (МФТИ, 1999) На гладкой наклонной плоскости с углом наклона α к горизонту в точке O прикреплена нить длиной l . К другому концу нити привязан небольшой шарик (см. рисунок). В начальный момент шарик находится в положении равновесия в точке A . Какую минимальную скорость надо сообщить шарик в точке A вдоль наклонной плоскости в горизонтальном направлении, чтобы шарик совершил полный оборот, двигаясь по окружности?



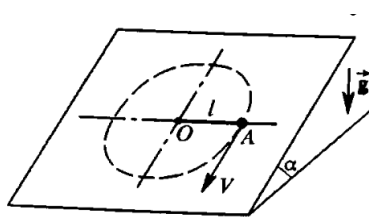
$$v \ \text{ms} \ l \beta \ g \wedge = 0 \alpha$$

Задача 17. (МФТИ, 1999) Обруч в форме окружности закреплён на столе в положении, когда его плоскость наклонена под углом α к горизонтальной поверхности P стола (см. рисунок). По обручу может скользить без трения небольшое колечко массой m . Вначале колечко удерживают в верхней точке C обруча. В результате незначительного толчка колечко приходит в движение. Найти модуль силы, с которой колечко действует на обруч в точке A , находящейся на горизонтальном диаметре обруча.



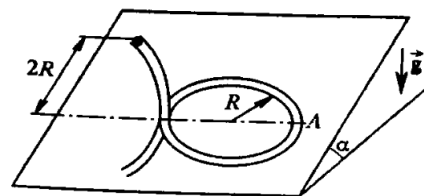
$$v_{\text{ц}} \sin \alpha + l \sqrt{1 + 3 \sin^2 \alpha} = \frac{J}{m}$$

Задача 18. (МФТИ, 1999) Небольшой шарик прикреплен с помощью нити длиной l к гвоздю, вбитому в доску с гладкой плоской поверхностью, наклонённой под углом α к горизонту (см. рисунок). Вначале шарик удерживают на доске в точке A , слабо натянув нить горизонтально вдоль доски. Какую минимальную скорость v_0 надо сообщить шарiku в точке A вдоль доски перпендикулярно нити, чтобы шарик совершил полный оборот, двигаясь по окружности?



$$v_{\text{ц}} \sin \alpha \sqrt{1 + 3 \sin^2 \alpha} = 0$$

Задача 19. (МФТИ, 1999) Тонкая трубка с петлёй в форме окружности радиуса R закреплена на наклонной плоскости с углом наклона α к горизонту (см. рисунок). В верхний конец трубки, находящийся на расстоянии $2R$ от горизонтального диаметра петли, опускают без начальной скорости маленький шарик массой m . Шарик скользит внутри трубки без трения. С какой силой (по модулю) действует шарик на трубку в точке A , находящейся на горизонтальном диаметре петли?



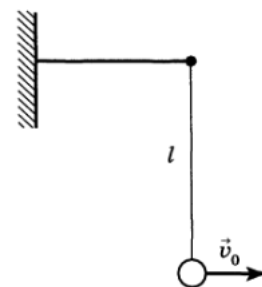
$$v_{\text{ц}} \sin \alpha \sqrt{1 + 15 \sin^2 \alpha} = \frac{J}{m}$$

Задача 20. (Всеросс., 2015, РЭ, 11) Маленький шарик колеблется на лёгкой нерастяжимой нити в поле тяжести g с большой угловой амплитудой α . Найдите величину ускорения, с которым движется шарик в те моменты времени, когда величина силы натяжения в 4 раза больше её минимальной величины. При каких значениях α возможна такая ситуация?

$$0.06 > \alpha \geq 0.09 \quad ; \quad b = v$$

[Овчинкин] → 4.32.

ЗАДАЧА 21. (Всеросс., 1992, ОЭ, 11) Маленький шарик подвешен к балке на тонкой невесомой нити длиной $l = 10$ см (рис.). Какую наименьшую скорость v_0 необходимо сообщить шару в горизонтальном направлении, чтобы он ударился о кронштейн в точке подвеса?



$$v_0 = \sqrt{2gl} = 14 \text{ см/с}$$

ЗАДАЧА 22. Шар массы M , движущийся со скоростью u , сталкивается с неподвижным шаром массы m . Происходит абсолютно упругий центральный удар. Покажите, что при $M \gg m$ скорость второго шара после удара будет приблизительно равна $2u$.

ЗАДАЧА 23. («Покори Воробьёвы горы!», 2014, 10–11) На двух невесомых нерастяжимых нитях почти одинаковой длины $l = 108$ см подвешены рядом два небольших шарика, один из которых очень тяжёлый, а другой — очень лёгкий. Тяжёлый шарик отводят в сторону, так что его нить составляет угол $\alpha = 57^\circ$ с вертикалью, и отпускают без начальной скорости. В результате происходит упругий лобовой удар тяжёлого шарика по лёгкому, причём перед ударом скорость тяжёлого шарика направлена горизонтально. Пренебрегая сопротивлением воздуха, найдите максимальную высоту подъёма лёгкого шарика после удара. Ответ записать в см, округлив до целых.

$$h \approx \frac{2l \cos^2 \alpha}{1 + \frac{m}{M}} \approx 188 \text{ см}$$