

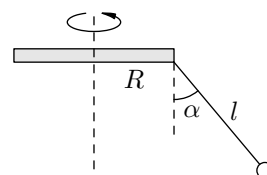
Конический маятник

Конический маятник — это небольшой груз, подвешенный на невесомой нерастяжимой нити и совершающий равномерное движение по окружности в горизонтальной плоскости. Нить маятника при этом заметает поверхность кругового конуса.

ЗАДАЧА 1. Найдите период вращения конического маятника, если его нить образует угол α с вертикалью. Длина нити равна l .

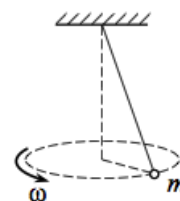
$$\frac{6}{\pi \cos \alpha} \sqrt{gl} = T$$

ЗАДАЧА 2. (*Карусель в парке*) Горизонтальный диск радиуса R вращается вокруг своей оси. На краю диска закреплена невесомая нерастяжимая нить длины l с небольшим грузом на другом конце (см. рисунок). Найдите угловую скорость вращения диска, если нить отклонена от вертикали на угол α .



$$\frac{\pi \sin \alpha + \pi}{\pi \sin \alpha} \sqrt{gl} = \omega$$

ЗАДАЧА 3. (*Всеросс., 2020, ШЭ, 11*) Шарик массой 500 г, подвешенный на невесомой растяжимой нити (резинке), равномерно вращается в горизонтальной плоскости, двигаясь по окружности, как показано на рисунке. Коэффициент жёсткости резинки 100 Н/м. Удлинение резинки подчиняется закону Гука.



1. До какой угловой скорости ω нужно раскрутить данный маятник, чтобы длина нити возросла на 30% (по сравнению с длиной в нерастянутом состоянии)? Ответ укажите в рад/с, округлив до десятых долей.
2. Какой угол с вертикалью составляет резинка при вращении с такой угловой скоростью, если кинетическая энергия шарика в 1,5 раза больше чем потенциальная энергия упругой деформации резинки? Ответ укажите в градусах, округлив до целого числа.

$$98 \text{ (} 7 \text{ '8'9 (1$$

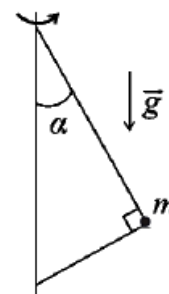
ЗАДАЧА 4. (*МОШ, 2016, 10*) Металлический шарик подвешен к потолку на нерастяжимой нити. Шарик вращается по окружности, лежащей в горизонтальной плоскости, с постоянной по модулю скоростью $v_1 = 2,5$ м/с, так что нить всегда составляет угол $\alpha = 30^\circ$ с вертикалью. Затем скорость шарика увеличили, и нить стала составлять угол $\beta = 45^\circ$ с вертикалью. Найдите модуль v_2 новой скорости шарика.

$$\frac{v_2}{v_1} \approx \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} \sqrt{\frac{g \cos \alpha}{g \cos \beta}} = \tau$$

ЗАДАЧА 5. («Физтех», 2016, 9, 11) Небольшой по размерам шарик массой m движется по окружности в горизонтальной плоскости, находясь от вертикальной оси вращения на расстоянии R . Шарик удерживается двумя нитями, угол между которыми равен 90° (см. рисунок). Верхняя нить составляет с осью вращения угол α ($\cos \alpha = 4/5$). Сила натяжения верхней нити в 3 раза больше, чем нижней.

- 1) Найти силу натяжения верхней нити.
- 2) Найти угловую скорость вращения.

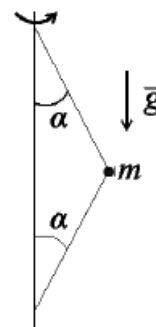
$$\frac{m g}{b \xi \Gamma} \Lambda = \omega \quad (\tau : b m \frac{\xi}{\xi} = L \quad \Gamma)$$



ЗАДАЧА 6. («Физтех», 2016, 10–11) Небольшой по размерам шарик массой m движется по окружности в горизонтальной плоскости, находясь от вертикальной оси вращения на расстоянии R . Шарик удерживается двумя нитями (см. рисунок), составляющими с осью вращения равные углы α ($\sin \alpha = 8/17$). Сила натяжения верхней нити в 5 раз больше, чем нижней.

- 1) Найти силу натяжения нижней нити.
- 2) Найти угловую скорость вращения.

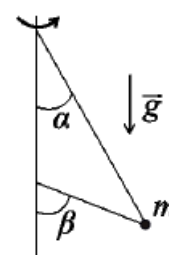
$$\frac{m g}{b \nu} \Lambda = \omega \quad (\tau : b m \frac{0 \theta}{L \Gamma} = L \quad \Gamma)$$



ЗАДАЧА 7. («Физтех», 2016, 11) Небольшой по размерам шарик массой m движется по окружности в горизонтальной плоскости, находясь от вертикальной оси вращения на расстоянии R . Шарик удерживается двумя нитями (см. рисунок), составляющими с осью вращения углы α ($\cos \alpha = 4/5$) и β ($\cos \beta = 3/5$). Сила натяжения верхней нити в 2 раза больше, чем нижней.

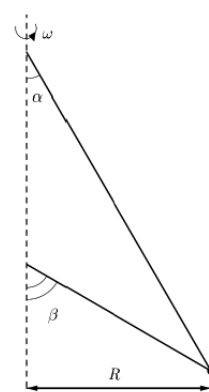
- 1) Найти силу натяжения нижней нити.
- 2) Найти угловую скорость вращения.

$$\frac{m \Pi \Gamma}{b \theta \Gamma} \Lambda = \omega \quad (\tau : b m \frac{\Pi}{\xi} = L \quad \Gamma)$$

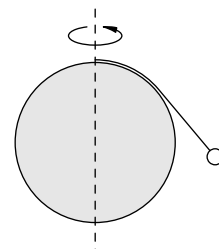


ЗАДАЧА 8. (Всеросс., 2017, РЭ, 9) Небольшой шарик массой m движется в горизонтальной плоскости по окружности радиуса $R = 25,0$ м вокруг вертикальной оси. Шарик удерживают две нити (рис.), составляющие с осью вращения углы $\alpha = 30^\circ$ и $\beta = 60^\circ$. Найдите значения угловой скорости ω , при которых силы натяжения нитей отличаются в два раза. Ускорение свободного падения $g = 9,81$ м/с².

$$\omega / \text{rad} \cdot g \approx \frac{g \cos \alpha + \nu \cos \alpha}{g \sin \alpha + \nu \sin \alpha} \frac{m}{b} \Lambda = \tau \omega : \nu / \text{rad} \quad L' \cdot g \approx \frac{g \cos \alpha + \nu \cos \alpha}{g \sin \alpha + \nu \sin \alpha} \frac{m}{b} \Lambda = \tau \omega$$

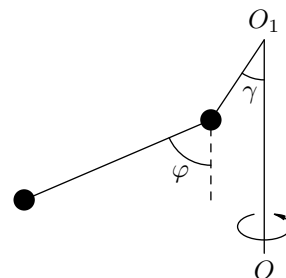


ЗАДАЧА 9. (МФТИ, 1993) Шар вращается с частотой $\nu = 0,7 \text{ с}^{-1}$ вокруг вертикальной оси, проходящей через его центр. К верхней точке шара прикреплена нить с небольшим телом (см. рисунок). Длина нити равна четверти длины окружности большого круга шара. С поверхностью шара соприкасается $2/3$ длины нити. Найти радиус шара.



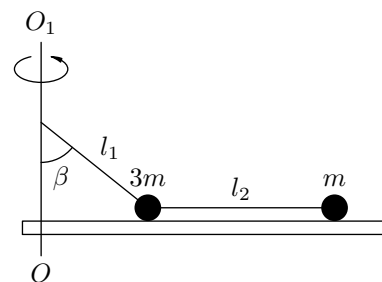
$$R \approx \frac{(\nu \wedge \pi + 8\Gamma) \tau \wedge \tau \wedge \pi}{3g} = 26 \text{ см}$$

ЗАДАЧА 10. (МФТИ, 2003) Вокруг вертикальной оси OO_1 вращается с постоянной угловой скоростью система из двух небольших по размерам шариков различной массы (см. рисунок). Нить, связывающая шарики, в три раза длиннее нити, прикреплённой к верхнему шару и оси вращения. Нити составляют углы γ и φ с вертикалью ($\sin \gamma = 3/5$, $\sin \varphi = 4/5$). Найдите отношение сил натяжения верхней и нижней нитей.



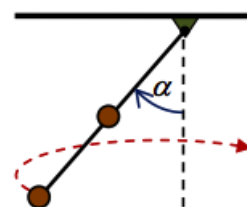
$$\frac{48}{29}$$

ЗАДАЧА 11. (МФТИ, 2003) Два небольших по размерам груза массами $3m$ и m связаны нитью длиной l_2 и прикреплены к вертикальной оси OO_1 нитью длиной l_1 , составляющей угол β с осью OO_1 (см. рисунок). Грузы находятся на горизонтальной платформе и вращаются вместе с ней вокруг оси OO_1 . При какой постоянной угловой скорости грузы будут давить на платформу с одной и той же силой? Трение между грузами и платформой пренебрежимо мало.



$$\frac{\tau_1 + g \sin \beta \wedge l_1 \tau}{g \wedge \beta_1 \wedge \tau} \wedge = \omega$$

ЗАДАЧА 12. («Покори Воробьёвы горы!», 2019, 10–11) К нижнему концу легкого жесткого стержня длиной L прикрепили маленький тяжелый шарик, а к его середине — второй, точно такой же. Верхний конец стержня закрепили шарнирно на потолке. Конструкцию отклонили от вертикали и подтолкнули таким образом, что во время движения стержень все время образует с вертикалью один и тот же угол α . С какой угловой скоростью вращается стержень? Трением в шарнире и сопротивлением воздуха пренебречь. Ускорение свободного падения g .

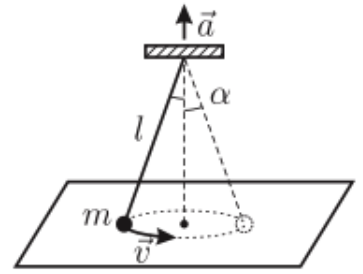


$$\frac{v \sin \alpha \wedge \tau \wedge \tau}{b g} \wedge = \omega$$

ЗАДАЧА 13. («Ломоносов», 2013) Свинцовый шар массой $m = 1 \text{ кг}$, подвешенный на невесомой нерастяжимой нити длиной $L = 1 \text{ м}$ в камере, из которой откачан воздух, движется по окружности в горизонтальной плоскости, совершая $n = 60$ оборотов в минуту. При этом нить всё время натянута. В некоторый момент времени в камеру впустили воздух. Какую работу A совершит сила сопротивления воздуха за время, в течение которого угловая скорость движения шара уменьшится в два раза? Считайте, что сила сопротивления достаточно мала. Размерами шара можно пренебречь. Ускорение свободного падения примите равным $g = 10 \text{ м/с}^2$.

$$ж \Gamma \wedge \tau \approx \left(\frac{\tau (u \wedge \tau) \wedge \tau}{\tau^2 \wedge b \wedge g} + \tau (T u \wedge \tau) \right) u \wedge \frac{\tau}{g} = A$$

Задача 14. (МОШ, 2008, 10) Небольшой груз массой m , привязанный нитью длиной l к платформе (см. рисунок), движется по гладкой поверхности стола со скоростью v , описывая окружность. Нить невесома и нерастяжима и образует угол α с вертикалью. Платформа начинает двигаться вверх с ускорением \vec{a} ; при этом вначале груз не отрывается от стола. Найдите величины действующих на груз сил натяжения нити T и реакции стола N сразу после начала движения платформы.



$$\frac{v \sin l}{v \sin \alpha} - v \sin \alpha = N : \frac{v \sin l}{v \sin \alpha} + \frac{v \sin \alpha}{v \sin \alpha} = L$$

[Овчинкин] → 2.50, 2.51, 2.52, 2.53, 2.54, 2.55.