Олимпиадная физика. 10 класс

Задачник 10.2023

Данное пособие содержит задачи для десятиклассников, которые предлагались в последние годы на следующих олимпиадах:

1. Всероссийская олимпиада школьников, ШЭ и МЭ в Москве (2020–2023)
2. Физтех (2022–2023)
3. Росатом (2021–2023)
4. Курчатов (2020–2023)
5. Шаг в будущее (2021–2023)
6. Инженерная олимпиада (2021–2023)
7. Всесибирская олимпиада (2015–2023)
8. Формула Единства / Третье тысячелетие (2019–2023)
9. Будущие исследователи — будущее науки (2015–2023)
10. Олимпиада КФУ (2019–2023)
11. Надежда энергетики (2015–2023)
12. Покори Воробьёвы горы! (2020 и 2023 — годы отдельного участия десятиклассников)

Годы, являющиеся левой границей промежутка дат для каждой олимпиады, выбраны из следующих соображений.

- Более ранние задачи олимпиад, имеющих номера 1–4 в приведённом списке, можно найти в олимпиадных листках. Кстати, пункты оглавления задачника дублируют названия данных листков, и каждый раздел задачника начинается со ссылки на соответствующий листок.
- В остальных случаях нижняя граница определялась либо наличием соответствующих материалов на сайтах олимпиад, либо моими личными возможностями :-)

Данный задачник не охватывает все те олимпиады, в которых может участвовать десятиклассник. Например, сюда не включены задачи Всеросса (РЭ, ЗЭ), МОШ и Высшей пробы. Заинтересованный читатель может найти их в соответствующих таблицах по указанным ссылкам.

Распределение задач по темам зачастую сделано «на глаз»; в дальнейшем (по мере моего осмысления) некоторые задачи могут переместиться в другие темы. Актуальная версия задачника находится по адресу: `http://mathus.ru/phys/10phys2023.pdf`.

Оглавление

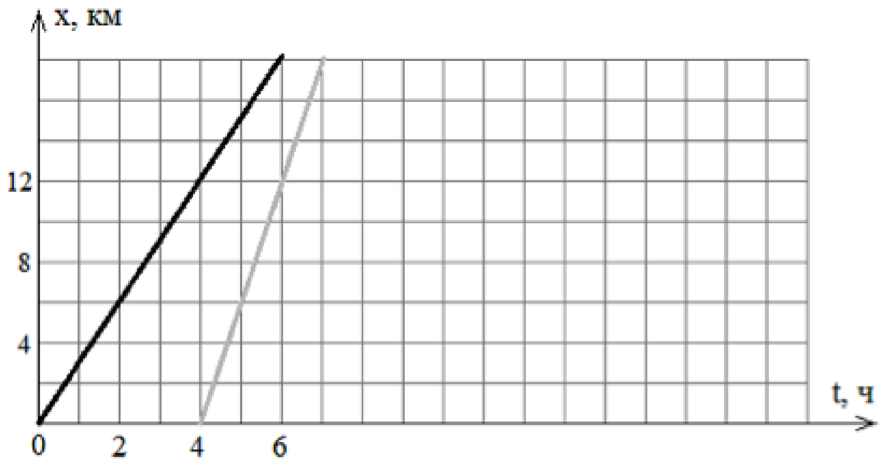
Глава 1

Механика

1.1 Равномерное движение

Дополнительные задачи — в листке Равномерное движение.

1.1.1. (*Всеросс., 2020, ШЭ, 10*) Двое туристов выходят с турбазы в разные моменты времени и идут по одной прямой дороге с постоянными скоростями (но каждый — со своей скоростью). На рисунке показаны графики зависимостей их координат x (ось OX направлена вдоль дороги) от времени t. Турбаза находится в начале координат.



1. Чему равна скорость туриста, который идёт быстрее? Ответ укажите в км/ч, округлив до целого числа.

2. Чему равна скорость туриста, который идёт медленнее? Ответ укажите в км/ч, округлив до целого числа.

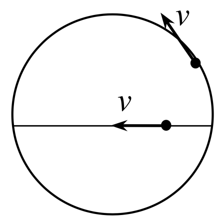
3. На каком расстоянии от турбазы туристы встретятся? Ответ укажите в км, округлив до целого числа.

1) 6; 2) 3; 3) 24

1.1.2. (*«Росатом», 2021, 10*) Феррари, Мерседес и Жигули движутся с постоянными скоростями по прямой дороге. Когда Мерседес и Жигули находились в одной точке, Феррари был на расстоянии S позади. Когда Феррари догнал Жигули, Мерседес был впереди них на расстоянии $2S/3$. На каком расстоянии позади Феррари и Мерседеса окажутся Жигули в тот момент, когда Феррари догонит Мерседес?

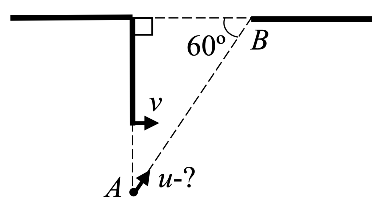
$\boxed{2S}$

1.1.3. (*«Росатом», 2023, 10*) Два тела одновременно начинают двигаться из одной точки с постоянными (и одинаковыми) скоростями v: одно — по окружности радиуса R, проходящей через эту точку, второе — по диаметру этой окружности (см. рис.). Через какое время после начала движения расстояние между телами будет максимальным? Чему равно максимальное расстояние между телами? Ограничиться рассмотрением промежутка времени, в течение которого второе тело прошло вдоль диаметра.



$\boxed{t = \frac{\pi R}{2v};\ S = \frac{R}{2}\sqrt{(\pi - 2)^2 + 4}}$

1.1.4. (*Всесиб., 2023, 10*) Дверь открыта на угол 90°. На полу в точке A, расположенной на линии продолжения двери, лежит маленький шарик. Линия AB, от этой точки до края дверного проема, находится под углом 60° к направлению стены. Дверь начинают закрывать, двигая ее край с постоянной скоростью v. Одновременно с этим шарик запускают в направлении точки B, в результате чего он успевает проскочить в дверной проем, не задев двери. Определите предельный минимум скорости шарика, при которой описанный сценарий реализуется. Шарик движется с постоянной скоростью и имеет пренебрежимо малый размер. Дверь и дверной проем имеют одинаковую ширину.



$\boxed{\frac{6v}{\pi}}$

1.1.5. (*«Надежда энергетики», 2019, 10*) Основной объект любой железнодорожной сортировочной станции — «сортировочная горка». Для формирования различных поездов локомотив толкает на горку состав из требуемых вагонов. Вагоны на вершине горки отцепляются по одному и затем скатываются с горки самостоятельно, распределяясь по разным путям с помощью стрелочных переводов. На свой сортировочный путь вагон попадает, двигаясь по инерции. Каждый такой путь закачивается тупиковой призмой с расположенным на ней пружинным упором. Пусть по одному сортировочному пути в какой-то момент едут в направлении тупика $N = 8$ одинаковых вагонов. Расстояние от тупика до ближайшего вагона 100 м, до второго 200 м, до следующих 300 м, 500 м, 800 м, 900 м, 1300 м и 1500 м соответственно. Скорости вагонов в этот момент равны 5,4 км/ч; 9 км/ч; 16,2 км/ч; 21,6 км/ч; 28,8 км/ч; 32,4 км/ч; 43,2 км/ч; 54 км/ч соответственно. Определите, на каком расстоянии от тупика будут находиться вагоны и какие у них будут скорости, когда самый дальний от тупика вагон будет на том же месте, что и в начальный момент (1500 м от тупика), но будет удаляться от тупика. Считать столкновения вагонов с тупиковым упором и между собой абсолютно упругими, сопротивлением движению и размерами вагонов пренебречь.

$\boxed{\text{Расстояния: 200, 300, 600, 700, 800, 900, 1100, 1500 м; скорости: 5,4; 9; 16,2; 21,6; 28,8; 32,4; 43,2; 54 км/ч}}$

1.2 Равноускоренное движение

Дополнительные задачи — в листке Равноускоренное движение.

1.2.1. (*Всеросс., 2023, ШЭ, 10*) Велосипедист разгоняется вдоль прямой с постоянным ускорением. Некоторый участок пути длиной 50 м он преодолевает со средней скоростью 7 м/с, увеличив на нём скорость на 6 м/с.

1. Определите мгновенную скорость велосипедиста в середине этого участка пути. Ответ приведите в м/с, округлив до десятых долей.

2. Определите время, за которое велосипедист преодолел вторую половину этого участка пути. Ответ приведите в секундах, округлив до десятых долей.

1) 7,6; 2) 2,8

1.2.2. (*Всеросс., 2022, МЭ, 10*) Тело движется из состояния покоя вдоль прямой с постоянным ускорением. За некоторое время t_0 после начала движения тело проходит 1 м. Расстояния, проходимые телом за n-ую и $(n+1)$-ую секунды после этого, относятся как соответствующие натуральные числа: $\frac{S_n}{S_{n+1}} = \frac{n}{n+1}$.

1. Чему равно время t_0? Ответ выразите в секундах, округлите до десятых долей.

2. Найдите модуль ускорения a тела. Ответ выразите в м/с^2, округлите до целого числа.

1) 0,5; 2) 8

1.2.3. (*Всеросс., 2023, МЭ, 10*) Автомобиль движется со скоростью 24 м/с. В момент, когда он находится на расстоянии 420 м до светофора железнодорожного переезда, светофор начинает мигать красным светом. В течение некоторого времени после этого автомобиль продолжает движение с постоянной скоростью, а затем тормозит с постоянным ускорением 1,6 м/с^2 и останавливается непосредственно перед светофором.

1. Найдите время движения автомобиля от момента включения светофора до остановки. Ответ выразите в с, округлите до целого числа.

2. При какой начальной скорости автомобиля время всего движения до момента остановки у светофора оказалось бы минимальным, если автомобиль при торможении движется с тем же самым постоянным ускорением? Ответ выразите в м/с, округлите до целого числа.

3. Успеет ли избежать аварии автомобиль, если начнёт тормозить с ускорением 0,8 м/с^2 через 2 с после срабатывания светофора?

   А) успеет;

   Б) не успеет.

1) 25; 2) 37; 3) А

1.2.4. (*Всесиб., 2015, 10*) Два пассажира с билетами в один вагон стоят на платформе у головы состава. Когда поезд тронулся, они побежали с одинаковой скоростью $v = 5$ м/с, первый против хода поезда, а второй — по ходу. Первый пассажир добрался до своего вагона через время $t_1 = 8$ с. Через какое время до этого вагона доберётся второй, если ускорение поезда $a = 1$ м/с^2?

$\boxed{t_2 = 2v/a + t_1 = 18 \text{ с}}$

1.2.5. (*Олимпиада КФУ, 2021, 10*) Тело начинает вращаться из состояния покоя вокруг неподвижной оси с постоянным угловым ускорением γ до угловой скорости ω, а затем вращается с этой угловой скоростью. Через некоторое время тело начинает останавливаться с тем же постоянным угловым ускорением γ. В момент, когда его угловая скорость достигает нуля, движение прекращается. За все время движения тело совершило N полных оборотов. Сколько времени заняло вращение тела?

$\boxed{\frac{2\pi N}{\omega} + \frac{\omega}{\gamma}}$

1.2.6. (*«Формула Единства» / «Третье тысячелетие», 2023, 10*) Два квадрокоптера летают на разных фиксированных высотах по концентрическим окружностям разного радиуса, но всё время находятся на одной прямой относительно оператора, стоящего на земле. Оператор ошибся и коптер, летевший на меньшей высоте, начал ускоряться. В момент времени, когда они впервые снова оказались на одной прямой с оператором, скорости коптеров стали одинаковыми. При этом коптер, который двигался равноускоренно, сделал $n = 5$ оборотов.

По окружности какого радиуса летел ускоряющийся коптер, если второй летел по окружности радиуса $r_2 = 24$ м?

$\boxed{16 \text{ м}}$

1.3 Вертикальное движение

Дополнительные задачи — в листке Вертикальное движение.

1.3.1. (*«Формула Единства» / «Третье тысячелетие», 2023, 10*) Вова и Ваня играли в пинг-понг. Вова сильно, но неточно ударил ракеткой по теннисному шарику, шарик полетел в потолок, отскочил от потолка, ударился о пол и стал прыгать. После первого удара о пол скорость шарика была равна $v_1 = 7$ м/с и направлена вертикально вверх. При каждом ударе о пол шарик теряет $k = 14\%$ скорости.

Найдите время от момента первого удара до остановки, в течение которого шарик будет прыгать на полу.

Примечание. Движение шарика вертикальное, временем каждого удара и сопротивлением воздуха пренебрегите, ускорение свободного падения $g = 10$ м/с^2.

$\boxed{10 \text{ с}}$

1.4 Неравномерное движение

Дополнительные задачи — в листке Неравномерное движение.

1.4.1. (*Всесиб., 2023, 10*) В момент времени, принятый за ноль, от космической станции с нулевой начальной скоростью и небольшим постоянным ускорением отправляется ракета. Через время τ вслед за ракетой отправляется космический дрон с грузом, забытым экипажем ракеты. Дрон периодически, с интервалом времени τ, измеряет относительную скорость ракеты и коротким (на время много меньше τ) включением двигателя сообщает себе прибавку скорости на u больше измеренной величины. Через какое время после старта ракеты дрон ее догонит, если второе сделанное им измерение показало значение $v_2 = 2u/3$ (первое производилось при старте)?

$\boxed{5{,}2\tau}$

1.4.2. (*«Надежда энергетики», 2018, 10*) Каждый год в НИУ МЭИ проходит «Ночь техники», на которую приезжают старшеклассники. В этом году в учебной лаборатории кафедры физики они наблюдали траекторию движения электронного пучка в электровакуумном приборе под действием электрического и магнитного полей. После опытов преподаватель предложил им решить следующую задачу: «Тонкое закреплённое металлическое кольцо радиусом R заряжено положительным зарядом. На оси кольца на одинаковых расстояниях R от плоскости кольца располагаются точки A и B Из точки A в точку B начинает двигаться со скоростью v_A положительно заряженная частица. Как изменится время движения частицы из точки A в точку B, если заряд частицы изменить на противоположный?» Ответьте на вопрос задачи и объясните ответ.

Если заряд кольца $Q > 0$, то $t_1 < t_2$

1.5 Относительность движения

Дополнительные задачи — в листке Относительность движения.

1.5.1. (*Всесиб., 2018, 10*) По реке на расстоянии L от берега плывет плот. В некоторый момент к плоту от причала вышел катер, двигаясь все время по прямой. Через время t катер повстречался с плотом, и в течение времени τ они плыли по течению вместе. Затем катер отчалил от плота и, снова двигаясь по прямой, через то же время t опять пристал к причалу. Определите скорость V катера относительно воды, если скорость течения равна U.

$\boxed{V = \sqrt{\frac{L^2}{t^2} + U^2 \left(1 + \frac{\tau}{2t}\right)^2}}$

1.5.2. (*«Надежда энергетики», 2017, 10*) По горизонтальному столу ползут четыре муравья. В некоторый момент времени скорость 1-го муравья относительно 2-го направлена на северо-восток, скорость 2-го относительно 3-го — на юго-восток, а скорость 3-го относительно 4-го — на восток. Модули всех названных относительных скоростей одинаковы и равны $v = 1$ см/с. Чему равна и куда направлена скорость 1-го муравья (относительно стола), если скорость 4-го муравья (относительно стола) равна 1 см/с и направлена на запад?

$v_1 = 0{,}5$ см/с, на восток

1.6 Баллистика

Дополнительные задачи — в листках

- Баллистика. Координаты
- Баллистика. Векторы

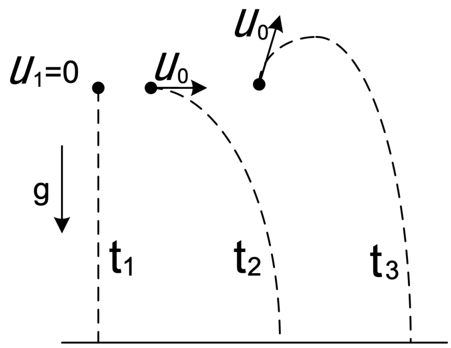
- Баллистика. Отражения
- Баллистика. Относительность

1.6.1. (*Всеросс., 2022, МЭ, 10*) Человек хочет перебросить мяч через тонкую вертикальную стену высотой h. Человека интересует, на какое максимальное расстояние он может отойти от стены, если модуль начальной скорости мяча при броске фиксирован и равен V. Модуль ускорения свободного падения равен g, бросок совершается с уровня земли. Проанализируйте приведённые ниже варианты ответов к этой задаче и укажите, какой из них может быть правильным.

1. $\frac{gh^2}{V^2}$;
2. $\frac{V^2}{g}$;
3. $\frac{V^4}{g^2h}$;
4. $\sqrt{\frac{V^2h}{g}}$;
5. $\frac{V^2}{g}\sqrt{1-\frac{2gh}{V^2}}$;
6. $\frac{V^2}{g}\ \frac{V^2}{V^2+2gh}$.

5

1.6.2. (*Всеросс., 2020, МЭ, 10*) В поле тяготения Земли вблизи её поверхности с одинаковой высоты бросают три тела. Первое тело отпускают без начальной скорости. Начальная скорость второго тела равна V_0 и направлена горизонтально, начальная скорость третьего тела также равна V_0, но направлена под углом к горизонту вверх (см. рисунок). Сравните времена полёта тел. Сопротивлением воздуха можно пренебречь.



А) $t_1 < t_2 < t_3$

Б) $t_1 > t_2 > t_3$

В) $t_1 = t_2 = t_3$

Г) $t_1 = t_2 < t_3$

Д) $t_1 < t_2 = t_3$

1

1.6.3. (*Всеросс., 2021, МЭ, 10*) Камень бросили с начальной скоростью $V_0 = 10$ м/с под углом $\alpha = 60^\circ$ к горизонту с горизонтальной поверхности земли. Ускорение свободного падения 10 м/с^2. Сопротивлением воздуха можно пренебречь.

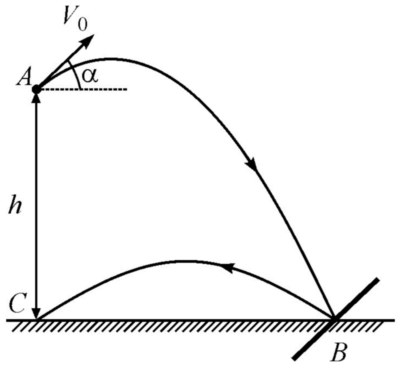
1. Найдите угол к горизонтали, под которым видна наивысшая точка траектории движения камня из точки бросания. Ответ приведите в градусах, округлив до целого числа.

2. Найдите, через какое время после момента броска камень окажется в точке траектории, которая видна из точки бросания под углом 30° к горизонтали. Ответ приведите в секундах, округлив до сотых долей.

3. Определите угол, который составляет вектор скорости камня с горизонтом в точке траектории из предыдущего вопроса. Ответ приведите в градусах, округлив до целого числа.

1) 41; 2) 1,15; 3) 30

1.6.4. (*Всеросс., 2021, МЭ, 10*) Шарик брошен с башни высотой $h = 4{,}9$ м из точки A под углом $\alpha = 30^\circ$ к горизонту с начальной скоростью $V_0 = 7$ м/с. При падении на землю в точке B шарик абсолютно упруго ударяется о наклонную плоскость и падает в точку C, расположенную на земле точно под точкой бросания A (см. рис.). Движение происходит в вертикальной плоскости, совпадающей с плоскостью рисунка. Сопротивление воздуха пренебрежимо мало. Ускорение свободного падения равно 10 м/с^2.



1. Найдите угол, который составляет с горизонтом вектор скорости шарика непосредственно перед ударом в точке B. Ответ приведите в градусах, округлив до целого числа.

2. Чему равно расстояние между точками B и C? Ответ выразите в метрах, округлите до десятых долей.

3. Найдите угол, который составляет с горизонтом вектор скорости шарика непосредственно перед ударом в точке C. Ответ приведите в градусах, округлив до целого числа.

1) 60; 2) 8,5; 3) 18

1.6.5. (*Всеросс., 2023, МЭ, 10*) Камень бросают под таким углом α к горизонту, что $\sin\alpha = 0{,}8$. Оказалось, что модуль перемещения камня за первую секунду его полёта равен модулю перемещения камня за вторую секунду полёта. Найдите модуль начальной скорости, сообщённой камню при броске. Ускорение свободного падения принять равным 10 м/с^2. Сопротивлением воздуха пренебречь. Ответ выразите в м/с, округлите до десятых долей.

12,5

1.6.6. (*«Будущие исследователи — будущее науки», 2015, 10*) Вектор скорости тела, брошенного под углом к горизонту, повернулся на 90° через 5/8 полного времени полета. Во сколько раз отличаются горизонтальная дальность полета и максимальная высота подъема тела?

2

1.6.7. (*«Будущие исследователи — будущее науки», 2017, 10*) Под каким углом к горизонту было брошено тело, если бросок произошел в момент $t = 0$ и в моменты t_1 и t_2 скорость тела равнялась половине начальной?

$\boxed{\sin\alpha = \frac{\sqrt{3}}{4}\frac{t_1+t_2}{\sqrt{t_1t_2}}}$

1.6.8. (*«Будущие исследователи — будущее науки», 2018, 10*) При взрыве гранаты на поверхности земли осколки полетели во все стороны с одинаковой скоростью V_0. Граница области поражения осколками движется по поверхности земли вначале от точки взрыва, затем в обратном направлении. Во сколько раз средняя скорость границы на этапе ее удаления от точки взрыва меньше средней скорости границы на этапе приближения к этой точке?

$\boxed{\frac{1}{\sqrt{2}-1} \approx 2{,}5}$

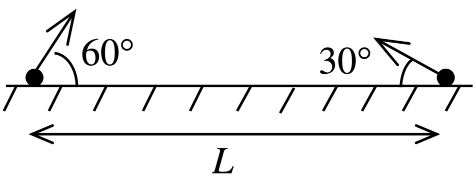
1.6.9. (*«Будущие исследователи — будущее науки», 2019, 10*) Тело, брошенное под углом к горизонту в момент $t = 0$ с начальной скоростью V_0, находилось на одинаковом удалении от точки броска в моменты t_1 и t_2. Найти время полета тела. При каком условии на угол между начальной скоростью и горизонтом одинаковое удаление от точки броска достигается в ходе полета не один раз? Ускорение свободного падения равно g.

$\boxed{t_{\text{п}} = \frac{t_1+t_2}{t_1^2+t_1t_2+t_2^2}\left(\frac{2V_0^2}{g^2} + \frac{t_1^2+t_2^2}{2}\right);\ \sin\alpha > \frac{2\sqrt{2}}{3}}$

1.6.10. (*«Будущие исследователи — будущее науки», 2020, 10*) При разрыве снаряда на поверхности земли осколки полетели во все стороны с одинаковой скоростью. В точку, находящуюся на расстоянии 250 м от места разрыва, упали два осколка с интервалом 10 с. Под какими углами к горизонту вылетели эти осколки? Чему равен радиус круга всех упавших осколков? Ускорение свободного падения считать равным 10 м/с^2.

$\boxed{\alpha_1 = 15^\circ \text{ и } \alpha_2 = 75^\circ;\ R = 500 \text{ м}}$

1.6.11. (*«Будущие исследователи — будущее науки», 2021, 10*) Два тела бросили одновременно из точек на поверхности земли, удаленных друг от друга на расстояние L. Векторы начальных скоростей тел лежат в одной вертикальной плоскости и составляют с горизонтом углы 30° и 60° (см. рис.). Какого минимального значения достигает расстояние между находящимися в полете телами, если дальности полета тел равны L?



$\boxed{L\sin 15^\circ = \frac{\sqrt{2-\sqrt{3}}}{2}L \approx 0{,}26L}$

1.6.12. (*«Будущие исследователи — будущее науки», 2022, 10*) Тело бросили под углом к горизонту в момент $t = 0$ так, что вектор скорости составил с горизонтом угол 45° в моменты времени t_1 и t_2. Найти дальность полета тела. Ускорение свободного падения равно g.

$\boxed{\frac{g(t_2^2-t_1^2)}{2}}$

1.6.13. (*«Будущие исследователи — будущее науки», 2023, 10*) Тело бросили с начальной скоростью V_0 под углом α к горизонту. Через время τ бросили второе тело так, что оно полетело по той же траектории. Каким будет минимальное расстояние между телами во время их полета? Через какое время расстояние станет минимальным? Ускорение свободного падения равно g.

$\boxed{V_0\tau\cos\alpha;\ \frac{\tau}{2}+\frac{V_0\sin\alpha}{g}}$

1.6.14. (*«Надежда энергетики», 2018, 10*) Петя и Катя, стоящие на расстоянии S друг от друга, одновременно бросили друг другу маленькие мячики одинаковой массы. Известно, что в процессе полёта минимальное расстояние между мячиками было равно l. Найдите начальную скорость любого из мячиков, если их начальные кинетические энергии одинаковы, а длительности полёта разные. Оба мячика бросаются с одной высоты и ловятся на одной высоте; точка броска «своего» мячика совпадает с точкой поимки «чужого»; сопротивлением воздуха можно пренебречь.

$\boxed{v_0=\sqrt{\frac{S^3g}{S^2-2l^2}}}$

1.6.15. (*Олимпиада КФУ, 2020, 10*) Кузнечик находится на расстоянии d от основания ступеньки высотой h. Зная свои возможности, то есть начальную скорость v_0, с которой он может прыгнуть, чтобы опуститься на край ступеньки, он должен решить, под каким углом α к горизонту прыгнуть. Помогите ему решить эту задачу. Ускорение свободного падения считать известным.

$\boxed{v_0^2\geqslant gh+g\sqrt{d^2+h^2}}$

1.6.16. (*«Формула Единства» / «Третье тысячелетие», 2023, 10*) Гриша со склона горы кинул огромный камень. Подойдём к этому поступку формально. Выберем начало координат в точке броска, ось x направим вниз, вдоль склона, а ось y — перпендикулярно поверхности и будем считать, что она совпадает по направлению с начальной скоростью камня. Уравнение траектории камня описывается функцией

$$y(x)=-\sqrt{3}x+10\sqrt{x}.$$

Чему равна начальная скорость камня?

Примечание. Ускорение свободного падения считайте равным 10 м/с^2.

$\boxed{15{,}8\ \text{м/с}}$

1.6.17. (*«Шаг в будущее», 2021, 10*) Камень движется по параболе в однородном гравитационном поле Земли. В процессе движения он проходит последовательно четыре метки на этой параболе, находящиеся в точках A, B, C и D. Известно, что времена прохождения участков траектории AB, BC и CD относятся как $1:2:1$. Чему равно отношение модуля вектора перемещения камня $\overrightarrow{AD}$ к модулю вектора перемещения $\overrightarrow{BC}$? Сопротивлением воздуха пренебречь.

$\boxed{\frac{|\overrightarrow{AD}|}{|\overrightarrow{BC}|}=2}$

1.6.18. (*«Шаг в будущее», 2023, 10*) Небольшой камень бросили с края площадки, находящейся на высоте $h = 20$ м от поверхности земли под некоторым углом к горизонту. Время полета камня вверх до максимальной высоты на $\Delta t = 1$ с меньше, чем время его падения вниз до столкновения с землей. Сколько всего времени двигался камень? Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с^2. Сопротивлением воздуха пренебречь.

$T = \frac{2h}{g\Delta t} = 4$ с

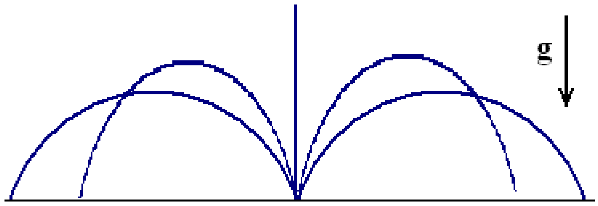
1.6.19. (*«Росатом», 2021, 10*) Под каким углом к горизонту было брошено тело, если его кинетическая энергия в момент броска и кинетическая энергия на половине максимальной высоты отличаются в 3/2 раза?

$\alpha = \arcsin\left(\sqrt{\frac{2}{3}}\right)$

1.6.20. (*«Росатом», 2022, 10*) Скорость тела, брошенного с земли под некоторым углом к горизонту, оказалась направленной под углом $\alpha = 30°$ к горизонту в моменты времени t_1 и t_2 , отсчитанные от момента броска. Найти дальность полета тела и максимальную высоту подъема. Ускорение свободного падения равно g. Сопротивлением воздуха пренебречь.

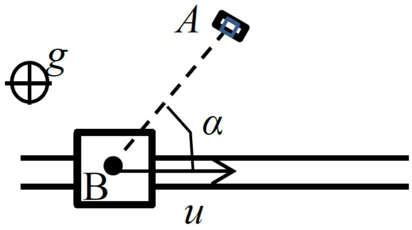
$S = \frac{\sqrt{3}}{2} g \left(t_2^2 - t_1^2\right)$; $h = \frac{g(t_1+t_2)^2}{8}$

1.6.21. (*Всесиб., 2016, 10*) Капли воды разбрызгивателя летят во все стороны с одинаковой скоростью v. На сколько нужно поднять разбрызгиватель с уровня земли, чтобы увеличить площадь полива вдвое при прежней скорости вылета? Ускоренние свободного падения g, влиянием воздуха пренебречь.



$H = v^2/2g$

1.6.22. (*Всесиб., 2019, 10*) Подъемный кран высоты H движется по прямому рельсовому пути со скоростью u. Человек, находившийся внизу в точке A (см. рис., вид сверху), бросил крановщику мобильный телефон в момент времени, когда кран находился в точке B, и крановщик его поймал. Отрезок AB образует угол α с направлением рельсов. Определите минимальное возможное значение скорости броска в этих условиях. Какой длине AB отвечает минимальное значение скорости броска? Ускорение силы тяжести g.

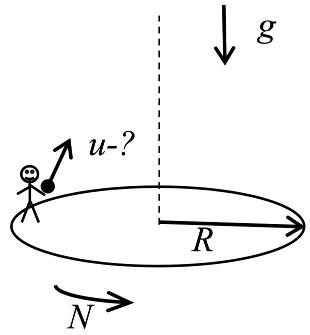


$V_{\min} = \sqrt{2gH + u^2\sin^2\alpha}$, $AB = u\sqrt{\frac{2H}{g}}\cos\alpha$

1.6.23. (*Всесиб., 2021, 10*) После взрыва лежащей на горизонтальной поверхности земли гранаты один осколок полетел под углом 30°, второй — 60°. Начальные скорости осколков одинаковы и равны v. Определите максимальное расстояние, на которое они удалятся друг от друга. Сопротивлением воздуха пренебречь. Ускорение свободного падения g.

$\frac{v^2(\sqrt{3}-1)}{g\sqrt{2}}$

1.6.24. (*Всесиб., 2022, 10*) Карусель вращается со скоростью N оборотов в секунду. На краю карусели на расстоянии R от оси вращения стоит человек. С какой скоростью u относительно карусели нужно бросить камень, чтобы он пролетел над центром карусели и после поворота карусели на половину оборота упал в руки бросавшему его человеку? Ускорение свободного падения g. Сопротивлением воздуха и размером человека пренебречь.



$u = \sqrt{(2RN)^2(\pi^2+4) + \left(\frac{g}{4N}\right)^2}$

1.6.25. (*«Курчатов», 2022, 10*) Вова участвует в соревнованиях по стрельбе из лука, где ему нужно поразить цель на расстоянии $L = 200$ м. Под каким углом α к горизонту Вова должен стрелять из лука, чтобы попасть точно в середину мишени? При натяжении лука работа Вовы равна $A = 500$ Дж, КПД лука $\eta = 0{,}17$. Масса стрелы $m = 54$ г. В момент выстрела стрела находится на $h = 70$ см выше центра мишени. Сопротивлением воздуха пренебречь. Ускорение свободного падения $g = 9{,}8$ м/с^2.

$\cos\alpha_1 \approx 0{,}3$; $\cos\alpha_2 \approx 0{,}9$

1.6.26. (*«Физтех», 2022, 10*) Фейерверк массой $m = 2$ кг стартует после мгновенной работы двигателя с горизонтальной поверхности, летит вертикально вверх и разрывается в высшей точке траектории на множество осколков, которые летят во всевозможных направлениях с одинаковыми по величине скоростями. Высота точки разрыва $H = 65$ м. На землю осколки падают в течение $\tau = 10$ с.

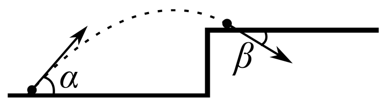
1. Найдите начальную скорость V_0 фейерверка.

2. Найдите суммарную кинетическую энергию K осколков сразу после взрыва.

Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с^2. Сопротивление воздуха считайте пренебрежимо малым.

$V_0 = \sqrt{2gH} \approx 36$ м/с; 2) $K = \frac{m}{2}\left(\frac{g\tau}{2}\right)^2 = 2500$ Дж

1.6.27. (*«Физтех», 2022, 10*) Камень брошен с некоторой скоростью V_0 под углом $\alpha = 45°$ к горизонту (см. рис.). Максимальная высота полета камня $H = 10$ м. В конце полета камень падает на горизонтальную крышу, высота которой над точкой старта $h = 7$ м.



1. Найдите начальную скорость V_0 камня.

2. Найдите $\cos\beta$ (см. рис.), здесь β — угол, который вектор скорости образует с горизонтом в момент завершения полета. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с^2. Силу сопротивления воздуха считайте пренебрежимо малой.

1) $V_0 = \sqrt{4gH} = 20$ м/с; 2) $\cos\beta = \sqrt{\frac{10}{13}} \approx 0{,}88$

1.6.28. (*«Физтех», 2023, 10*) Мяч, посланный теннисистом вертикально вверх, поднимается на максимальную высоту за $T = 2$ с.

1. Найдите начальную скорость V_0 мяча.

2. Теннисист посылает мяч с начальной скоростью V_0 под различными углами к горизонту в направлении высокой вертикальной стенки, находящейся на расстоянии $S = 20$ м от места броска. На какой максимальной высоте h мяч ударится в стенку?

Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с^2. Мяч движется в плоскости перпендикулярной стенке. Сопротивление воздуха считайте пренебрежимо малым. Все высоты отсчитываются от точки старта.

1) $V_0 = gT = 20$ м/с; 2) $h = 0{,}5\left(gT^2 - \frac{S^2}{gT^2}\right) = 15$ м

1.7 Движение по окружности

Дополнительные задачи — в листке Движение по окружности.

1.7.1. (*Всеросс., 2021, ШЭ, 10*) Во сколько раз период обращения часовой стрелки часов больше, чем период вращения минутной стрелки?

1. В 3600 раз;

2. в 60 раз;

3. в 24 раза;

4. в 12 раз;

5. одинаковый.

1

1.7.2. (*Всеросс., 2022, ШЭ, 10*) Радиус окружности R, описываемой концом минутной стрелки, в 2 раза больше радиуса окружности r, описываемой концом часовой стрелки механических часов. Чему равно отношение модуля вектора средней скорости конца минутной стрелки к модулю вектора средней скорости конца часовой стрелки на интервале времени от 12:00 до 18:00 одних и тех же суток?

1. 60;

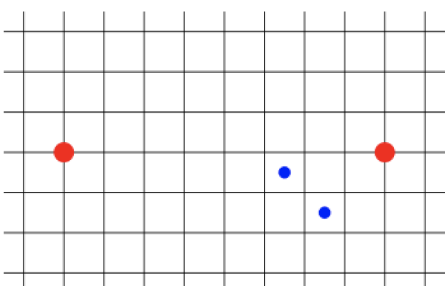
2. 120;

3. 0;

4. 2.

3

1.7.3. (*Всеросс., 2021, ШЭ, 10*) Горизонтальная круглая виниловая пластинка вращается с постоянной угловой скоростью вокруг неподвижной вертикальной оси, про-



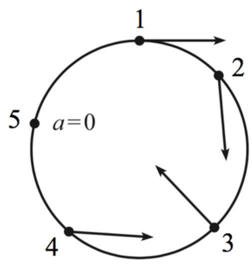
ходящей через центр пластинки. Над пластинкой закреплены две пипетки с жидкостями красного и синего цвета. Из каждой пипетки на пластинку падает вертикально по две капли. Промежуток времени между падениями капель красного цвета равен $t = 0{,}27$ с. На приведённом рисунке, снабжённом масштабной сеткой, изображён участок пластинки со следами краски (вид сверху). Крупные следы остались от красных капель, а меньшие по размеру — от синих. За время между падениями красных капель пластинка сделала менее одного полного оборота.

1. Можно ли на основании сведений, приведённых в условии задачи определить направление вращения пластинки?

2. Определите угловую скорость вращения пластинки. Ответ выразите в рад/с, округлите до целого числа.

1) нет; 2) 7

1.7.4. (*Всеросс., 2022, МЭ, 10*) Автомобиль движется по горизонтальной круговой трассе с переменной скоростью. Векторы ускорения автомобиля в пяти различных точках показаны на рисунке (четыре ненулевых вектора имеют одинаковую длину). В какой из этих точек скорость автомобиля наибольшая по модулю?



1. 1;

2. 2;

3. 3;

4. 4;

5. 5.

3

1.7.5. (*Всеросс., 2023, МЭ, 10*) Велосипедист движется с постоянной скоростью 20 км/ч по длинной прямой дороге. Колёса велосипеда при этом катятся без проскальзывания. Средняя путевая скорость точки обода колеса за один час движения:

1. больше, чем 23 км/ч;

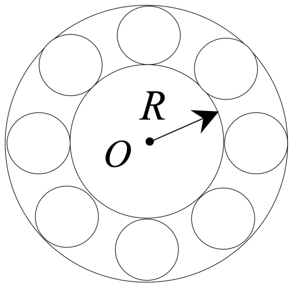
2. больше, чем 21 км/ч, но меньше, чем 23 км/ч;

3. больше, чем 18 км/ч, но меньше, чем 21 км/ч;

4. меньше, чем 18 км/ч.

1

1.7.6. (*«Надежда энергетики», 2020, 10*) Внутреннее кольцо шарикоподшипника радиусом $R = 4$ см закреплено на оси O токарного станка. Внешнее кольцо подшипника закреплено неподвижно на корпусе станка. Шарики подшипника имеют радиус $r = 1$ см и катятся по внутреннему и внешнему кольцам без проскальзывания. Сколько оборотов вокруг оси O сделают шарики за время одного оборота внутреннего кольца?



0,4 оборота

1.8 Масса и плотность

Дополнительные задачи — в листке Масса и плотность.

1.8.1. (*Всеросс., 2023, МЭ, 10*) В кубической объёмноцентрированной кристаллической решётке элементарной ячейкой является куб, во всех вершинах которого и в центре (на пересечении пространственных диагоналей) находится по одному атому. Сколько в среднем приходится атомов на одну ячейку этой кристаллической решётки?

1. 1;
2. 2;
3. 4;
4. 8;
5. 9.

2

1.8.2. (*Инженерная олимпиада, 2021, 10*) Три одинаковых сосуда полностью заполнены тремя жидкостями. В одном из них содержится масса m жидкости 1, во второй — масса $1{,}8m$ жидкости 2, а в третьей — масса $1{,}6m$ смеси жидкостей 1 и 2. Найти массу жидкости 1 во всех трех сосудах.

$1{,}25m$

1.8.3. (*Олимпиада КФУ, 2023, 10*) Птица, высиживая кладку яиц, заметила, что ее окружает плотный рой мелких мошек. Она придумала следующую стратегию «охоты» на них: отрыть клюв, а затем, дождавшись когда мошки сами в него залетят, быстро закрыть его и проглотить за 0,5 секунд (клюв в это время закрыт). Оцените количество мошек в 1 м^3, если птица таким способом смогла поймать 5 г мошек за 12 часов. Массу одной мошки примите за 2 мг, объем открытого клюва птицы 27 см^3. Считать, что мошка меняет направление своего движения случайным образом на масштабе расстояний, значительно превышающим размер клюва, и движется со средней скоростью 3 см/с.

$3 \cdot 10^3$ м$^{-3}$

1.8.4. (*«Шаг в будущее», 2021, 10*) Имеется нерастворимый в керосине полидисперсный (с частицами разных размеров) порошок из материала неизвестной плотности. Насыпная плотность (отношение массы к занимаемому порошком объему) материала равна 1450 кг/м^3. Средняя плотность материала, залитого керосином — 1950 кг/м^3.

Найдите плотность материала. Плотность керосина принять равной 800 кг/м^3.

3867 кг/м^3

1.8.5. (*«Шаг в будущее», 2021, 10*) Имеется нерастворимый в керосине полидисперсный (с частицами разных размеров) порошок из материала неизвестной плотности. Насыпная плотность (отношение массы к занимаемому порошком объему) материала равна 1450 кг/м^3. Средняя плотность материала, залитого керосином — 1950 кг/м^3.

Плотность керосина принять равной 800 кг/м^3.

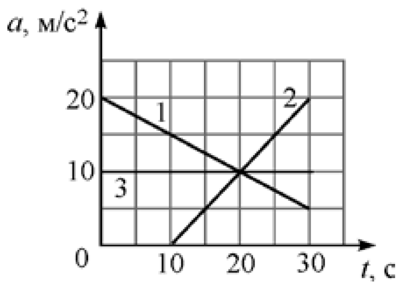
Найдите долю, занимаемую материалом в засыпанном им объеме (коэффициент заполнения).

Материал в засыпанном объеме занимает $\frac{3}{8}$

1.9 Законы Ньютона

Дополнительные задачи — в листке Законы Ньютона.

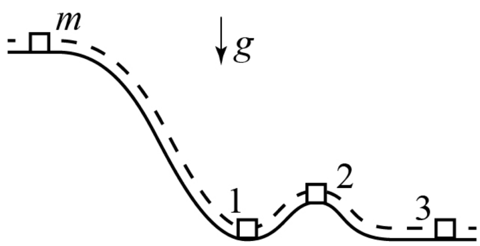
1.9.1. (*Всеросс., 2021, ШЭ, 10*) На рисунке изображены графики зависимости модуля ускорения a от времени t для трёх тел, движущихся вдоль прямой. На какое из этих тел действует уменьшающаяся со временем сила?



1. 1;
2. 2;
3. 3;
4. нет такого тела.

A

1.9.2. (*Всеросс., 2020, МЭ, 10*) Небольшое тело массой m съезжает по изображённой на рисунке гладкой поверхности, не отрываясь от неё. В каком положении сила реакции, действующая на тело со стороны поверхности, максимальна, а в какой — минимальна?



А) в положении 1 максимальна, а в положении 2 — минимальна

Б) в положении 2 максимальна, а в положении 3 — минимальна

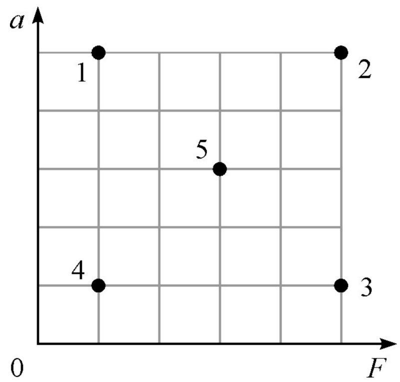
В) в положении 3 максимальна, а в положении 2 — минимальна

Г) в положении 1 максимальна, а в положении 3 — минимальна

Д) одинакова во всех случаях

А

1.9.3. (*Всеросс., 2021, МЭ, 10*) На диаграмме зависимости модуля ускорения a тела от приложенной к нему силы F изображены пять точек, которые соответствуют разным телам с номерами от 1 до 5. Какие из этих тел обладают одинаковой плотностью, если объёмы всех тел одинаковы?

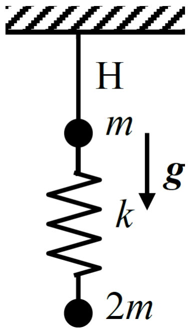


1. 1 и 2;
2. 4 и 5;
3. 2 и 4;
4. 1, 3 и 5;
5. 2, 4 и 5.

5

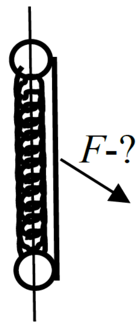
1.9.4. (*«Надежда энергетики», 2020, 10*) На Открытой московской инженерной конференции школьников «Потенциал», которая ежегодно проходит в НИУ «МЭИ», учащиеся 10-го класса демонстрировали экспериментальную установку для изучения законов идеального газа. В вертикальном сосуде они поместили тяжёлый поршень, который мог перемещаться практически без трения. Под поршнем в сосуде находился воздух, давление которого отличалось от атмосферного. В начальный момент поршень был закреплён. После освобождения поршня он начинал перемещаться с некоторым ускорением. Школьники пытались определить, изменится ли величина этого ускорения, если на поршень положить груз. Какой результат они получили? Объясните свой ответ.

1.9.5. (*«Шаг в будущее», 2021, 10*) Два груза массами m и $2m$, соединенные легкой пружиной жесткости k, подвешены к потолку с помощью нити Н (см. рис.). С какими ускорениями начнут двигаться грузы, если нить Н пережечь?



$a_1 = 3g = 30$ м/с^2, $a_2 = 0$

1.9.6. (*Всесиб., 2018, 10*) Две надетых на легкую незакрепленную спицу бусинки с массами m_1 и m_2 связаны нитью и недеформированной пружиной одинаковой длины $2L$ и лежат на горизонтальном столе (на рисунке вид сверху). С какой горизонтальной силой нужно тянуть за середину нити, чтобы нить и пружина образовали правильный треугольник? Жесткость пружины k, трения нет.



$F = kL\frac{m_1+m_2}{m_1m_2}\sqrt{m_1^2 + m_1m_2 + m_2^2}$

1.9.7. (*«Формула Единства» / «Третье тысячелетие», 2022, 10*) В конце 21 века, согласно прогнозам некоторых уфологов, будет осуществлена частичная колонизация Марса. Естественно, что контакт с прародиной Землёй будет предполагать и проведение спортивных соревнований между землянами и колонистами.

Пусть в программу межпланетной олимпиады включены прыжки в высоту. Землянин Иван (масса 70 кг, рост 185 см, высота точки центра масс 130 см) прыгает на максимальную высоту 250 см способом «фосбери флоп» (с положением центра масс при прыжке на 15 см ниже планки, а перед толчком происходит сгибание ноги на $\Delta = 30$ см). Какого максимального результата он может ожидать в марсианских условиях, если ускорение на его поверхности в 2,5 раз меньше, чем на Земле.

Примечание. Считайте, что характер движения не меняется при смене планеты. Ответ дайте с точностью до 10 см.

4,5 м

1.10 Гравитация

Дополнительные задачи — в листке Гравитация.

1.10.1. (*Олимпиада КФУ, 2019, 10*) Инженер Левшов изобрел машину, способную двигаться с постоянной скоростью $V = 36$ км/ч в вертикальном направлении, если стартовать с экватора. В машину встроена система безопасности, которая остановит её, если перестанет ощущать притяжение к Земле. Через сколько времени это произойдет? Радиус Земли $R = 6400$ км.

6 лет

1.10.2. (*«Формула Единства» / «Третье тысячелетие», 2022, 10*) Если бы масса Земли возросла до половины массы Солнца без изменения расстоянием между Солнцем и Землёй, то как бы изменилась длительность земного года?

уменьшилась в $\sqrt{1{,}5}$ раза

1.10.3. (*«Шаг в будущее», 2021, 10*) Три космических тела массы m каждое лежат в одной плоскости и находятся в вершинах равностороннего треугольника, сохраняя эту конфигурацию в процессе вращения вокруг общего центра масс. Период вращения этой системы известен и равен T. Определите расстояние L между телами, считая его много большим размеров самих тел.

$L = \sqrt[3]{\frac{3GmT^2}{4\pi^2}}$

1.10.4. (*«Шаг в будущее», 2022, 10*) Где-то во Вселенной четыре точечных тела одинаковой массы m движутся с постоянными по модулю скоростями v. В процессе движения тела остаются все время в вершинах квадрата, лежащего в одной и той же плоскости. Чему равна длина стороны этого квадрата? Считайте, что в этой области Вселенной на данные точечные тела не действуют никакие другие силы, кроме сил собственного гравитационного притяжения.

$a = \frac{Gm(4+\sqrt{2})}{4v^2}$

1.10.5. (*«Шаг в будущее», 2023, 10*) Для исследования некоторой планеты по круговой орбите вокруг нее с постоянной скоростью движется искусственный спутник, совершая полный оборот за время $T_1 = 4$ часа. В результате маневра спутник переходит на другую круговую орбиту, на которой его скорость увеличилась в 2 раза. Как и на сколько часов изменился период обращения спутника по новой орбите?

Период уменьшится на $\Delta T = 3{,}5$ ч

1.10.6. (*Олимпиада КФУ, 2019, 10*) В ракете, взлетающей вертикально вверх с планеты массы M и радиуса R с постоянным ускорением a, находится математический маятник. На какой высоте h над поверхностью планеты период колебаний математического маятника станет таким же, как и в ракете, неподвижно стоящей на поверхности планеты?

$h = \left(\frac{1}{R^2} - \frac{a}{GM}\right)^{-1/2} - R$

1.10.7. (*Олимпиада КФУ, 2020, 10*) Космический корабль вращается по круговой орбите вокруг Солнца на том же расстоянии $R_З = 1{,}5 \cdot 10^8$ км, что и Земля. Он переходит на другую круговую орбиту вокруг Солнца, радиус которой соответствует радиусу орбиты Марса $R_М = 2{,}3 \cdot 10^8$ км (в данной задаче мы для простоты пренебрегаем эксцентриситетом орбит Земли и Марса). Совершая этот маневр, он кратковременно включает двигатели дважды: в момент времени t_1 на расстоянии от Солнца $R_З$ и в момент времени t_2 на расстоянии от Солнца $R_М$, при этом направление тяги выбирается по касательной к соответствующей круговой орбите. В момент времени t_1 корабль находится недалеко от Земли (в масштабах Солнечной системы), а в момент времени t_2 он должен оказаться вблизи Марса. Если сопоставить Солнцу точку S, Земле точку E, а Марсу M, найдите угол ESM в момент времени t_1. При решении задачи следует пренебречь изменением массы корабля в процессе работы двигателя и гравитацией всех тел, кроме Солнца.

Указание. При решении задачи могут быть полезны законы Кеплера:

1. Каждая планета Солнечной системы обращается по эллипсу, в одном из фокусов которого

находится Солнце.

2. Каждая планета движется в плоскости, проходящей через центр Солнца, причём за равные промежутки времени радиус-вектор, соединяющий Солнце и планету, заметает собой равные площади.

3. Квадраты периодов обращения планет вокруг Солнца относятся, как кубы больших полуосей орбит планет.

$\boxed{\angle ESM = \pi\left(1 - \left(\frac{R_З+R_М}{2R_М}\right)^{3/2}\right) \approx \frac{\pi}{4}}$

1.10.8. (*«Покори Воробьёвы горы!», 2023, 10*) Комета вращается по эллиптической орбите, на которой максимальное расстояние до Солнца в 9 раз больше минимального, а минимальная скорость кометы равна 6 км/с. Чему равна максимальная скорость кометы на этой орбите? Ответ обосновать.

$\boxed{v_{\max} = 9v_{\min} = 54 \text{ км/с}}$

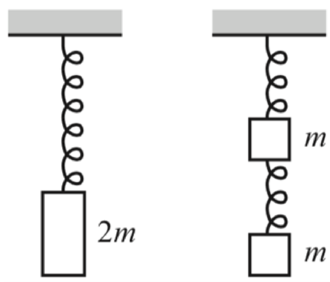
1.10.9. (*«Покори Воробьёвы горы!», 2023, 10*) Положительно заряженный ион движется по эллиптической орбите вокруг маленького отрицательно заряженного шарика. Движение происходит в вакуумной камере большого размера. На первоначальной орбите максимальное расстояние от шарика до иона было в 8 раз больше минимального. Затем в точке орбиты, на которой это расстояние минимально, установили небольшую ускорительную камеру, которая не изменяет направление движения иона, но при каждом прохождении увеличивает его механическую энергию на одну и ту же величину. После первого прохождения камеры соотношение максимального и минимального расстояний между ионом и шариком увеличилось до 9. Каким станет это соотношение после 5-го прохождения ионом ускорительной камеры? После какого по счёту прохождения ион не вернётся к камере? Потери на сопротивление среды отсутствуют, потерями на излучение пренебречь. Радиусы кривизны эллипса на концах большой a и малой b полуосей равны b^2/a и a^2/b соответственно.

$\boxed{5}$

1.11 Сила упругости

Дополнительные задачи — в листке Сила упругости.

1.11.1. (*Всеросс., 2022, МЭ, 10*) Деревянный брусок массой $2m$ прикрепляют к подвешенной вертикально лёгкой пружине (рисунок слева), в результате чего её длина увеличивается на L_1. Затем брусок распиливают на две одинаковые части, массы которых равны m, а пружину разрезают пополам. После этого собирают новую конструкцию, показанную на рисунке справа. Суммарная деформация пружин во втором случае оказалась равной L_2. Выберите правильное утверждение.



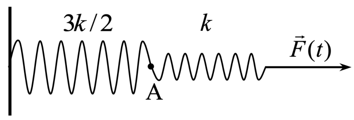
1. $L_1 = L_2$;

2. $L_1 > L_2$;

3. $L_1 < L_2$.

$\boxed{2}$

1.11.2. (*Инженерная олимпиада, 2021, 10*) Две пружины с коэффициентами жёсткости $3k/2$ и k соединены «последовательно». Один конец комбинированной пружины прикреплён к стене, ко второму прикладывают зависящую от времени силу так, что этот конец движется с постоянной скоростью v (см. рис.). Найти скорость точки соединения пружин (точка A на рисунке) и внешнюю силу $F(t)$ как функцию времени, обеспечивающую данное движение пружин. Массой пружин пренебречь.

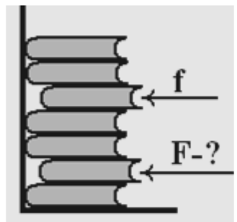


$\boxed{v_1 = \frac{2}{5}v;\ F(t) = \frac{3}{5}kvt}$

1.12 Сила трения

Дополнительные задачи — в листке Сила трения.

1.12.1. (*Всеросс., 2020, МЭ, 10*) На горизонтальной полке лежит стопка из семи одинаковых книг. Третья сверху и вторая снизу немного выдвинуты из стопки, остальные книги прижаты корешками к вертикальной стенке. Наименьшая горизонтальная сила, необходимая для того, чтобы придвинуть к стенке третью сверху книгу, равна $f = 25$ Н. Какую наименьшую силу F нужно приложить для того, чтобы придвинуть к стенке вторую снизу книгу? Ответ выразите в ньютонах и округлите до целого числа.



$\boxed{55}$

1.12.2. (*«Росатом», 2021, 10*) На шероховатом горизонтальном столе находятся два тела массами m и $2m$ ($m = 1$ кг), связанные невесомой ниткой. Нитка разрывается, если к телу массой m прикладывают минимальную силу $F_1 = 200$ Н. Какую минимальную силу следует приложить к другому телу чтобы нить разорвалась? Коэффициенты трения между телами и поверхностью одинаковы и равны $\mu = 0{,}3$.

$\boxed{F = 2F_1}$

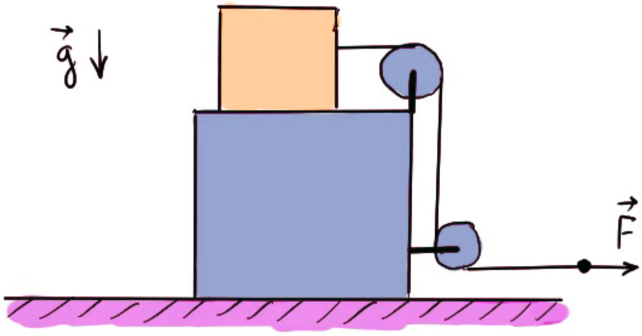
1.12.3. (*Олимпиада КФУ, 2019, 10*) Доска длиной $L = 4$ м скользит по гладкой горизонтальной поверхности и наезжает на шероховатый участок, где коэффициент трения между доской и шероховатой поверхностью $\mu = 0{,}25$. Найти время торможения доски до остановки, если известно, что доска наехала на шероховатый участок лишь частично.

$\boxed{\frac{\pi}{2}\sqrt{\frac{L}{\mu g}} \approx 2\ \text{с}}$

1.12.4. (*«Надежда энергетики», 2015, 10*) На горизонтальном столе лежат кубик и чертежный треугольник. Треугольник своей гипотенузой касается одной из боковых граней кубика. Треугольник начинают двигать поступательно по столу с постоянной скоростью u, перпендикулярной катету, образующему с гипотенузой угол $\alpha = 45°$, толкая кубик. Отношение скорости треугольника к скорости кубика $u/v = \sqrt{3/2}$. Найдите коэффициент трения между кубиком и треугольником.

$\boxed{\mu = \sqrt{\frac{u^2\cos^2\alpha}{v^2} - 1} = \frac{1}{\sqrt{3}}}$

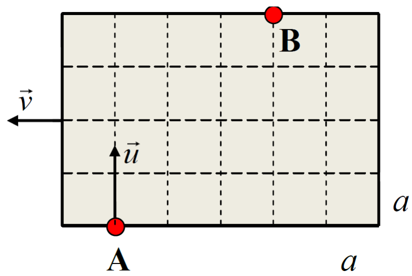
1.12.5. (*«Формула Единства» / «Третье тысячелетие», 2021, 10*) На схеме, изображённой на рисунке, тянут за невесомую и нерастяжимую нить вправо с некоторой силой F. Масса большого кубика в два раза больше маленького. Каким должен быть минимальный коэффициент трения между кубиками μ_1, чтобы было возможно сдвинуть с места большой кубик? Коэффициент трения между большим кубиком и полом равен μ_2.



Примечание. Блоки невесомые, трение в осях отсутствует.

$\boxed{3\mu_2}$

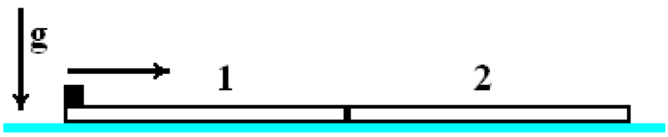
1.12.6. (*«Шаг в будущее», 2022, 10*) По горизонтальной поверхности стола движется с постоянной скоростью $\vec{v}$ доска с квадратными клетками; сторона одной клетки $a = 5$ см (см. рисунок). Из точки A доски запустили кусочек цветного мелка, который остановился в точке B доски.



В начальный момент скорость мелка $\vec{u}$ относительно стола направлена перпендикулярно вектору скорости $\vec{v}$. Определите модуль скорости доски v, если коэффициент трения между доской и мелком $\mu = 0{,}2$. Векторы $\vec{v}$ и $\vec{u}$ на рисунке изображены без соблюдения масштаба между ними.

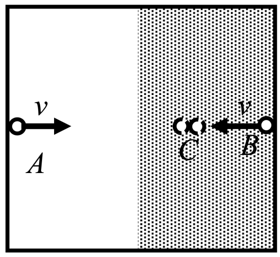
$\boxed{v = 3\sqrt{\frac{2\mu g a}{5}} = 0{,}6 \text{ м/с}}$

1.12.7. (*Всесиб., 2015, 10*) На идеально скользком льду лежат, соприкасаясь, две одинаковые доски. На левый край первой доски поставлен шероховатый брусок. Когда его толкнули, он достиг правого края второй доски и остался на нём. Во сколько раз приобретённая второй доской скорость больше, чем у первой? Масса и размер бруска много меньше массы и длины досок.



$\boxed{v_2/v_1 \approx 6}$

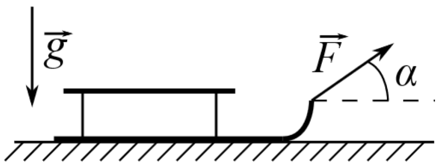
1.12.8. (*Всесиб., 2022, 10*) Левая половина горизонтальной площадки гладкая, правая — шероховатая. Две одинаковые шайбы одновременно запустили навстречу друг другу с одинаковой скоростью v из точек A и B от левого и правого края площадки. Шайбы встретились в точке C на расстоянии $CB = AB/3$. Определите среднюю скорость левой и правой шайбы на пути до их встречи. На гладкой части стола трение шайб о площадку отсутствует, на шероховатой части оно однородное. Размером шайб пренебречь.



$\bar{v}_л = \frac{4v}{7-2\sqrt{2}}$; $\bar{v}_п = \frac{2v}{7-2\sqrt{2}}$

1.12.9. (*«Физтех», 2023, 10*) Санки дважды разгоняют из состояния покоя до одной и той же скорости V_0 за одинаковое время.

В первом случае санки тянут, действуя постоянной по модулю силой, направленной под углом α к горизонту (см. рис.).



Во втором случае такая же по модулю сила, приложенная к санкам, направлена горизонтально. После достижения скорости V_0 действие внешней силы прекращается.

1. Найдите коэффициент μ трения скольжения санок по горизонтальной поверхности.

2. Через какое время T после прекращения действия силы санки остановятся?

Ускорение свободного падения g. Санки находятся на горизонтальной поверхности. Движение санок прямолинейное.

1) $\mu = \operatorname{tg}\frac{\alpha}{2}$; 2) $T = \frac{V_0}{\mu g}$

1.13 Связанные тела

Дополнительные задачи — в листке Связанные тела.

1.13.1. (*Всеросс., 2023, МЭ, 10*) Через неподвижный блок перекинута невесомая и нерастяжимая нить. Блок не вращается, но нить может скользить по блоку. Если к левому концу нити подвесить груз массой m, а к правому — массой $3m$, то эти тела, отпущенные из положения равновесия, будут двигаться с ускорением 2 м/с^2. Ускорение свободного падения равно 10 м/с^2.

1. С каким ускорением будут двигаться тела массами $3m$ и $9m$, подвешенные к концам этой нити? Ответ выразите в м/с^2, округлите до десятых долей.

2. С каким ускорением будут двигаться тела массами $3m$ и $8m$, подвешенные к концам этой нити? Ответ выразите в м/с^2, округлите до десятых долей.

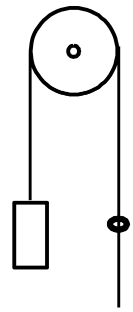
Пусть к левому концу этой нити подвешен груз массой 3 кг, а к правому концу нити подвешен груз некоторой массой M. При этом система находится в равновесии.

3. Найдите минимально возможное значение массы M. Ответ выразите в кг, округлите до десятых долей.

4. Найдите максимально возможное значение массы M. Ответ выразите в кг, округлите до десятых долей.

1) 2,0; 2) 1,4; 3) 1,5; 4) 6,0

1.13.2. (*«Будущие исследователи — будущее науки», 2018, 10*) К левому концу идеальной нити, переброшенной через невесомый блок, подвешен груз массы m, а по правой части нити скользит с постоянной относительно нити скоростью кольцо массы $m/2$ (см. рис.). Найти ускорение груза и силу трения, действующую на кольцо. Ускорение свободного падения g считать известным.

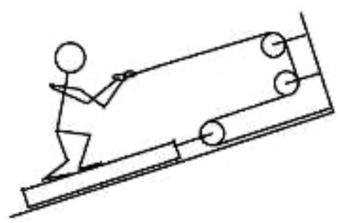


$a = g/3$; $F_{\text{тр}} = 2mg/3$

1.13.3. (*Всесиб., 2022, 10*) Два маленьких тела, связанных нитью, ускоренно скользят по гладкому столу под действием постоянной силы, приложенной ко второму телу. На пути следования этой системы появился шероховатый участок. При въезде на него натяжение нити сначала уменьшилось на величину ΔT_1, а потом увеличилось на величину ΔT_2 относительно нового натяжения. Определите отношение коэффициентов трения о стол первого и второго тел.

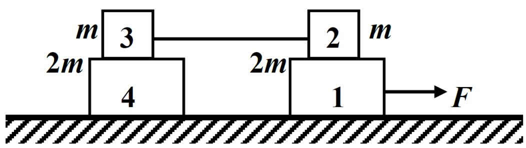
$\frac{\mu_1}{\mu_2} = \frac{\Delta T_2}{\Delta T_1}$

1.13.4. (*Всесиб., 2020, 10*) Человек массой m находится на платформе такой же массой m и подтягивает себя с помощью системы блоков по наклонной плоскости (угол α к горизонту), как показано на рисунке. При какой силе натяжения веревки он начнет проскальзывать по платформе? Коэффициент трения между человеком и платформой μ. Трение платформы о плоскость отсутствует. Веревка нерастяжимая и невесомая. Блоки невесомые. Ускорение свободного падения g.



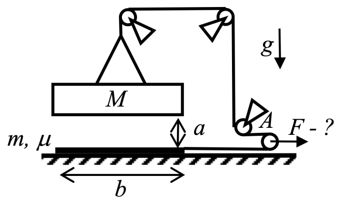
$2\mu mg\cos\alpha$

1.13.5. (*«Шаг в будущее», 2021, 10*) На гладкой горизонтальной поверхности расположена механическая система, состоящая из двух грузов массой $m = 1$ кг и двух грузов массой $2m = 2$ кг, изображенная на рисунке. Верхние грузы массой m соединены натянутой невесомой нерастяжимой нитью. Коэффициент трения между грузами m и $2m$ равен $\mu = 0{,}1$. Горизонтальная сила F, действующая на груз 1 равномерно увеличивается от очень малых значений до совсем больших. При каком наименьшем значении F груз 2 начнет скользить относительно груза 1? При каком значении силы F ускорение груза 1 относительно неподвижной поверхности станет равным $a_1 = 1$ м/с^2? Чему при этом значении силы F равны ускорения остальных грузов?



$a = 0{,}25$ м/с^2; $F = m(2a_1 + \mu g) = 3$ Н; $a_2 = a_3 = a_4 = \frac{\mu g}{4} = 0{,}25$ м/с^2

1.13.6. (*Всесиб., 2023, 10*) На горизонтальной поверхности лежит лист массой m. Над ним на высоте a висит плита массой M, удерживаемая канатом, переброшенным через систему блоков (см. рис.). Свободный конец каната соединен с листом и направлен горизонтально. Длина плиты и листа b, лист лежит точно под плитой. Коэффициент трения между листом и поверхностью μ, трения в других частях системы нет, блоки и канат невесомые, канат нерастяжимый. В начальный момент систему удерживают в неподвижном состоянии, затем отпускают. Блок A тянут с постоянной силой, при которой лист выходит из-под плиты в последний момент ее падения. Найдите эту силу. Ускорение свободного падения g.

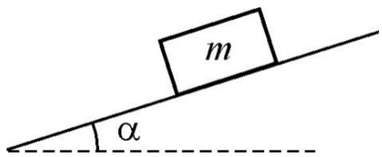


$\boxed{\frac{2Mmg(b+\mu a)}{mb+Ma}}$

1.14 Наклонная плоскость

Дополнительные задачи — в листке Наклонная плоскость.

1.14.1. (*Всеросс., 2021, МЭ, 10*) Кирпич массой m покоится на наклонной плоскости, составляющей угол α с горизонтом. Коэффициент трения между кирпичом и плоскостью равен μ. Чему равен модуль полной силы реакции, которая действует на кирпич со стороны поверхности?



1. $mg\sin\alpha$;
2. mg;
3. $\mu mg\cos\alpha$;
4. $mg\cos\alpha$;
5. $\mu mg\sin\alpha$.

$\boxed{2}$

1.14.2. (*Всеросс., 2021, МЭ, 10*) Небольшое тело лежит неподвижно на наклонной плоскости с углом наклона $\alpha = 30°$. Для того чтобы сдвинуть его с места достаточно приложить силу $F_1 = 1{,}5$ Н, параллельную плоскости и направленную под углом α к «линии скатывания» вверх вдоль плоскости (см. рис. 1), или приложить силу $F_2 = 0{,}2$ Н под углом α к той же линии вниз вдоль плоскости (см. рис. 2). Ускорение свободного падения равно $g = 10$ м/с^2.

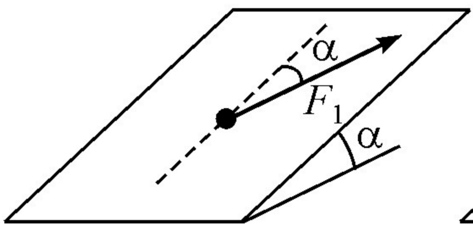


Рис. 1

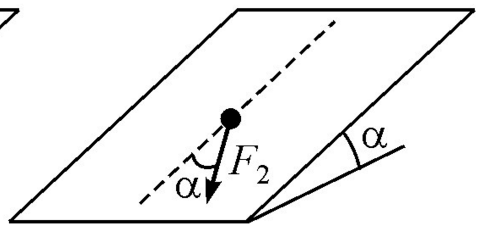


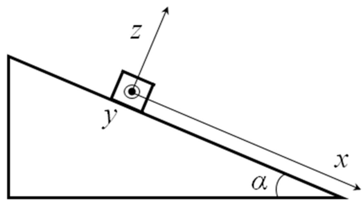
Рис.2

1. Определите массу тела в килограммах. Ответ округлите до сотых долей.

2. Определите коэффициент трения между плоскостью и телом. Ответ округлите до десятых долей.

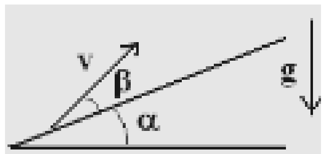
1) 0,15; 2) 0,7

1.14.3. (*Олимпиада КФУ, 2023, 10*) Брусок массы $m = 5$ кг лежит на наклонной плоскости, образующей угол $\alpha = 30°$ с горизонтом. Оси координат представлены на рисунке, ось y перпендикулярна плоскости рисунка. Какую минимальную силу F в плоскости yz нужно приложить, чтобы тело сдвинулось с места. Коэффициент трения между бруском и плоскостью $\mu = 0{,}6$. Сила F направлена под углом $\gamma = 45°$ к оси z. Внешняя сила приложена таким образом, что брусок движется поступательно. Ускорение свободного падения принять за 10 м/с^2.



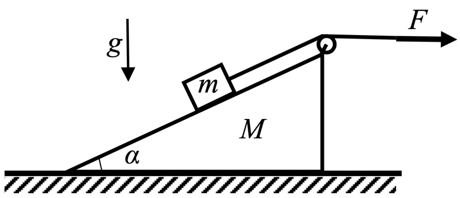
$F = mg\frac{\mu^2\sqrt{6}+\sqrt{8\mu^2-2}}{2(\mu^2-1)} \approx 0{,}044mg \approx 2{,}2$ Н

1.14.4. (*Всесиб., 2017, 10*) Плоскость образует угол α с горизонталью. С неё бросают вверх по склону мешок с песком со скоростью v под углом β к плоскости. Какое время t_1 мешок будет лететь по воздуху? Какое время t_2 он будет скользить по плоскости до возвращения в исходную точку? Трения с плоскостью нет, ускорение свободного падения g, воздействием воздуха пренебречь.



$t_1 = 2v\sin\beta/g\cos\alpha$; $t_2 = (2v/g)(\cos\beta/\sin\alpha - \sin\beta/\cos\alpha)$

1.14.5. (*Всесиб., 2021, 10*) Клин массой M с углом наклона α скользит по горизонтальной поверхности. На нем находится тело массой m, к которому привязана невесомая нерастяжимая нить, переброшенная через легкий блок, закрепленный на клине. За второй конец нити тянут с некоторой горизонтальной силой. При какой величине этой силы брусок не будет скользить по клину? Ускорение свободного падения g, трения нет, клин в процессе движения не опрокидывается.

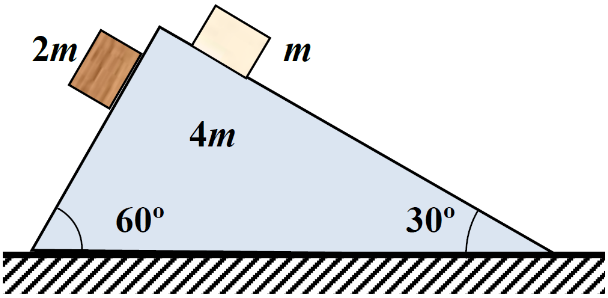


$\frac{mg(M+m)\sin\alpha}{M+m(1-\cos\alpha)}$

1.14.6. (*«Шаг в будущее», 2022, 10*) Однородный металлический тонкий обруч катится без проскальзывания по наклонной плоскости с ускорением $a_1 = 3$ м/с^2. С каким ускорением a_2 будет скользить по этой же наклонной плоскости металлический брусок, если коэффициент трения между плоскостью и бруском равен $\mu = 0{,}25$?

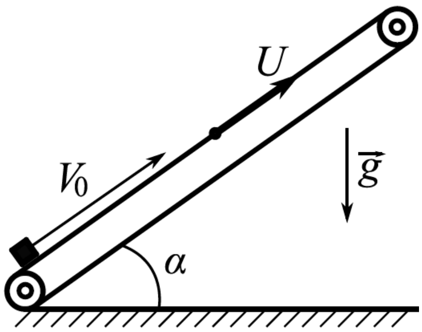
$a_2 = 2a_1 - \mu\sqrt{g^2 - 4a_1^2} = 4$ м/с^2

1.14.7. (*«Шаг в будущее», 2021, 10*) На гладкой горизонтальной поверхности находится гладкий клин массой $4m$, имеющий форму треугольной призмы, в основании которой лежит прямоугольный треугольник с углами $60°$ и $30°$. На клин осторожно поставили два гладких тела, массами $2m$ и m, как показано на рисунке. Определите, в какую сторону, и с каким ускорением будет двигаться клин, если оба тела одновременно начнут скользить по его боковым поверхностям.



Влево, $a = \frac{g(\sin 2\alpha - \frac{1}{2}\sin 2\beta)}{4+2\sin^2\alpha + \sin^2\beta} = 0{,}75$ м/с^2

1.14.8. (*«Физтех», 2023, 10*) Лента транспортера, предназначенного для подъема грузов, образует с горизонтальной плоскостью угол α такой, что $\sin\alpha = 0{,}8$ (см. рис.).



В первом опыте небольшую коробку ставят на *покоящуюся* ленту транспортера и сообщают коробке начальную скорость $V_0 = 4$ м/с. Коэффициент трения скольжения коробки по ленте $\mu = \frac{1}{3}$. Движение коробки прямолинейное.

1. За какое время T после старта коробка пройдет *в первом опыте* путь $S = 1$ м?

Во втором опыте коробку ставят на ленту транспортера, *движущуюся* со скоростью $U = 2$ м/с, и сообщают коробке скорость $V_0 = 4$ м/с.

2. На каком расстоянии L от точки старта скорость коробки во втором опыте будет равна $U = 2$ м/с?

3. На какой высоте H, отсчитанной от точки старта, скорость коробки во втором опыте станет равной нулю?

Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с^2. Все кинематические величины измерены в лабораторной системе отсчета.

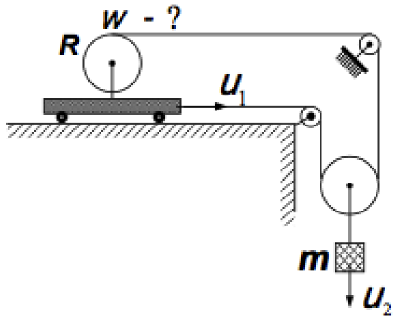
1) $T \approx 0{,}66$ с; 2) $L = \frac{V_0^2 - U^2}{2g(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)} = 0{,}6$ м; 3) $H = \left(L + \frac{U^2}{2g(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)}\right) \cdot \sin\alpha = \frac{56}{75} \approx 0{,}75$ м

1.15 Движение со связями

Дополнительные задачи — в листках

- Движение со связями. Кинематика
- Движение со связями. Динамика

1.15.1. (*Всеросс., 2020, ШЭ, 10*) На тележке закреплён блок радиусом R. На этот блок намотано много витков нерастяжимой верёвки. К оси второго (неподвижного) блока прикреплено тело массой m, движущееся вниз со скоростью $v_2 = \pi R$ м/с. С какой угловой скоростью ω и в каком направлении вращается блок, закреплённый на тележке, если тележка движется вправо со скоростью $v_1 = \frac{1}{2}\pi R$ м/с?



А) $\omega = 0$, не вращается

Б) $\omega = \pi$ с$^{-1}$, по часовой стрелке

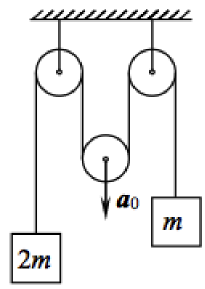
В) $\omega = \pi$ с$^{-1}$, против часовой стрелки

Г) $\omega = 2\pi$ с$^{-1}$, по часовой стрелке

Д) $\omega = 2\pi$ с$^{-1}$, против часовой стрелки

Б

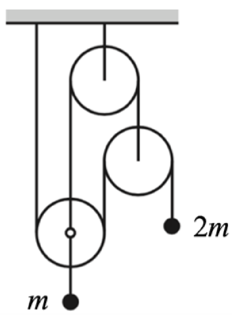
1.15.2. (*Всеросс., 2020, ШЭ, 10*) Система состоит из двух массивных грузов, невесомых блоков и невесомой нерастяжимой верёвки. Средний блок перемещают вниз с ускорением $a_0 = 5$ м/с^2. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с^2. Трение отсутствует.



1. Найдите ускорение груза массой $m = 1$ кг. Ответ укажите в м/с^2, округлив до целого числа.
2. Куда направлено ускорение тела массой 1 кг? 1 — вверх, 2 — вниз.
3. Чему равно натяжение нити? Ответ укажите в ньютонах, округлив до целого числа.

1) 10; 2) 1; 3) 20

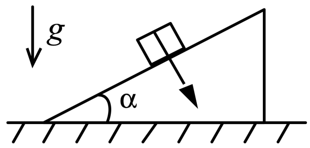
1.15.3. (*Всеросс., 2022, МЭ, 10*) Система, изображённая на рисунке, состоит из лёгких блоков, невесомых и нерастяжимых нитей и двух грузов массами $m = 1$ кг и $2m$. Модуль ускорения свободного падения равен 10 м/с^2.



1. Чему равен модуль ускорения левого груза? Ответ выразите в м/с^2, округлите до десятых долей.
2. Чему равен модуль ускорения правого груза? Ответ выразите в м/с^2, округлите до десятых долей.

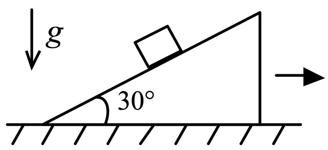
1) 2,1; 2) 8,5

1.15.4. (*«Будущие исследователи — будущее науки», 2015, 10*) Клин массы m с углом α при основании находится на горизонтальном столе. На наклонную грань клина положили груз и начали на него действовать с постоянной силой, направленной перпендикулярно наклонной грани клина (см. рис.). Трение между грузом и клином, клином и столом отсутствует. Чему равно ускорение груза, если известно, что оно направлено вертикально? С какой силой клин при этом давит на стол? Ускорение свободного падения g считать известным.



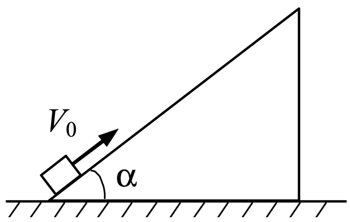
$\boxed{a = g;\ N = mg/\sin^2\alpha}$

1.15.5. (*«Будущие исследователи — будущее науки», 2016, 10*) На горизонтальном столе находится клин с углом 30° при основании, на наклонной грани которого лежит груз массы m. Коэффициент трения между грузом и клином равен 0,8. После того, как клин привели в ускоренное движение вдоль стола (см. рис.), груз стал двигаться в направлении, перпендикулярном наклонной грани клина. С какой силой клин давит на груз? Чему равно ускорение клина? Ускорение свободного падения g считать известным.



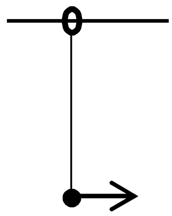
$\boxed{5mg/8;\ (\sqrt{3} - 5/4)g}$

1.15.6. (*«Будущие исследователи — будущее науки», 2017, 10*) Кубику сообщили скорость V_0 вверх вдоль наклонной грани клина с углом α при основании (см. рис.). Масса кубика в два раза меньше массы клина, трение между кубиком и клином, клином и горизонтальной поверхностью стола отсутствует. Какую скорость будет иметь клин в момент, когда кубик вернется в исходную точку на поверхности клина?



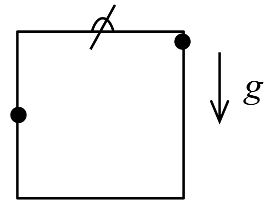
$\boxed{\dfrac{2V_0 \cos\alpha}{3}}$

1.15.7. (*«Будущие исследователи — будущее науки», 2018, 10*) Шарик висит на идеальной нити, прикрепленной к кольцу, которое может скользить без трения по неподвижной горизонтальной спице. Массы шарика и кольца равны. После того, как шарику сообщили некоторую начальную скорость вдоль спицы (см. рисунок), максимальный угол отклонения нити от вертикали составил 45°. Найти отношение ускорений шарика и кольца в момент максимального отклонения нити.



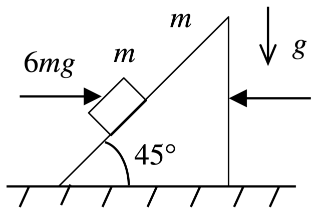
$\boxed{\sqrt{5}}$

1.15.8. (*«Будущие исследователи — будущее науки», 2019, 10*) Жесткий проволочный квадрат пренебрежимо малой массы может вращаться вокруг горизонтальной оси, проходящей через дужку, прикрепленную к середине стороны квадрата. Две тяжелые бусинки массой m каждая закреплены на квадрате — одна на середине стороны, другая — около вершины квадрата (см. рис.). В некоторый момент бусинку, находящуюся около вершины, освобождают, и она начинает скользить по проволоке без трения. Найти силы, с которыми проволока действует на бусинки сразу после освобождения одной из них. Ускорение свободного падения равно g.



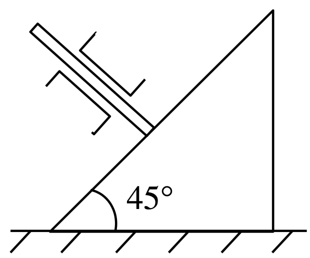
сила на закрепленную бусинку равна $mg\frac{\sqrt{2}}{2}$, сила на освобожденную бусинку равна нулю

1.15.9. (*«Будущие исследователи — будущее науки», 2020, 10*) Брусок массы m находится на наклонной грани клина той же массы с углом 45° при основании, расположенного на горизонтальном столе. Коэффициент трения между бруском и телом равен 0,5, трение между клином и столом отсутствует. К бруску и клину во встречных направлениях приложены горизонтальные силы, величина одной из которых равна $6mg$, где g — ускорение свободного падения (см. рис.). Чему равна величина другой силы, если ускорение бруска направлено вертикально?



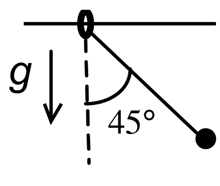
$7mg$

1.15.10. (*«Будущие исследователи — будущее науки», 2021, 10*) На гладком горизонтальном столе находится клин с углом 45° при основании. На гладкую наклонную грань клина давит стержень, который из-за направляющих может двигаться только перпендикулярно наклонной грани клина (см. рис.). Трение между стержнем и направляющими отсутствует. Масса стержня равна массе клина. Найти ускорение клина. Ускорение свободного падения равно g.



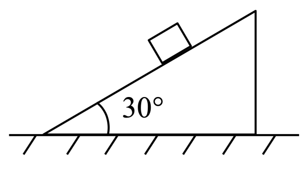
$g/3$

1.15.11. (*«Будущие исследователи — будущее науки», 2021, 10*) Кольцо, которое может скользить без трения по неподвижной горизонтальной спице, и прикрепленный к ней с помощью нити шарик удерживают в положении, когда нить составляет угол 45° с вертикалью (см. рис.). Считая нить идеальной и массы шарика и кольца равными, найти ускорение кольца сразу после освобождения тел. Ускорение свободного падения равно g.



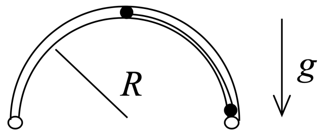
$g/3$

1.15.12. (*«Будущие исследователи — будущее науки», 2022, 10*) На гладкую наклонную грань клина, находящегося на гладком горизонтальном столе, положили брусок (см. рис.). При каком соотношении масс бруска и клина ускорения этих тел будут равны по величине? Угол при основании клина равен 30°.



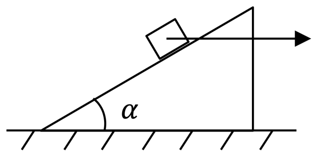
2

1.15.13. (*«Будущие исследователи — будущее науки», 2022, 10*) Тонкая трубка согнута в виде полуокружности радиуса R и расположена в вертикальной плоскости так, как показано на рисунке. В трубке удерживаются два связанных нитью шарика равной массы — один в верхней части трубки, другой у ее среза. Какими будут скорости и ускорения шариков после их освобождения в момент, когда две третьих длины нити окажутся вне трубки? Ускорение свободного падения равно g. Трение отсутствует.



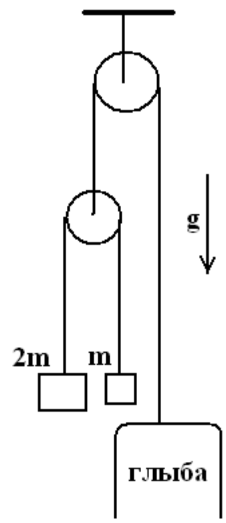
$\sqrt{gR\left(\frac{1}{2}+\frac{\pi}{3}\right)}$; $\frac{g}{2}\left(1+\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$, $\frac{g}{2}\sqrt{\left(1+\frac{2\pi}{3}\right)^2+\left(1+\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2}$

1.15.14. (*«Будущие исследователи — будущее науки», 2023, 10*) Брусок массы m положили на гладкую наклонную грань клина той же массы с углом α при основании, расположенного на гладком горизонтальном столе, и приложили к бруску горизонтальную силу (см. рис.). При какой величине силы ускорение бруска будет направлено горизонтально? Ускорение свободного падения равно g.



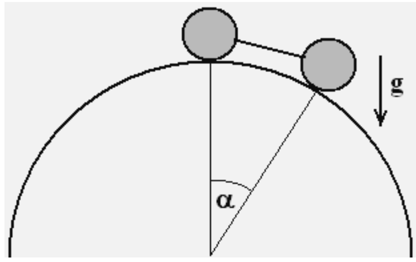
$2mg\operatorname{tg}\alpha$

1.15.15. (*Всесиб., 2015, 10*) Грузы масс $2m$ и m связаны нитью, проходящей через подвижный блок. Он связан с очень тяжёлой глыбой нитью, проходящей через второй неподвижный блок. Глыбу отпускают. Найти ускорения грузов. Нити нерастяжимы и невесомы, трением пренебречь. Ускорение свободного падения g.



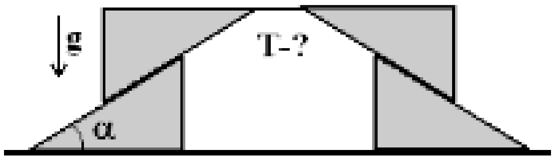
$a_1 = 5g/3$ и $a_2 = g/3$

1.15.16. (*Всесиб., 2016, 10*) Одинаковые шары массы m связаны натянутой нитью и находятся на сфере. Ее радиус, проведенный к точке касания с верхним шаром, вертикален, а проведенный к точке касания с нижним, образует угол α с вертикалью. Найдите ускорения шаров и натяжение нити сразу после того, как отпустили верхний шар. Трения нет, ускорение свободного падения g.



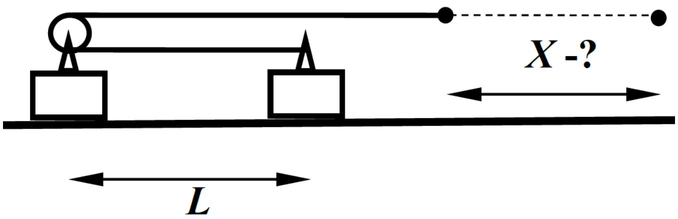
$a = (g/2)\sin\alpha,\ T = mg\sin(\alpha/2)$

1.15.17. (*Всесиб., 2017, 10*) На горизонтальном столе стоит симметричная фигура из четырёх одинаковых клиньев с углом α при основании и массой m каждый. Верхние клинья связаны нерастяжимой нитью, а нижние удерживают неподвижными. Найдите натяжение нити, после того как нижние клинья отпустили. Трения нет, ускорение свободного падения g.



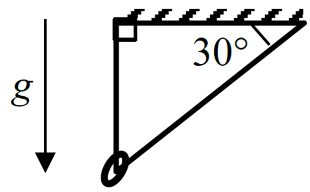
$T = mg\sin\alpha\cos\alpha$

1.15.18. (*Всесиб., 2018, 10*) Два одинаковых бруска лежат на горизонтальной поверхности в состоянии покоя на расстоянии L друг от друга. На левом бруске установлен блок. Закрепленную на правом бруске и переброшенную через этот блок легкую нить начали тянуть вправо с некоторой силой. На какое расстояние переместится конец нити, прежде чем бруски столкнутся? Трения нет, блок невесомый, нить нерастяжимая.



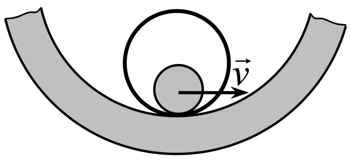
$X = \frac{5}{3}L$

1.15.19. (*Всесиб., 2019, 10*) Кольцо подвесили на легкой нерастяжимой нити и отпустили в положении, когда нить образовывала прямоугольный треугольник с одной горизонтальной стороной и углами 90° и 30° при этой стороне (см. рисунок). Найдите ускорение кольца в начале его движения. Трения нет. Ускорение свободного падения g.



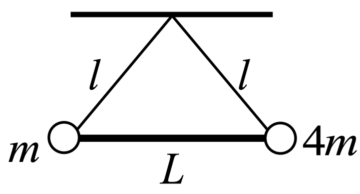
$a = g/2$

1.15.20. (*Инженерная олимпиада, 2021, 10*) По внутренней поверхности трубы с внутренним радиусом R катится диск радиуса r, прижимая к трубе тонкий обруч радиуса $2r$ ($R > 2r$). Линейная скорость центра диска равна v. Найти угловые скорости диска и обруча. Проскальзывания нет.



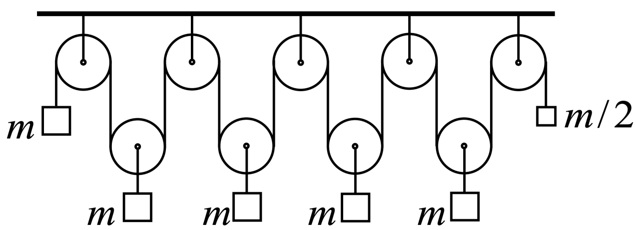
$\omega_д = \frac{v}{r},\ \omega_о = \frac{(R-2r)v}{2r(R-r)}$

1.15.21. (*«Росатом», 2022, 10*) Два груза с массами m и $4m$ подвешены на невесомых нерастяжимых нитях длиной l прикрепленных к одной точке горизонтального потолка. Между телами вставляют невесомый стержень длиной L, прикрепляют к ним и удерживают систему в таком положении, что стержень горизонтален (см. рисунок). В некоторый момент времени тела отпускают. Найти их ускорения сразу после этого.



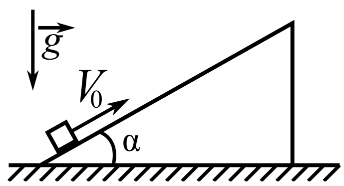
$a = \frac{3}{10}\frac{gL}{l}$

1.15.22. (*«Росатом», 2022, 10*) Имеется девять одинаковых невесомых блоков, пять из которых неподвижны (их оси прикреплены к горизонтальному потолку), четыре — подвижны и охватываются одной и той же невесомой нерастяжимой нитью. К осям подвижных блоков и к одному из концов нити, охватывающей блоки, прикреплены пять тел с одинаковой массой m. Ко второму концу нити прикреплено тело массой $m/2$. Найти ускорения всех тел.



$a_{\text{нижн}} = a_{\text{прав}} = \frac{g}{19}$ (вверх), $a_{\text{лев}} = \frac{9g}{19}$ (вниз)

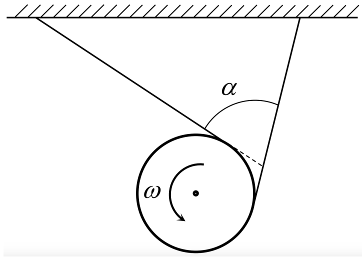
1.15.23. (*«Физтех», 2022, 10*) На гладкой горизонтальной поверхности расположен клин. Гладкая наклонная поверхность клина образует с горизонтом угол $\alpha = 30°$. Шайбе, находящейся на наклонной поверхности клина, сообщают начальную скорость $V_0 = 2$ м/с (см. рис.), далее шайба безотрывно скользит по клину. Массы шайбы и клина одинаковы. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с^2.



1. На какую максимальную высоту H над точкой старта поднимется шайба на клине?
2. Найдите скорость V клина в тот момент, когда шайба вернется в точку старта на клине.

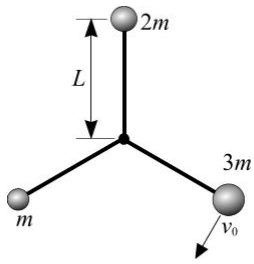
1) $H = \frac{V_0^2}{2g}\left(1 - \frac{\cos^2\alpha}{2}\right) = 0{,}125$ м; 2) $V = V_0 \cos\alpha \approx 1{,}7$ м/с

1.15.24. (*«Росатом», 2021, 10*) На массивный диск радиуса R намотаны две невесомые и нерастяжимые нити. Свободные концы нитей прикрепляют к горизонтальному потолку, а диск удерживают в некотором положении. Затем диск отпускают, и он начинает сматываться с нитей, которые при движении диска остаются постоянно натянутыми. Известно, что в некоторый момент времени угловая скорость диска равна ω, а угол между нитями равен α. Найти величину и направление скорости центра диска в этот момент.



$v = \frac{\omega R}{\cos(\alpha/2)}$, центр диска движется параллельно биссектрисе угла между нитями α

1.15.25. (*«Курчатов», 2022, 10*) На концах трех жестких невесомых стержней длиной $L = 12$ см каждый закреплены три одинаковых по размеру маленьких шарика массами m, $2m$ и $3m$, где $m = 110$ г. Противоположные концы стержней соединены между собой в одной точке, вокруг которой они могут свободно вращаться. Первоначально вся система неподвижно лежит на гладкой горизонтальной поверхности; все углы между соседними стержнями равны $2\pi/3$. Коротким ударом шарику массой $3m$ сообщают скорость $v_0 = 4$ м/с, направленную перпендикулярно соответствующему стержню и параллельно поверхности. Найдите ускорения всех трех шариков сразу после удара, считая их отличными от нуля.



$a_1 = \frac{6v_0^2}{11L} \approx 7{,}3$ м/с; $a_2 = \frac{3v_0^2}{11L} \approx 3{,}6$ м/с; $a_3 = \frac{2}{11}\frac{v_0^2}{L} \approx 2{,}4$ м/с

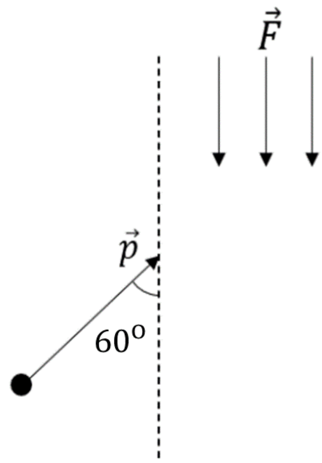
1.16 Импульс

Дополнительные задачи — в листках

- Импульс
- Системы материальных точек

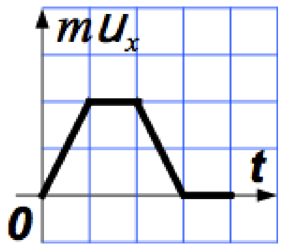
1.16.1. (*Всеросс., 2023, ШЭ, 10*) Частица, обладающая импульсом $p = 2$ кг · м/с, влетает в область действия постоянной силы $F = 0{,}2$ Н под углом $60°$ к направлению этой силы (см. рисунок). Через какое время после начала взаимодействия импульс частицы будет направлен перпендикулярно указанной силе?

1. 5 с;
2. 3 с;
3. 10 с;
4. 8 с.

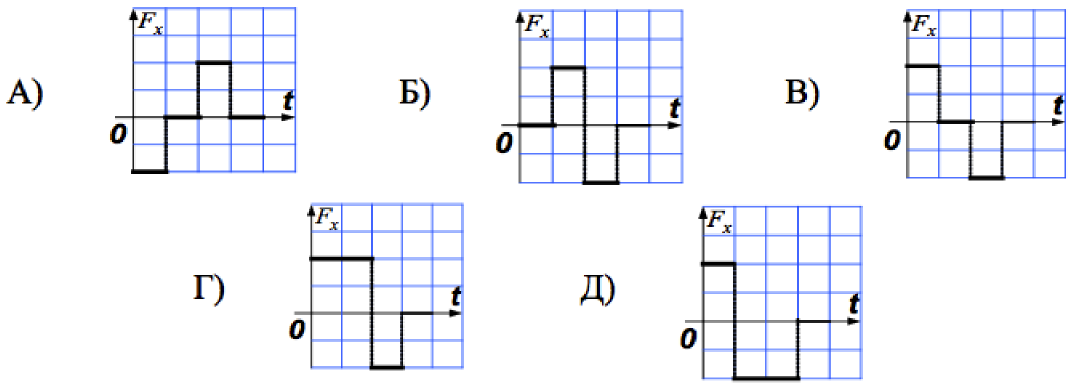


1

1.16.2. (*Всеросс., 2020, ШЭ, 10*) Тело движется прямолинейно вдоль оси OX. Проекция его импульса на эту ось меняется со временем t так, как показано на рисунке.



Какой график соответствует проекции на ось OX силы, действующей на тело?



В

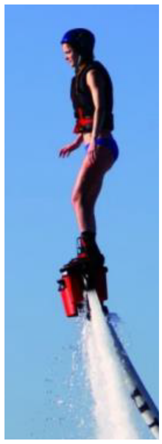
1.16.3. (*«Шаг в будущее», 2021, 10*) Мальчик бьет по мячу. После удара мяч улетает под углом $\alpha = 45°$ к горизонту и приземляется на расстоянии $s = 25{,}6$ м от мальчика. Чему равна средняя сила удара по мячу, если масса мяча $m = 0{,}5$ кг, а время удара $\tau = 0{,}02$ с? Сопротивлением воздуха пренебречь.

$F = \frac{m}{\tau}\sqrt{\frac{sg}{\sin 2\alpha}} = 400$ Н

1.16.4. (*«Надежда энергетики», 2022, 10*) Два тела, массы которых равны m_1 и $m_2 = 2m_1$, начинают двигаться в поле силы тяжести. В начальный момент времени их скорости взаимно перпендикулярны и равны, соответственно, $v_1 = 3$ м/с и $v_2 = 4$ м/с. Через некоторый промежуток времени скорость первого тела стала равна нулю. Найдите скорость второго тела через тот же промежуток времени. Сила сопротивления движению отсутствует.

5 м/с

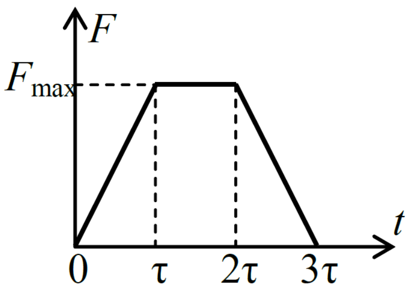
1.16.5. (*«Надежда энергетики», 2023, 10*) Студенческий летний лагерь НИУ «МЭИ» расположен в Крыму недалеко от города Алушта на морском побережье. Для активного отдыха придумано много развлечений. Самые смелые могут испытать себя в полетах над морем на флайборде. Определите, какую мощность развивает двигатель флайборда по выбросу воды в тот момент, когда человек неподвижно зависает над поверхностью воды? Скорость истечения воды v. Масса человека вместе с водометом равна M.



$\boxed{\frac{Mgv}{2}}$

1.16.6. (*«Надежда энергетики», 2015, 10*) Абсолютно гибкая однородная цепочка висит вертикально над поверхностью стола, подвешенная за верхний конец. Нижний конец цепочки касается стола. Верхний конец цепочки отпускают. Докажите, что в любой момент времени падения цепочки сила её давления на стол равна утроенному весу лежащей на столе части цепочки.

1.16.7. (*«Шаг в будущее», 2021, 10*) В момент старта ракеты начинают работать двигатели, создающие разгоняющую ракету силу. На рисунке приведен график изменения этой силы $F(t)$ от времени t. В момент окончания работы двигателей $t = 3\tau$ ракета приобретает необходимую максимальную скорость $v_{\max}$. Какой скорости достигает ракета спустя время τ после начала работы двигателей?



$\boxed{v_1 = \frac{v_{\max}}{4}}$

1.16.8. (*«Физтех», 2023, 10*) Снаряд летит по вертикали и разрывается в высшей точке траектории на множество осколков, летящих во всевозможных направлениях с равными по модулю скоростями. Через $t_1 = 0{,}4$ с после разрыва все осколки находятся в полете, один из осколков движется горизонтально, его импульс $P_1 = 30$ кг · м/с. Масса снаряда $M = 10$ кг.

1. Найдите модуль P_2 суммарного импульса $\vec{P_2}$ всех остальных осколков в этот момент времени. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с^2.

2. Найдите угол α между векторами $\vec{P_2}$ и $\vec{g}$ в этот момент времени. В ответе укажите значение тригонометрической функции угла α: $\sin\alpha$ или $\operatorname{tg}\alpha$.

Наибольшее расстояние от точки разрыва до точки падения осколков на горизонтальную поверхность $d = 80$ м.

3. Найдите продолжительность T полета таких осколков.

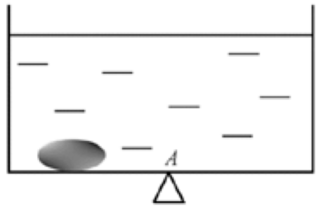
Сопротивление воздуха считайте пренебрежимо малым.

1) $P_2 = \sqrt{(Mgt_1)^2 + P_1^2} = 50$ кг · м/с; 2) $\sin\alpha = \frac{P_1}{P_2} = 0{,}6$, $\operatorname{tg}\alpha = \frac{P_1}{Mgt_1} = \frac{3}{4} = 0{,}75$; 3) $T = \sqrt{\frac{2d}{g}} = 4$ с

1.17 Центр масс

Дополнительные задачи — в листке Центр масс.

1.17.1. (*Всеросс., 2020, МЭ, 10*) Ко дну левой части сосуда, частично заполненного водой, приморожен кусок льда. Сосуд уравновешен на опоре A. Что произойдёт с сосудом, когда лёд растает? Сосуд имеет прямоугольное сечение.



А) сохранится равновесие сосуда

Б) сосуд будет опрокидываться, вращаясь по часовой стрелке

В) сосуд будет опрокидываться, вращаясь против часовой стрелки

Г) ответ зависит от формы куска льда

В

1.17.2. (*«Надежда энергетики», 2023, 10*) Вася купил банку кваса «Очаковский» и сел решать задачи отборочного тура олимпиады «Надежда энергетики», понемногу отхлебывая ароматный напиток. В какой момент центр масс банки с квасом будет находиться на минимальной высоте относительно дна банки? Чему она равна? Считать, что банка имеет форму тонкостенного цилиндра и в начальный момент полностью заполнена квасом, высота банки 20 см, масса кваса 400 г, а масса самой банки 50 г.

$h = \frac{H}{1+\sqrt{1+m/M}} = 5$ см

1.18 Работа, мощность, энергия

Дополнительные задачи — в листке Работа и энергия.

1.18.1. (*Всеросс., 2021, ШЭ, 10*) В башне «Федерация« в деловом центре Москва-Сити находится один из самых высоких лифтов в Европе. Кабина лифта следует со 2-го подземного этажа («минус второго») на 94-й этаж, причём ехать можно без пересадок. Это грузопассажирский лифт, он поднимается на высоту 355 метров над землёй, а общий путь движения с учётом подземных этажей — 365 метров, как дней в году. Скорость движения лифта — до 8 метров в секунду, грузоподъёмность — 2 тонны. Считайте, что КПД двигателя лифта равен 90%, ускорение свободного падения равно 10 м/с^2, масса кабины вместе с пассажирами равна 2 тоннам, лифт следует непрерывно с самого низкого этажа на самый высокий с максимальной скоростью, а трением и сопротивлением воздуха можно пренебречь.

1. Сколько энергии потребляет из электросети двигатель лифта за один подъём? Ответ выразите в мегаджоулях и округлите до целого числа.
2. Какую полезную мощность развивает двигатель при подъёме? Ответ выразите в киловаттах и округлите до целого числа.

1) 8; 2) 160

1.18.2. (*«Надежда энергетики», 2020, 10*) Вечером и утром энергопотребление в городах больше, чем в дневное время. Предположим, что все городские потребности в электроэнергии обеспечивает одна гидроэлектростанция. Определите, во сколько раз необходимо увеличить расход воды через гидротурбины на этой ГЭС, чтобы удовлетворить увеличивающееся в 3 раза энергопотребление. Считайте, что КПД гидрогенератора не зависит от подключённой к нему нагрузки, а силы вязкого трения в водоводах ГЭС пренебрежимо малы.

в 1,44 раза

1.19 Консервативные системы

Дополнительные задачи — в листке Консервативные системы.

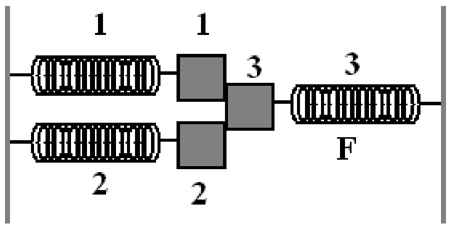
1.19.1. (*«Шаг в будущее», 2021, 10*) Цирковой гимнаст ложится на туго натянутую упругую предохранительную сетку, в результате чего максимальное провисание сетки равно $\Delta l_0 = 9$ см. С какой безопасной максимальной высоты, отсчитываемой от уровня сетки, может упасть (без начальной скорости) гимнаст, чтобы максимальное провисание сетки в этом случае было не больше $\Delta l = 60$ см?

$h = \Delta l\left(\frac{\Delta l}{2\Delta l_0} - 1\right) = 1{,}4$ м

1.19.2. (*Олимпиада КФУ, 2019, 10*) Пружину с грузом массы m, не деформируя, отклонили на угол 90° и сфотографировали в момент прохождения положения равновесия. Пружина в недеформированном состоянии имеет длину L и жесткость k. Чему равно удлинение ΔL пружины на фотографии? Положив, что $mg \ll kL$, получите приближенное значение удлинения при $k = 100$ Н/м, $m = 100$ г, $L = 1$ м с точностью до десятых долей мм.

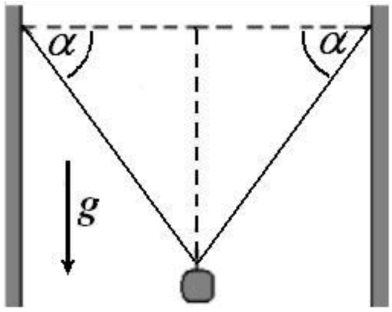
$\Delta L = L\frac{3\frac{mg}{kL}-1+\sqrt{1+18\frac{mg}{kL}+9\left(\frac{mg}{kL}\right)^2}}{4} \approx \frac{3mg}{2k}\left(1+\frac{1}{1+3\frac{mg}{kL}}\right) = 29$ мм

1.19.3. (*Всесиб., 2015, 10*) Пружины жёсткостей k_1, k_2, k_3 прикреплены к стенкам и трём грузам (см. рис. вид сверху). Грузы находятся на горизонтальной плоскости в состоянии покоя. Первый и второй грузы склеены с третьим, упругая сила со стороны третьей пружины F. Длины первой и второй пружин в недеформированном состоянии одинаковы. В некоторый момент склейка разрушилась. Найдите наибольшие кинетические энергии грузов при возникших колебаниях. Трения нет.



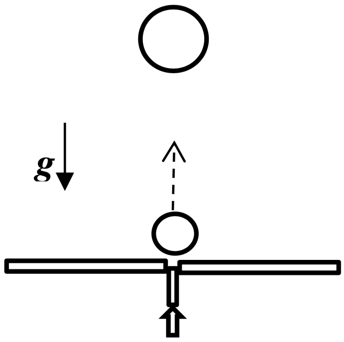
$E_1 = k_1F^2/2/(k_1+k_2)^2$; $E_2 = k_2F^2/2/(k_1+k_2)^2$; $E_3 = F^2/2k_3$

1.19.4. (*Всесиб., 2018, 10*) Легкий резиновый шнур привязывают к стенкам, так что его концы находятся на одной горизонтали, а расстояние между ними равно длине нерастянутого шнура. К середине шнура прикрепили чашку от весов и начали постепенно увеличивать массу груза на чашке. Когда масса груза с чашкой достигла значения $M = 6$ кг, нить оборвалась. Перед самым разрывом угол между шнуром и горизонтом был равен $\alpha = 60°$. Какую минимальную массу груза m можно было прикрепить к середине шнура, чтобы он разорвался после того, как груз отпустили? Считайте, что шнур остаётся упругим вплоть до разрыва.



$m = 2$ кг

1.19.5. (*Всесиб., 2020, 10*) Ударом снизу лежащему на горизонтальной поверхности большому мячу сообщают некоторую вертикальную скорость, и он летит вверх. Затем маленькому мячу из этой же точки стола сообщают точно такую же скорость, и он летит вдоль той же вертикали, что и первый мяч. Мячи сталкиваются в воздухе, при этом первый мяч непосредственно перед столкновением имеет скорость v_1, а второй — v_2. Определите радиус маленького мяча. Ускорение свободного падения g.

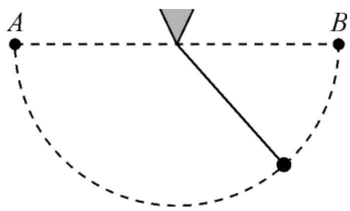


$\frac{v_2^2-v_1^2}{4g}$

1.20 Динамика маятника

Дополнительные задачи — в листке Динамика маятника.

1.20.1. (*Всеросс., 2023, МЭ, 10*) На нерастяжимой невесомой нити подвешен маленький шарик. Нить приводят в горизонтальное положение A и отпускают без начальной скорости. Через некоторое время нить снова занимает горизонтальное положение. В точках A и B ускорение шарика направлено вертикально вниз, а в нижней точке траектории — вертикально вверх. Выберите правильное утверждение.



1. Есть по крайней мере ещё одна точка траектории, где ускорение шарика направлено вертикально.

2. Есть по крайней мере одна точка траектории, где ускорение шарика направлено горизонтально.

3. Есть по крайней мере одна точка траектории, где ускорение шарика равно нулю.

4. Все приведённые выше утверждения неверны.

2

1.20.2. (*Всеросс., 2023, МЭ, 10*) Два маленьких шарика расположены на противоположных концах лёгкого жёсткого стержня. Стержень закреплён на фиксированной горизонтальной оси, которая проходит перпендикулярно стержню. Шарики удерживают строго один над другим. Стержень с шариками может вращаться в вертикальной плоскости вокруг этой оси. Ускорение свободного падения равно 10 м/с^2. Трение отсутствует.

Пусть масса нижнего шарика равна 500 г, верхнего шарика — 1 кг, длина стержня 50 см, а ось вращения расположена посередине стержня. Систему отпускают без начальной скорости.

1. Определите максимальное значение модуля скорости верхнего шарика в процессе движения. Ответ выразите в м/с, округлите до десятых долей.

2. При какой длине стержня максимальная скорость движения нижнего шарика в процессе движения равнялась бы 2,5 м/с? Ответ выразите в см, округлите до целого числа.

Пусть теперь масса каждого шарика равна 1 кг, а ось вращения стержня расположена на расстоянии 40 см от верхнего шарика и на расстоянии 20 см от нижнего. Стержень снова приводят в вертикальное положение и лёгким толчком систему приводят в движение.

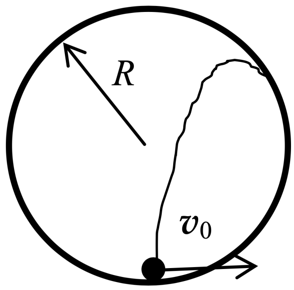
3. Определите максимальную угловую скорость системы. Ответ выразите в рад/с, округлите до десятых долей.

1) 1,8; 2) 94; 3) 6,3

1.21 Мёртвая петля

Дополнительные задачи — в листке Мёртвая петля.

1.21.1. (*«Надежда энергетики», 2016, 10*) В гладком кольцеобразном жёлобе, расположенном в вертикальной плоскости, находится маленький шарик. Шарику, находящемуся в положении равновесия, сообщили такую горизонтальную скорость, что после отрыва от жёлоба в некоторой точке он упал на жёлоб в точке старта (см. рис.). Найдите угол между скоростью шарика и вертикалью в момент отрыва от поверхности жёлоба.

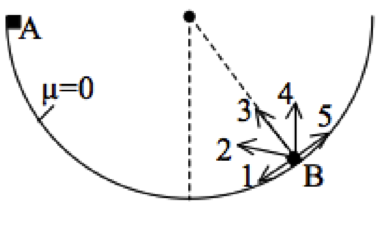


$\alpha = 30°$

1.22 Соскальзывание со сферы

Дополнительные задачи — в листке Соскальзывание со сферы.

1.22.1. (*Всеросс., 2020, ШЭ, 10*) Небольшое тело отпускают (его начальная скорость равна нулю) в точке A гладкой закреплённой полусферы. Через некоторое время тело оказывается в точке B. Куда направлена в точке B равнодействующая всех сил, приложенных к телу?



А) 1

Б) 2

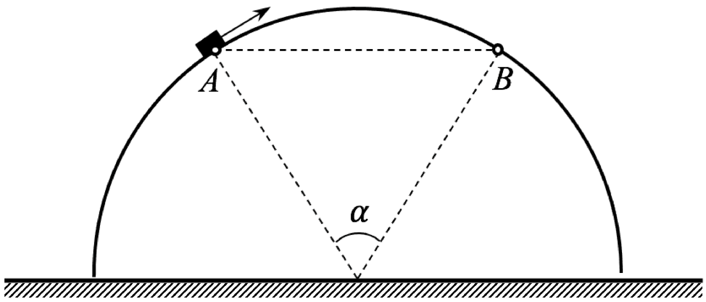
В) 3

Г) 4

Д) 5

Б

1.22.2. (*Всеросс., 2022, МЭ, 10*) Вследствие начального толчка изначально покоившееся крошечное тело начинает движение из точки A гладкой полусферы радиусом 1 м, проезжает её вершину и достигает точки B. Точки A и B поверхности полусферы лежат в одной горизонтальной плоскости. Центральный угол $\alpha = 60°$ Модуль ускорения свободного падения равен 10 м/с^2.

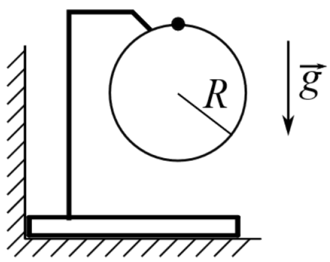


1. Найдите минимально возможное значение модуля начальной скорости тела. Ответ выразите в м/с, округлите до сотых долей.

2. Найдите максимально возможное значение модуля начальной скорости тела. Ответ выразите в м/с, округлите до сотых долей.

1) 1,64; 2) 2,94

1.22.3. (*«Физтех», 2023, 10*) Брусок установлен вплотную к вертикальной стенке (см. рис.). На бруске закреплено в вертикальной плоскости кольцо радиуса $R = 1$ м, на которое надет шарик. Массы бруска и шарика одинаковы. Кольцо и держатель легкие. Трения нет. Из верхней точки кольца шарик скользит с пренебрежимо малой начальной скоростью.



1. Найдите ускорение $\vec{a}$ шарика в тот момент, когда сила, с которой брусок действует на вертикальную стенку, обращается в ноль. В ответе укажите модуль и направление вектора $\vec{a}$.

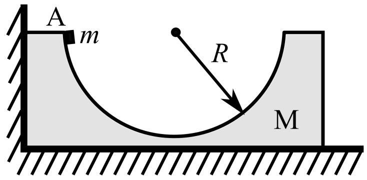
2. Найдите вертикальное перемещение h шарика к этому моменту времени.

3. Найдите наибольшую скорость V бруска.

Все перемещения происходят в одной вертикальной плоскости. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с^2. В процессе движения брусок не отрывается от гладкой горизонтальной плоскости.

1) $\vec{a} = \vec{g}$, $a = g = 10$ м/с^2; 2) $h = \frac{R}{3} \approx 0{,}33$ м; 3) $V = V_{1X} = \frac{\sqrt{2}+\sqrt{52}}{3\sqrt{3}}\sqrt{gR} \approx 1{,}66\sqrt{gR} \approx 5{,}25$ м/с

1.22.4. (*«Физтех», 2022, 10*) На гладкой горизонтальной поверхности вплотную к вертикальной стенке стоит брусок, в бруске сделано гладкое углубление в форме полусферы радиуса R (см. рис.). Из точки A с нулевой начальной скоростью скользит шайба массы m. Через некоторое время шайба достигает максимальной высоты $H = 2R/3$, отсчитанной от нижней точки полусферы.



1. Найдите массу M бруска.

2. Найдите максимальную скорость $V_{\max}$ бруска при дальнейшем движении системы.

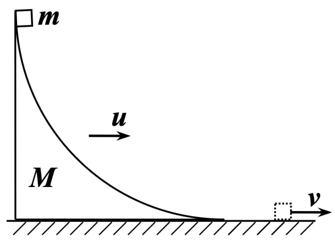
3. С какой по величине силой P брусок действует на горизонтальную поверхность в тот момент, когда его скорость $V_{\max}$? Ускорение свободного падения g.

1) $M = 2m$; 2) $V_{\max} = \frac{2}{3}V_0$; 3) $P = 5mg$

1.23 Упругие взаимодействия

Дополнительные задачи — в листке Упругие взаимодействия.

1.23.1. (*Всеросс., 2020, МЭ, 10*) «Горка» массой M вместе с находящимся на её вершине бруском массой $m = M/5$ двигалась по инерции с неизвестной скоростью и вдоль горизонтальной поверхности. В некоторый момент брусок отпустили, и он соскользнул вниз, в результате чего «горка» остановилась. Склон «горки» представляет собой четверть окружности радиусом $R = 1$ м. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с^2. Трение отсутствует.



1. Найдите конечную скорость v бруска после его соскальзывания с «горки». Ответ выразите в м/с и округлите до десятых долей.

2. Найдите начальную скорость u горки с бруском. Ответ выразите в м/с и округлите до десятых долей.

1) 4,9; 2) 0,8

1.23.2. (*Всеросс., 2023, МЭ, 10*) В комнате на горизонтальном полу лежит деревянный брусок. Этого бруска касается тяжёлый металлический шар, подвешенный к потолку комнаты на лёгкой нерастяжимой нити длиной $L = 3$ м (рис. 1). Масса шара намного больше массы бруска. Пусть T_1 — модуль силы натяжения нити в исходном положении. Шар отводят в сторону так, что прямая нить отклоняется на некоторый угол от вертикали, и отпускают (рис. 2). Модуль силы натяжения нити сразу после отпускания шара равен $T_2 = kT_1$, где $k = 0{,}6$. Шар возвращается в исходное положение и ударяет брусок. Соударение шара и бруска лобовое и абсолютно упругое, брусок после удара движется в плоскости рисунка. Пусть T_3 — модуль силы натяжения нити непосредственно перед ударом. Коэффициент трения между бруском и столом $\mu = 0{,}6$. Ускорение свободного падения принять равным $g = 10$ м/с^2. Радиус шара намного меньше L, шар не касается пола, сопротивлением воздуха пренебречь.

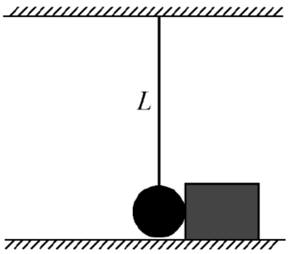


Рис. 1.

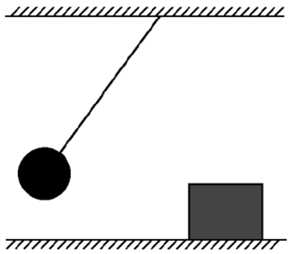


Рис. 2.

1. Найдите отношение T_3/T_1. Ответ округлите до десятых долей.
2. Найдите модуль скорости бруска сразу после соударения с шаром. Ответ выразите в м/с и округлите до десятых долей.
3. Какой путь пройдёт брусок до полной остановки? Ответ выразите в метрах и округлите до целого числа.

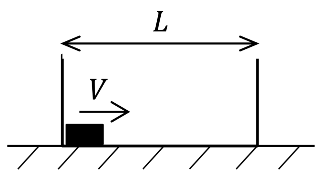
1) 1,8; 2) 9,8; 3) 8

1.23.3. (*«Будущие исследователи — будущее науки», 2015, 10*) В кинетической теории газов при рассмотрении парных соударений между молекулами используется тот факт, что относительная скорость в результате соударения не изменяется по величине. Докажите сохранение величины относительной скорости молекул, моделируя их одинаковыми гладкими шарами, испытывающими абсолютно упругий (не обязательно лобовой) удар. Учесть, что при лобовом соударении одинаковых упругих шаров происходит обмен скоростями.

1.23.4. (*«Будущие исследователи — будущее науки», 2019, 10*) Падающий вертикально шарик абсолютно упруго соударяется с гладкой наклонной гранью клина, лежащего на гладком горизонтальном столе. Массы шарика и клина равны. При каком угле при основании клина приобретенная клином кинетическая энергия составит наибольшую долю от кинетической энергии, которая была у шарика перед его ударом о клин? Считать, что удар шарика не вызывает вращения клина.

$\operatorname{ctg}\alpha = \sqrt{2}$

1.23.5. (*«Будущие исследователи — будущее науки», 2023, 10*) На горизонтальном столе лежит коробка длины L и массы m, в которой у одной из стенок находится шайба той же массы. Шайбе сообщают скорость V в направлении противоположной стенки (см. рис.). Считая, что соударения шайбы со стенками упругие, трение между шайбой и коробкой отсутствует, а коэффициент трения между коробкой и столом равен μ, найти пройденные коробкой и шайбой пути. Ускорение свободного падения равно g. Диаметр шайбы мал по сравнению с L.



$V^2/(4\mu g)$; $(1+n)L$, где $n = [V^2/(4\mu g L)]$

1.23.6. (*Всесиб., 2019, 10*) Хоккеист увидел посторонний предмет точно посредине хоккейной коробки и решил его убрать, толкнув в него от бортика шайбу со скоростью v. После упругого удара одновременно шайба вернулась к хоккеисту, а предмет ударился о противоположный бортик. Через какое время после толчка вернулась шайба, если ширина хоккейной коробки L, а движение шайбы и предмета происходили вдоль одной линии поперек коробки? Трения нет.

$t = \frac{3L}{2v}$

1.23.7. (*«Росатом», 2023, 10*) Тело массой m_1 налетает на покоящееся тело с некоторой неизвестной массой m_2. Известно, что после центрального абсолютно упругого столкновения импульс тела с массой m_1 вдвое превосходит импульс тела с массой m_2. Найти массу m_2.

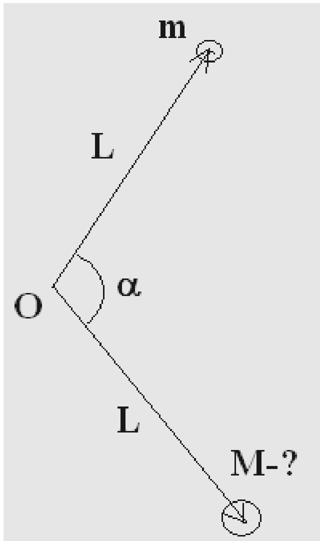
$\boxed{m_2 = \frac{m_1}{5}}$

1.23.8. (*Всесиб., 2022, 10*) По лежащей на льду неподвижной шайбе с некоторой скоростью толкнули такую же шайбу. Шайбы упруго ударились. Удар был центральный, в результате чего шайбы остановились на расстоянии L друг от друга, выстроившись вдоль направления начальной скорости. Опыт повторили с той же начальной скоростью и с того же расстояния, но чуть-чуть промахнулись — в результате остановившиеся шайбы выстроились перпендикулярно направлению толчка. Определите расстояние между ними во втором случае. Шайбы скользят по льду и сталкиваются упруго.

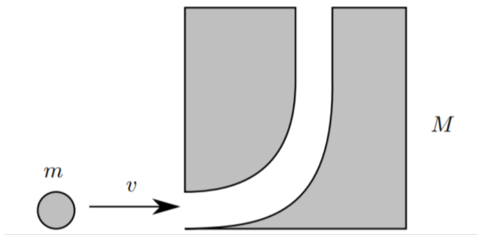
$\boxed{L/\sqrt{2}}$

1.23.9. (*Всесиб., 2017, 10*) Двигающаяся по горизонтальному столу шайба массы m налетает на вторую исходно неподвижную шайбу. После упругого столкновения шайбы останавливаются на одинаковом расстоянии L от точки удара. Угол между перемещениями шайб α. Найдите массу M второй шайбы, если коэффициент трения шайб со столом одинаков и равен μ. Какова величина скорости первой шайбы перед моментом удара? Ускорение свободного падения g.

$\boxed{M = m(1 - 2\cos\alpha);\ u = 2\sin(\alpha/2)\sqrt{2\mu g L}}$

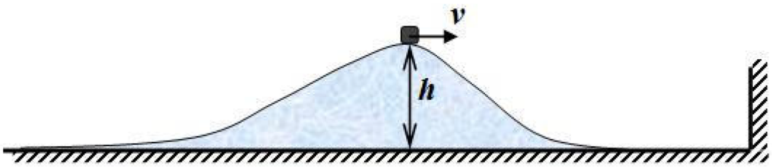


1.23.10. (*«Курчатов», 2020, 10*) В кубе массы M просверлено отверстие так, что шар массы m может войти горизонтально, а затем пройти через куб и вылететь вертикально вверх. Шар и куб расположены на поверхности без трения, куб изначально находится в покое. Рассмотрим ситуацию, в котором шар движется горизонтально со скоростью v_0. Шар попадает в куб и выбрасывается из верхней части куба. Предположим, что нет потерь на трение, когда шар проходит через куб, где он входит в верхнее отверстие, а затем выбрасывается из бокового отверстия. Определите время возврата шарика в положение, в котором происходит первоначальное столкновение, в терминах отношения масс $\beta = \frac{M}{m} > 0$, скорости v_0 и ускорения свободного падения g.



$\boxed{t = \frac{2v_0}{g}\sqrt{\frac{\beta}{1+\beta}}\left(\frac{\beta}{\beta-1}\right)}$

1.23.11. (*«Шаг в будущее», 2023, 10*) На горизонтальной поверхности льда находится ледяная горка высотой $h = 0{,}6$ м, которая может скользить по поверхности льда (см. рисунок). На вершине горки покоится маленькая шайба. Масса горки в $k = 3$ раза больше массы шайбы. Вначале горка и шайба неподвижны. Трение пренебрежимо мало. Какую минимальную горизонтально направленную скорость необходимо сообщить шайбе, чтобы она после того, как соскользнет с горки и ударится упруго о вертикальный бортик, смогла бы подняться на вершину горки при обратном движении? Считать, что при движении по горке шайба не отрывается от неё, все движения шайбы и горки по горизонтальной поверхности происходят вдоль одной прямой. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с^2.



$v = \sqrt{\frac{gh}{3}} = 1{,}4$ м/с

1.24 Неконсервативные системы

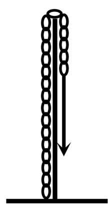
Дополнительные задачи — в листке Неконсервативные системы.

1.24.1. (*Всеросс., 2020, ШЭ, 10*) На лёгкой пружине жёсткостью 500 Н/м, прикреплённой к потолку, подвешено тело массой 2 кг, которое первоначально покоится. На него начинает действовать постоянная сила, направленная вертикально вниз, равная $F = 30$ Н. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с^2.

1. Чему равна первоначальная деформация пружины? Ответ укажите в см, округлив до целого числа.
2. Найдите работу силы F к тому моменту, когда груз опустится на 10 см. Ответ укажите в Дж, округлив до целого числа.
3. Найдите модуль скорости тела к тому моменту, когда оно опустится на 10 см. Ответ укажите в м/с, округлив до десятых долей.

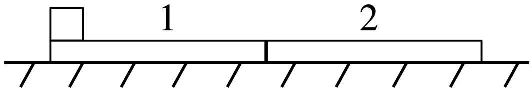
1) 4; 2) 3; 3) 0,7

1.24.2. (*«Росатом», 2021, 10*) Около тонкой гладкой вертикальной стенки лежит цепочка с очень мелкими звеньями длинной l и массой m. Высота стенки меньше длины цепочки и равна $5l/6$. Какую минимальную работу нужно совершить, чтобы втащить цепочку на стенку так, как показано на рисунке?



$\frac{17}{36}mgl$

1.24.3. (*«Будущие исследователи — будущее науки», 2020, 10*) Две одинаковые доски лежат на гладком горизонтальном столе, соприкасаясь торцами (см. рис.). Брусок, масса которого равна массе доски, толкают вдоль досок с конца доски 1 с такой скоростью, что он, проскользив по обеим доскам, остается на конце доски 2. Какая часть первоначальной кинетической энергии бруска выделилась в виде тепла? Чему равно отношение работ, совершенных над бруском досками 1 и 2?

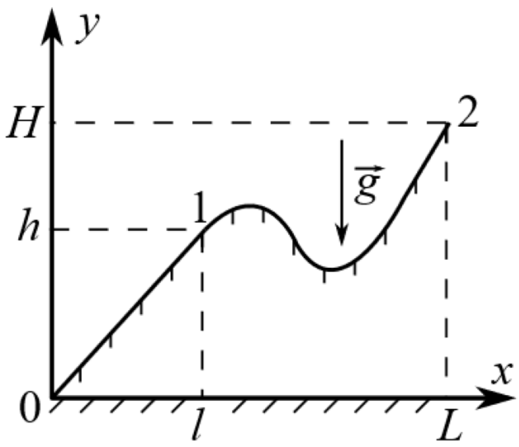


$4/7$; $\frac{16}{13+5\sqrt{7}} \approx 0{,}6$

1.24.4. (*«Надежда энергетики», 2015, 10*) Кубик с ребром l начинает скользить по горизонтальной доске с некоторой начальной скоростью. Коэффициент трения кубика о доску равен μ. На расстоянии S от точки начала скольжения из доски выступает маленький гвоздик. Какой должна быть минимальная начальная скорость кубика, чтобы при ударе о гвоздик кубик перевернулся? Кинетическая энергия кубика перед ударом о гвоздик в n раз больше механической энергии, потерянной кубиком при ударе.

$v_0 = \sqrt{2\mu g s + gl\frac{\sqrt{2}-1}{n-1}n}$

1.24.5. (*«Физтех», 2023, 10*) Школьник втаскивает санки на горку. Профиль горки в вертикальной плоскости показан на рисунке к задаче. Для того, чтобы, двигаясь по прямой, медленно втащить санки массой $m = 5$ кг, из точки 0 в точку 1, прикладывая силу вдоль плоской поверхности горки, необходимо совершить работу $A_1 = 300$ Дж. В точке 1 школьник отпускает санки. Вертикальная координата точки старта $h = 4{,}6$ м, начальная скорость санок нулевая. Коэффициент трения скольжения санок по горке одинаков на всей поверхности горки. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с^2.



1. Найдите скорость V санок у основания горки в точке 0.

2. Какую работу A_2 следует совершить, чтобы медленно переместить санки по горке из точки 1 в точку 2? В точке 2 вертикальная координата $H = 10$ м, $L = 4l$.

На каждом элементарном перемещении вектор силы, которую школьник прикладывает к санкам, и вектор перемещения санок лежат на одной прямой. Все перемещения происходят в одной вертикальной плоскости.

1) $V = 2\cdot\sqrt{gh - \frac{A_1}{2m}} = 8$ м/с; 2) $A_2 = mg(H-h) + (A_1 - mgh)\cdot\left(\frac{L}{l} - 1\right) = 480$ Дж

1.24.6. (*«Формула Единства» / «Третье тысячелетие», 2020, 10*) Пружина жёсткостью 600 Н/м прикреплена к стене. К ней по гладкому полу со скоростью 2,3 м/с приближается тележка. У её левого края лежит грузик. На сколько сожмётся пружина, когда тележка в неё ударится?

Примечание. Масса тележки — 5 кг, масса грузика — 1 кг. Коэффициент трения между грузиком и тележкой $\mu = 0{,}5$. Длина пружины — 50 см, длина тележки — 40 см. Размер грузика много меньше размера тележки.

0,24 м

1.25 Неупругие взаимодействия

Дополнительные задачи — в листке Неупругие взаимодействия.

1.25.1. (*Всеросс., 2022, ШЭ, 10*) Два шарика массами 200 г и 400 г движутся по гладкому столу перпендикулярно друг другу с одинаковыми по модулю скоростями 4 м/с. После частично упругого соударения лёгкий шар остановился, а тяжёлый продолжил движение.

1. Найдите скорость тяжёлого шара после удара. Ответ выразите в метрах в секунду, округлив до десятых долей.

2. Найдите отношение кинетической энергии, которую имел лёгкий шар до удара, к количеству теплоты, которая выделилась при соударении. Ответ округлите до целого числа.

1) 4,5; 2) 2

1.26 Распад частиц

Дополнительные задачи — в листке Распад частиц.

1.26.1. (*Олимпиада КФУ, 2019, 10*) Снаряд разлетелся в середине большой комнаты на 3 осколка с одинаковыми массами и скоростями. Один осколок продолжил движение в том же направлении, два других разлетелись в вертикальной плоскости под углом 60 градусов друг к другу. Осколок, летевший прямо, ударился в стену через время t_1, а время между приземлением двух других осколков равно τ. Когда один из осколков коснулся потолка, скорость его была направлена горизонтально. Все удары упругие. Найти длину и высоту комнаты.

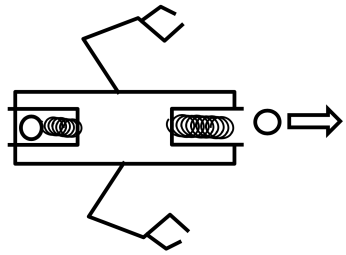
$L = 2g\tau t_1$; $H = \frac{g\tau^2}{4}$

1.26.2. (*«Формула Единства» / «Третье тысячелетие», 2019, 10*) Граната, брошенная вертикально вверх со скоростью v, в верхней точке траектории разрывается на два осколка. Скорость первого направлена вертикально вниз, второго — вертикально вверх. При возвращении в точку метания их скорости равны v_1 и v_2.

Найдите отношение масс осколков. Сопротивлением воздуха пренебрегите.

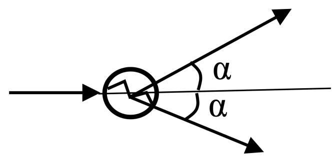
$\boxed{\frac{m_2}{m_1} = \sqrt{\frac{v_1^2 - v^2}{v_2^2 - v^2}}}$

1.26.3. (*Всесиб., 2020, 10*) Робот неподвижно висит в космическом пространстве в точке A около космического корабля. Масса робота, вместе с его оснасткой равна M. Для того чтобы переместиться из точки A в точку B, он с помощью пружинной пушки выстреливает шариком массой m. Для того, чтобы прекратить движение в точке B, он через время τ выстреливает таким же шариком в противоположном направлении. Фиксация робота в точке B оказалась неполной, и он со временем ее покинул. Через какое время после второго выстрела робот вернется в точку A? Энергия выстрелов одинаковая.



$\boxed{\frac{\tau\sqrt{M-2m}}{\sqrt{M}-\sqrt{M-2m}}}$

1.26.4. (*Всесиб., 2023, 10*) Между двумя частями составного тела вставлена невесомая пружинка. Массы частей тела m и $2m$. Тело свободно летит с некоторой скоростью. В какой-то момент пружинка расталкивает части тела, и они обе разлетаются под углом α к первоначальному направлению движения тела. При этом в конечный момент расталкивания центры масс разлетающихся частей находятся на оси пружинки. Под каким углом к первоначальной скорости тела была расположена ось пружинки? Поля тяжести нет.



$\boxed{\operatorname{arctg}(3\operatorname{tg}\alpha)}$

1.27 Рассеяние частиц

Дополнительные задачи — в листке Рассеяние частиц.

1.27.1. (*«Курчатов», 2023, 10*) Ядро N_1 сталкивается с первоначально покоящимся ядром N_2 и возбуждает его:

$$N_1 + N_2 \to N_1 + N_2^*.$$

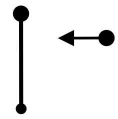
При этом внутренняя энергия ядра N_2 увеличивается на положительную величину ΔE. Отношение масс ядер N_1 и N_2 равно $n = m_1/m_2 = 1/3$. Отношение энергии ΔE к начальной кинетической энергии K_0 ядра N_1 равно $x = \Delta E/K_0 = 2/5$. Найдите максимально возможное значение ϑ_m угла вылета возбуждённого ядра N_2^*, совместимое с законами сохранения импульса и энергии (угол вылета — угол между импульсом ядра N_2^* и начальным импульсом ядра N_1).

$\boxed{\vartheta_m = \arccos\sqrt{(n+1)x} = 43^\circ}$

1.28 Ударные силы

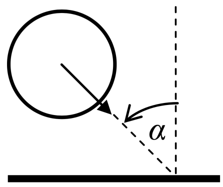
Дополнительные задачи — в листке Ударные силы.

1.28.1. (*«Покори Воробьёвы горы!», 2020, 10*) На гладкой горизонтальной поверхности лежала гантель из двух небольших шайб с массами m и $3m$ и жесткого легкого стержня длины L. Небольшая шайба ударяется упруго о стержень, и гантель после этого движется поступательно. На каком расстоянии от легкой шайбы гантели находилась точка удара?



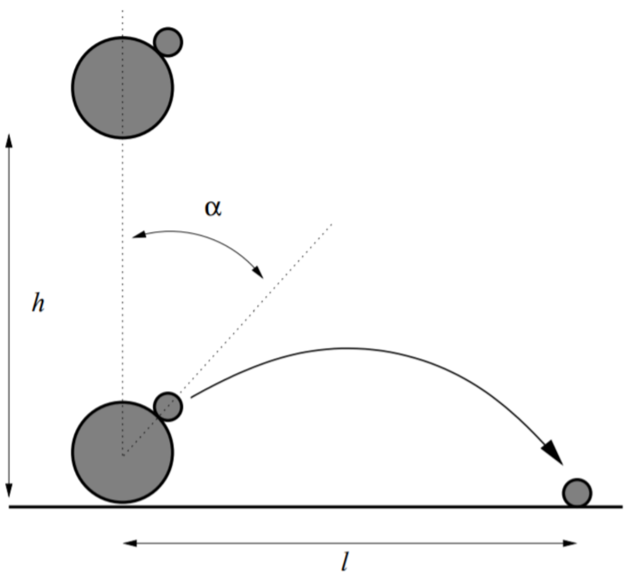
$r = \frac{3}{4}L$

1.28.2. (*«Покори Воробьёвы горы!», 2020, 10*) Кольцо радиуса $a = 5$ см скользит, не вращаясь, по гладкому горизонтальному льду со скоростью $v_0 = 1$ м/с и ударяется о вертикальный борт. Если скорость кольца направлена перпендикулярно борту, то удар будет упругим, и кольцо после удара будет двигаться поступательно. Найти угловую скорость вращения кольца после удара, если угол падения кольца $\alpha = 45°$. Коэффициент трения между кольцом и бортом $\mu = 0{,}4$.



$\omega = \frac{2\mu v_0 \cos\alpha}{a} \approx 11{,}3$ с$^{-1}$

1.28.3. (*«Курчатов», 2020, 10*) Шар для боулинга и мяч для гольфа сбрасывают вместе на плоскую поверхность с высоты h. Мяч для боулинга намного массивнее мяча для гольфа, и радиусы обоих шаров много меньше h. Шар для боулинга сталкивается с поверхностью и сразу после этого с мячом для гольфа: шары сбрасывают так, что все движения перед вторым столкновением являются вертикальными, и мяч для гольфа ударяется о шар для боулинга под углом α от его верхней точки, как показано на рисунке. Все столкновения являются абсолютно упругими, нет трения между шаром для боулинга и мячом для гольфа. После столкновения мяч для гольфа движется при отсутствии сопротивления воздуха и приземляется на расстояние l. Высота $h = 1$ м фиксирована, но α может меняться. Каково максимально возможное значение l и под каким углом α оно достигается?



$l \approx 14{,}1$ м, $\alpha \approx 27°$

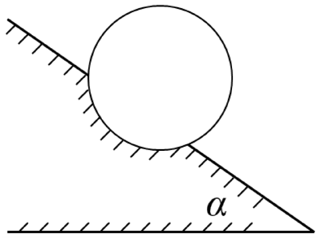
1.28.4. (*«Курчатов», 2021, 10*) Стена абсолютно упруга относительно воздействий вдоль нормали к ее поверхности. Поверхность стены также имеет коэффициент трения $\mu = \sqrt{3}/6$. В стену бросают абсолютно твердый кубик так, что одна грань кубика параллельна стене, а скорость кубика $\vec{v}$ составляет угол α с нормалью к поверхности. Найдите зависимость угла β, под которым кубик отскакивает от стены, от угла α. Постройте качественный график функции $\beta(\alpha)$.

$$\beta = \begin{cases} 0, & \text{если } \alpha \leqslant 30^\circ; \\ \operatorname{arctg}\left(\operatorname{tg}\alpha - \frac{1}{\sqrt{3}}\right), & \text{если } \alpha > 30^\circ \end{cases}$$

1.29 Статика

Дополнительные задачи — в листке Статика.

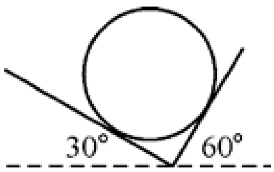
1.29.1. (*Всеросс., 2022, ШЭ, 10*) В доске высверлили небольшую ямку и вставили в неё шар (см. рисунок). Под каким минимальным углом α к плоскости стола должна быть наклонена доска, чтобы шар выпал из ямки? Радиус шара в два раза превышает глубину ямки.



1. 30°;
2. 45°;
3. 60°;
4. 90°.

3

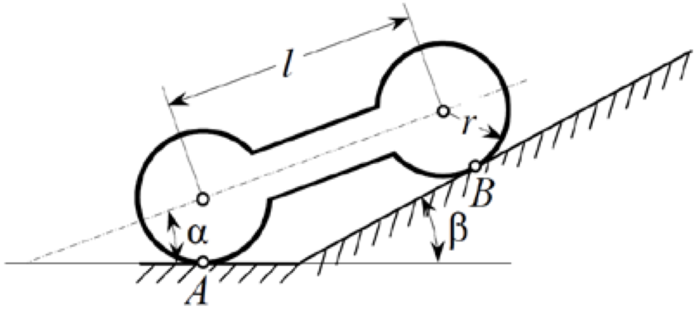
1.29.2. (*Всеросс., 2021, ШЭ, 10*) На двух наклонных плоскостях, образующих прямой двугранный угол, лежит однородный цилиндр массой 2 кг. Первая и вторая плоскости наклонены к горизонту под углами 30° и 60° соответственно. Первая плоскость шероховатая, а вторая — гладкая. Ускорение свободного падения равно 10 м/с^2. *Указание: сила полной реакции опоры равна геометрической сумме силы нормальной реакции опоры и силы сухого трения.*



1. Найдите модуль силы полной реакции опоры R_1, действующей на цилиндр со стороны первой плоскости. Ответ выразите в ньютонах, округлите до целого числа.
2. Найдите модуль силы полной реакции опоры R_2, действующей на цилиндр со стороны второй плоскости. Ответ выразите в ньютонах, округлите до целого числа.

1) 17; 2) 10

1.29.3. (*Всеросс., 2020, МЭ, 10*) Однородная симметричная гантель состоит из двух одинаковых шаров, соединенных цилиндрическим стержнем. Размеры гантели указаны на рисунке. Гантель лежит на горизонтальной и наклонной плоскостях, касаясь их в точках A и B. Эти плоскости образуют двугранный угол $\pi - \beta = 150°$ (линия пересечения плоскостей перпендикулярна плоскости рисунка). Ось симметрии гантели лежит в плоскости рисунка. Трение в точке A отсутствует.

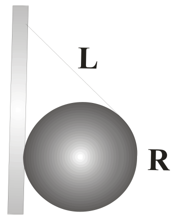


1. Найдите минимальный коэффициент трения между наклонной плоскостью и гантелью в точке B, при котором равновесие возможно. Ответ округлите до десятых долей.

2. Пусть $\alpha = 12°$, масса гантели равна m и $l = 5r$. Найдите отношение mg/N, где N — модуль силы нормальной реакции, действующей на гантель в точке A. Ответ округлите до сотых долей.

1) 0,6; 2) ворота 1,81 – 1,85

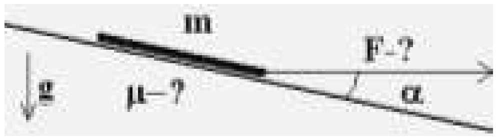
1.29.4. (*«Надежда энергетики», 2015, 10*) Тяжёлый цилиндр радиусом $R = 3$ см подвешен за прикреплённую к нему нить к вертикальной стене. Минимальный коэффициент трения о стену, при котором цилиндр не скользит по ней, равен $\mu = 25/24$. Определите длину нити L.



$L = 4$ см

1.29.5. (*«Надежда энергетики», 2023, 10*) Концы двух однородных стержней разной длины привязаны друг к другу двумя нитями разной длины так, что два стержня и две нити образуют четырехугольник. Один из стержней подвесили за середину. Докажите, что в подвешенном состоянии образованная стержнями и нитями фигура будет трапецией.

1.29.6. (*Всесиб., 2016, 10*) На плоскости с углом наклона α лежит однородная линейка массы m. Ее тянут по горизонтали за нить, привязанную к нижнему концу. При какой максимальной силе натяжения $F_{\max}$ линейка не оторвется от плоскости? Найдите наименьший коэффициент трения $\mu_{\min}$ такой, что при этом линейка не будет и соскальзывать. Ускорение свободного падения g.

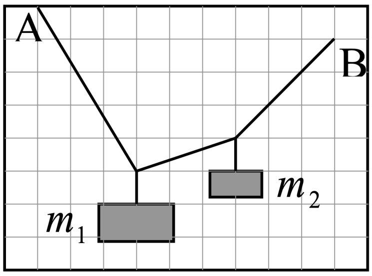


$F_{\max} = (mg/2)\operatorname{ctg}\alpha$; $\mu_{\min} = \operatorname{ctg}\alpha + 2\operatorname{tg}\alpha$

1.29.7. (*Всесиб., 2021, 10*) Груз присоединили к двум гвоздикам, расположенным на одной высоте на расстоянии $2l$ друг от друга. С одним гвоздиком его соединили нитью длиной l, а с другим — пружиной жесткостью k, имеющей в недеформированном состоянии длину l. Груз отпустили. Определите его массу, если при равновесии груза нить и пружина образовали угол 90°. Нить и пружина невесомые, нить нерастяжимая. Ускорение свободного падения g.

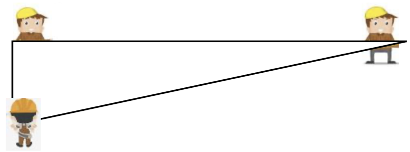
$\boxed{2kl\left(\sqrt{3}-1\right)/g}$

1.29.8. (*Инженерная олимпиада, 2022, 10*) Концы невесомой веревки закреплены в точках A и B (см. рисунок). К веревке привязали два груза массами m_1 и m_2. По приведенному рисунку найти отношение масс грузов m_1/m_2.



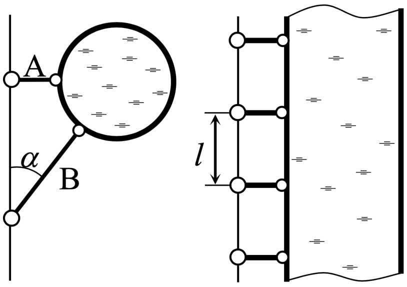
$\boxed{\frac{m_1}{m_2}=3}$

1.29.9. (*Инженерная олимпиада, 2021, 10*) Трое рабочих несут на стройке массивную древесностружечную плиту массой $m = 60$ кг. Плита представляет собой прямоугольный треугольник с отношением катетов 2 : 1 и располагается горизонтально. Каждый рабочий держит плиту за одну из вершин плиты. Какая доля веса плиты приходится на каждого из них?



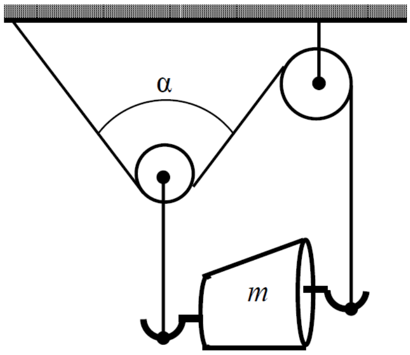
$\boxed{\frac{1}{3}mg}$

1.29.10. (*Инженерная олимпиада, 2023, 10*) По трубопроводу диаметром d течет жидкость плотности ρ. Труба трубопровода расположена горизонтально и прикреплена к вертикальной стене с помощью двух типов стержней, прикрепленных шарнирно к стене и трубе (см. правый рисунок; вид сбоку). Углы между стержнями первого типа (обозначены на левом рисунке буквой A) и стеной — прямые, стержни второго типа (буква B) составляют со стеной углы $\alpha = 30°$. Стержни располагаются через каждые l метров вдоль трубы (правый рисунок; вид сверху). Пренебрегая весом стержней и трубы по сравнению с весом жидкости, найти силы реакции стержней.



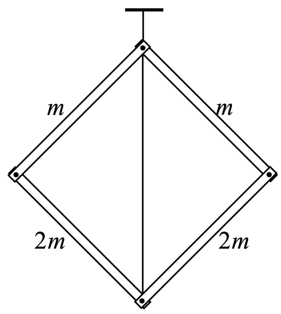
$\boxed{N_A=\frac{\sqrt{3}}{12}\rho\pi d^2 lg,\ N_B=\frac{\sqrt{3}}{6}\rho\pi d^2 lg}$

1.29.11. (*«Шаг в будущее», 2022, 10*) Деревянную заготовку подвесили на легких нитях через систему блоков к горизонтальному потолку (см. рисунок). Нити привязаны к крючкам, которые вбиты в противоположные концы заготовки. Правая часть длинной нити вертикальна, а между двумя наклонными отрезками этой нити угол $\alpha = 120°$. Масса заготовки с крючками $m = 2$ кг. Считая блоки невесомыми, и пренебрегая трением нитей о блоки, найдите силы натяжения нитей.



$T_1 = \frac{mg}{1+2\cos\frac{\alpha}{2}} = \frac{mg}{2} = 10$ Н, $T_2 = \frac{2mg\cos\frac{\alpha}{2}}{1+2\cos\frac{\alpha}{2}} = \frac{mg}{2} = 10$ Н

1.29.12. (*«Росатом», 2023, 10*) Четыре стержня одинаковой длины с массами m, m, $2m$ и $2m$ соединили шарнирно. Затем вершины, в которых скреплены два стержня массой m и два стержня массой $2m$, соединили нерастяжимой веревкой такой длины, что конструкция из стержней представляет собой квадрат (см. рис.). Квадрат подвесили на веревке к потолку за вершину, в которой скреплены два стержня массой m (см. рис.). Найти силу натяжения веревки, соединяющей вершины квадрата.

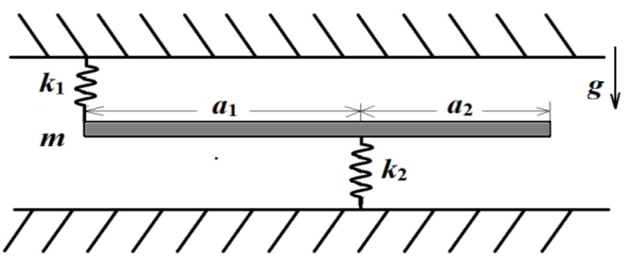


$T = \frac{7mg}{2}$

1.29.13. (*«Надежда энергетики», 2018, 10*) Дядюшка Поджер (персонаж юмористической повести Дж. К. Джерома «Трое в лодке, не считая собаки») забил гвоздь в стену и собрался вешать картину. У него есть моток прекрасного шелкового шнура, кусок которого он закрепил в специальных защелках в двух верхних углах картины и накинул шнурок на гвоздь. Однако картина никак не желала висеть ровно — она постоянно сползала то в одну, то в другую сторону. Очевидно трение между шнурком и гвоздем было слишком мало. Определите, какой длины должен быть шнурок, чтобы дядюшка Поджер смог всё же ровно подвесить прямоугольную картину с размерами $a = 3$ фута по горизонтали и $b = 2$ фута по вертикали, если полностью пренебречь трением между шнурком и гвоздем. Считать также, что защелки в углах картины не требуют дополнительной длины шнурка для его фиксации, а их массой, как и массой самого шнурка, можно пренебречь.

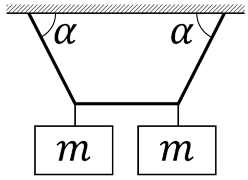
устойчивое равновесие если $l \geqslant \frac{a}{b}\sqrt{a^2+b^2} = 5{,}4$ фута

1.29.14. (*Олимпиада КФУ, 2020, 10*) Прямой однородный брусок, находящийся внутри ящика, прикрепили к пружинам жесткостью k_1 и k_2 ($k_1 < k_2$) как показано на рисунке и так, что в состоянии свободного падения ящика пружины не напряжены и брусок расположен строго параллельно стенкам ящика. Расстояние между креплениями пружин к бруску равно a_1 и длина свободного конца бруска равна a_2, как показано на рисунке. Найти соотношение длин a_1 и a_2 ($a_1 > a_2$) при заданных k_1 и k_2, чтобы при нахождении системы в покое брусок массы m оставался по-прежнему строго параллельно стенкам ящика в поле силы тяжести g.



$\frac{\alpha_1}{\alpha_2} = \frac{k_2+k_1}{k_2-k_1}$

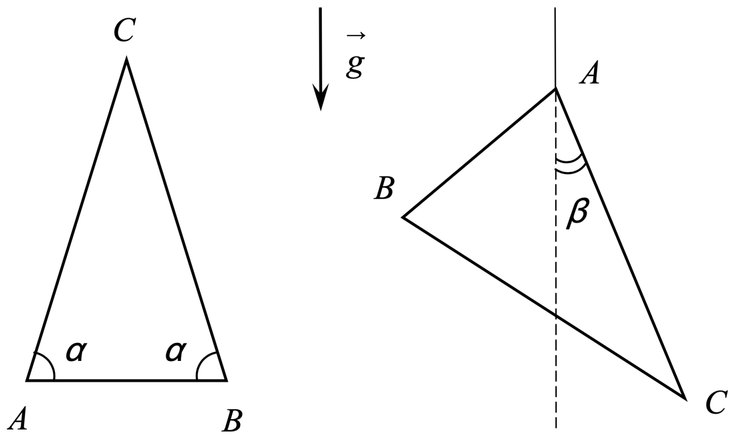
1.29.15. (*«Формула Единства» / «Третье тысячелетие», 2019, 10*) Два груза подвешены на трёх резинках так, как показано на рисунке. Расстояние между точками подвеса — $2L$, длины резинок в свободном состоянии — L. Массы грузов — m, угол между резинкой и потолком равен α. Найдите:



1. жёсткость резинки;
2. расстояние от груза до потолка.

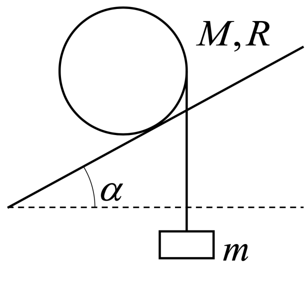
1) $k = \frac{3mg}{L(\operatorname{tg}\alpha - 2\sin\alpha)}$; 2) $h = L(\operatorname{tg}\alpha + \sin\alpha)/3$

1.29.16. (*«Курчатов», 2023, 10*) Из тонкой однородной проволоки согнут равнобедренный треугольник ABC. Углы при основании AB равны $\alpha = 75°$. Треугольник подвешен на тонкой нити за вершину A и находится в равновесии. Найдите угол β между направлением нити и боковой стороной AC.



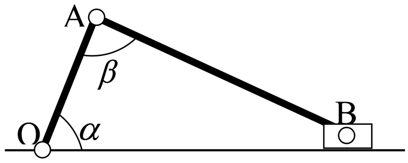
$\beta = \alpha - \operatorname{arctg}\left(\frac{\operatorname{tg}\alpha}{2(1+\cos\alpha)}\right) = 19°$

1.29.17. (*Инженерная олимпиада, 2022, 10*) На однородный цилиндр радиуса R и массы M намотана невесомая нить, к концу которой привязано тело массы m. Цилиндр аккуратно кладут на наклонную плоскость, по которой он может катиться без проскальзывания, так, что его образующая перпендикулярна направлению быстрейшего спуска с плоскости (см. рисунок). При каком угле наклона плоскости α цилиндр будет двигаться вверх по плоскости?



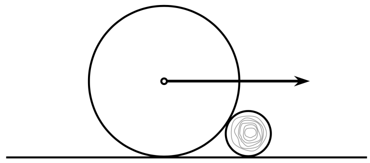
$\sin\alpha \leqslant \frac{m}{M+m}$

1.29.18. (*Инженерная олимпиада, 2022, 10*) Кривошипно-шатунный механизм состоит из кривошипа OA (стержня, прикрепленного к шарниру O), шатуна AB (стержня, шарнирно прикрепленного к кривошипу в точке A) и ползуна B (точечной детали, способной перемещаться вдоль поверхности и шарнирно связанного с шатуном). Известно, что механизм находится в равновесии в положении, показанном на рисунке. Найти коэффициент трения между ползуном и поверхностью, если $\alpha = 60°$, $\beta = 90°$, массы кривошипа и шатуна одинаковы, масса ползуна пренебрежимо мала.



$\boxed{\mu \geqslant \frac{\sin 2\alpha}{2+\cos 2\alpha} = \frac{\sqrt{3}}{3}}$

1.29.19. (*Инженерная олимпиада, 2023, 10*) На дороге лежит бревно радиуса r. Перпендикулярно бревну едет автомобиль, колеса которого имеют радиус R. Считая, что коэффициенты трения колеса автомобиля о бревно и бревна о дорогу одинаковы, найти при каких значениях этого коэффициента колеса автомобиля смогут медленно переехать бревно. Весом бревна пренебречь.

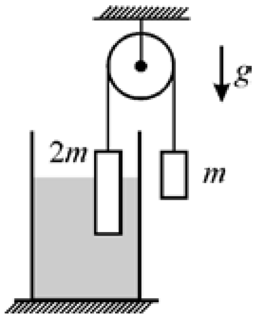


$\boxed{\mu \geqslant \sqrt{\frac{r}{R}}}$

1.30 Гидростатика

Дополнительные задачи — в листке Гидростатика.

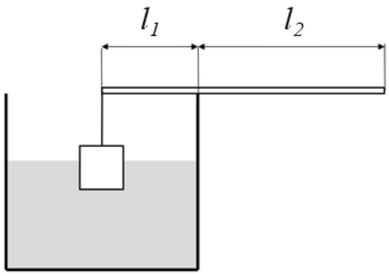
1.30.1. (*Всеросс., 2021, ШЭ, 10*) Через лёгкий блок переброшена невесомая верёвка на концах которой закреплены два тела массами m и $2m$. Более тяжёлое тело частично погружено в жидкость. Система находится в равновесии, трение отсутствует. Найдите модуль силы Архимеда, которая действует на тело массой $2m$.



1. $mg/2$;
2. mg;
3. $2mg$;
4. $3mg$;
5. 0.

$\boxed{\text{Б}}$

1.30.2. (*Всеросс., 2023, ШЭ, 10*) С помощью невесомой нити к концу прямого однородного стержня массой 44 г подвесили однородный алюминиевый кубик со стороной 2 см. Стержень положили на край аквариума с водой таким образом, чтобы в состоянии равновесия кубик был погружён в воду ровно наполовину (см. рисунок). Плотность воды 1 г/см^3, плотность алюминия 2,7 г/см^3, ускорение свободного падения равно 10 м/с^2.

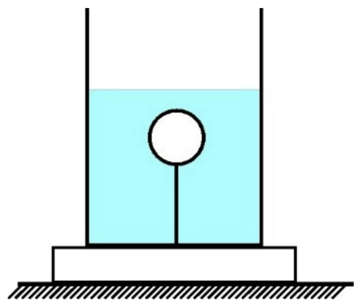


1. Определите в каком отношении l_2/l_1 край сосуда делит стержень. Ответ округлите до десятых долей.

2. Определите модуль силы, с которой стережнь действует на стенку аквариума. Ответ выразите в мН, округлив до целого числа.

1) 1,8; 2) 616

1.30.3. (*Всеросс., 2021, МЭ, 10*) Сосуд с водой стоит на весах. Ко дну сосуда ниткой прикреплён ледяной шарик, полностью погружённый в воду. Как изменятся сила давления жидкости на дно сосуда и показания весов, если шарик растает? Испарением жидкости за время эксперимента можно пренебречь. Стрелкой $\uparrow$ обозначается увеличение физической величины, стрелкой $\downarrow$ — её уменьшение, знаком || — отсутствие изменений.



1. сила давления — $\uparrow$, показания весов — $\uparrow$
2. сила давления — $\uparrow$, показания весов — $\downarrow$;
3. сила давления — $\uparrow$, показания весов — ||;
4. сила давления — $\downarrow$, показания весов — $\uparrow$;
5. сила давления — $\downarrow$, показания весов — ||;
6. сила давления — $\downarrow$, показания весов — $\downarrow$;
7. сила давления — ||, показания весов — ||.

5

1.30.4. (*Всеросс., 2020, МЭ, 10*) В цилиндрический сосуд налит раствор поваренной соли, плотность которого равна 1,175 г/см^3. В растворе плавает кусок льда. После того, как лёд полностью растаял, плотность раствора стала равна 1,095 г/см^3. Найдите изменение высоты уровня раствора, если исходно этот уровень находился на высоте 11 см от дна сосуда. Ответ выразите в сантиметрах и округлите до десятых долей.

$\boxed{0{,}8}$

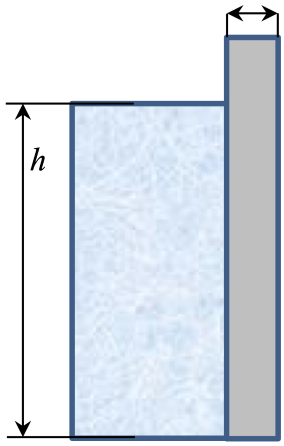
1.30.5. (*«Надежда энергетики», 2015, 10*) Корпус подводной лаборатории состоит из двух полусфер — верхней и нижней. Определите силу давления на внешнюю поверхность нижней полусферы, если её радиус равен R, а самая верхняя точка лаборатории расположена на глубине $2R$ метров. Плотность морской воды в районе лаборатории равна ρ, атмосферное давление нормальное.

$\boxed{F = \pi R^2 \left(p_0 + \rho g \left(\frac{5}{3}R + H\right)\right)}$

1.30.6. (*«Росатом», 2021, 10*) В очень высоком цилиндрическом сосуде находится вода. Высота уровня воды в сосуде равна H. Когда в сосуд опустили деревянный брусок с плотностью ρ и высотой h, уровень воды поднялся на малую величину Δh. Какова будет высота уровня воды в стакане, когда в него друг на друга поставят столько таких же брусков, что нижний брусок коснется дна? Плотность воды ρ_0 ($\rho_0 > \rho$).

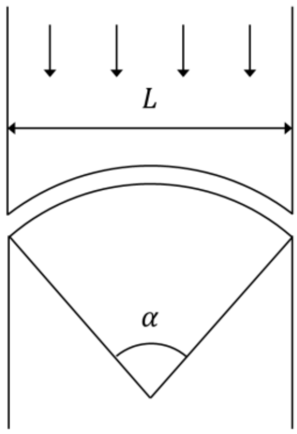
$\boxed{H_1 = H\left(1 + \frac{\rho h - \rho_0 \Delta h}{\rho_0 \Delta h}\right)}$

1.30.7. (*«Надежда энергетики», 2021, 10*) Плотины гравитационного типа на гидроэлектростанциях противостоят напору воды исключительно за счет собственного веса. На рисунке приведен поперечный разрез прямоугольной плотины. Длина плотины от берега до берега (в направлении, перпендикулярном плоскости рисунка) составляет $L = 250$ м, ширина плотины $a = 25$ м. Уровень воды в водохранилище рядом с плотиной равен $h = 60$ м. Определите минимальную массу плотины, которая может сдержать такой напор воды. Скольжение плотины по грунту исключено. Вода под основание плотины не проникает. Плотность воды принять равной $\rho = 1000$ кг/м^3. Плотность плотины одинакова по всему объему.



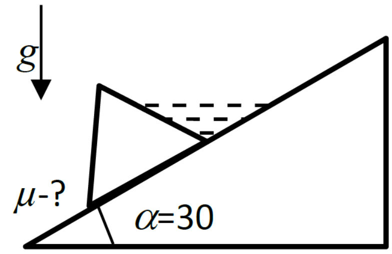
$\boxed{m = 720 \text{ тыс. тонн}}$

1.30.8. (*«Надежда энергетики», 2023, 10*) Арочные плотины гидроэлектростанций на больших реках сооружают в виде дуги окружности, обращенной выпуклостью вверх по течению (см. рис., вид сверху). Считая, что края плотины прочно вделаны в берега, оцените толщину плотины, необходимую для того, чтобы она выдержала силу давления воды. Плотина представляет собой дугу окружности с углом $\alpha = 60°$, глубина водохранилища перед плотиной $h = 50$ м, ширина $L = 1$ км, максимально допустимое напряжение в бетоне $\sigma = 10$ МПа.



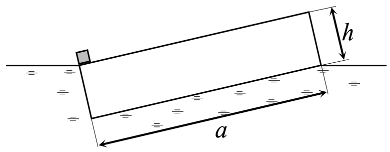
$\boxed{d = \frac{pL}{2\sigma \sin\frac{\alpha}{2}} = \frac{\rho g h L}{2\sigma \sin\frac{\alpha}{2}} = 50 \text{ м}}$

1.30.9. (*Всесиб., 2019, 10*) На склоне с углом относительно горизонтали 30° сооружена дамба, вытянутая поперек склона и имеющая сечение в форме правильного треугольника. Дамба подпирает ручей и создает запруду. При каком коэффициенте трения между дамбой и склоном, вода не сдвинет дамбу с места при любом уровне воды в образовавшейся запруде? Дамба сделана из прочного материала плотности ρ и не рассыпается, скользя по грунту. Плотность воды — ρ_0.



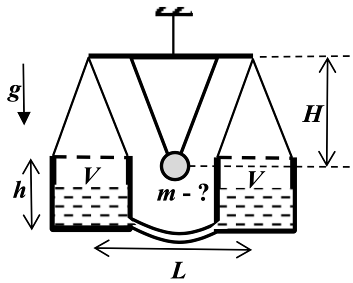
$\boxed{\mu_{\min} = \frac{\sqrt{3}(\rho+\rho_0)}{3\rho+\rho_0}}$

1.30.10. (*Инженерная олимпиада, 2022, 10*) С помощью квадратного плота плотности ρ перевозят грузы. Точечный груз ставят на самый край плота, и плот занимает такое положение, что его противоположные края оказываются на поверхности воды (см. рисунок)? Найти отношение высоты плота h к его ширине a (см. рисунок). Плотность воды ρ_0 известна. При любой ли плотности плота ρ его можно расположить в воде так, как показано на рисунке (при некоторой массе тела)?



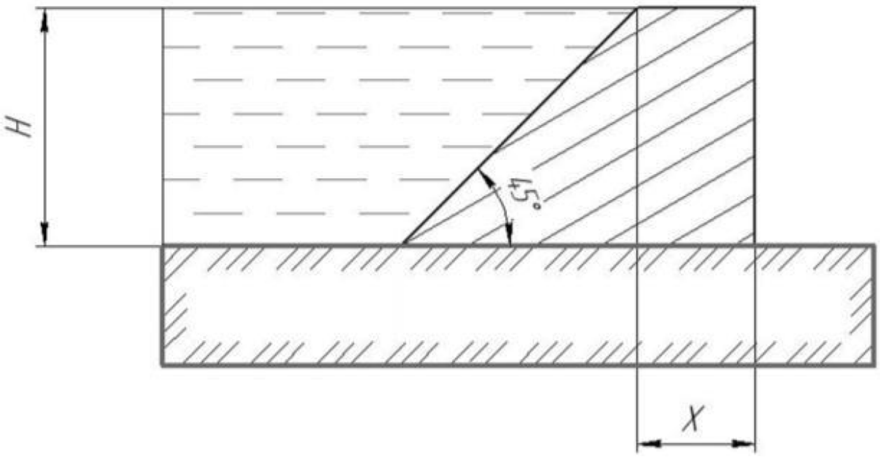
$\boxed{\frac{h}{a} = \sqrt{\frac{3\rho-\rho_0}{2\rho_0-3\rho}},\ \frac{\rho_0}{3} < \rho < \frac{\rho_0}{2}}$

1.30.11. (*Всесиб., 2020, 10*) Два одинаковых массивных сообщающихся цилиндрических сосуда объемом V и высотой h каждый используются в качестве чаш рычажных весов (см. рис.). Сосуды частично заполнены жидкостью плотности ρ. Какой минимальной массы груз должен быть закреплен на коромысле весов на высоту H ниже точки его подвеса, чтобы после небольшого отклонения от положения равновесия, они в это положение возвращались? Расстояние между чашами весов L. Массой крепящих груз стержней пренебречь. Масса сосудов очень велика.



$\boxed{\frac{\rho V L^2}{2hH}}$

1.30.12. (*«Шаг в будущее», 2023, 10*) **Ситуационная задача.** Гравитационная плотина — это сооружение, преграждающее путь воде, удерживаемое на месте только силой трения между основанием конструкции и опорной поверхностью. Рассматриваемая плотина, горизонтальной протяженностью $a = 1$ м, выполнена из бетона, имеет поперечное сечение в форме трапеции, «мокрая» стенка которой наклонена под углом 45 градусов к горизонту, а «сухая» стенка вертикальная. Коэффициент трения между конструкцией и опорной поверхностью $\mu = 0{,}25$, высота столба жидкости, равная высоте плотины, $H = 50$ м, плотность бетона $\rho_б = 2200$ кг/м^3, плотность воды $\rho_в = 1000$ кг/м^3. Найдите минимальную длину малого основания плотины X, обеспечивающую её неподвижность.



Минимальная длина малого основания плотины $X = 9{,}1$ м

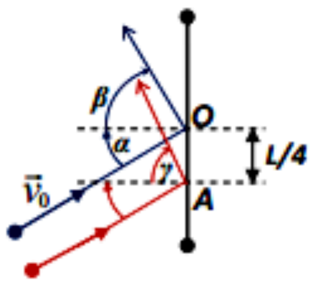
1.31 Вращение твёрдого тела

Дополнительные задачи — в листке Вращение твёрдого тела.

1.31.1. (*«Покори Воробъёвы горы!», 2023, 10*) Гантель из двух маленьких шайб, соединённых прямым жестким стержнем длины L скользит по ровной поверхности. В некоторый момент времени шайбы движутся перпендикулярно стержню в одну сторону со скоростями v и $2v$. С какой угловой скоростью вращается стержень гантели в этот момент времени? Ответ объяснить.

$\omega = \frac{v}{L}$

1.31.2. (*«Покори Воробъёвы горы!», 2023, 10*) Гантель из двух одинаковых массивных маленьких шайб, соединённых легким прямым гладким жёстким стержнем, покоилась на гладкой горизонтальной поверхности. Еще одна маленькая однородная цилиндрическая шайба скользила по этой поверхности со скоростью v_0 и нанесла упругий удар по стержню гантели в его середине — точке O. Угол падения (между $\vec{v}_0$ и нормалью к стержню в точке удара) был равен $\alpha = 30°$, а угол отражения (см. рис.) $\beta = 60°$. После этого гантель вернули на место, и ту же шайбу запустили ещё раз — с той же скоростью $\vec{v}_0$, но так, что теперь удар пришёлся в точку A, находящуюся на расстоянии $x = L/4$ от центра стержня. Найдите величину угла отражения шайбы γ при этом ударе.



$\gamma = \operatorname{arctg}\left(\frac{3+(x/L)^2}{1-(x/L)^2}\operatorname{tg}\alpha\right) = \operatorname{arctg}\left(\frac{13}{3\sqrt{3}}\right) \approx 68°$

1.32 Движение жидкости

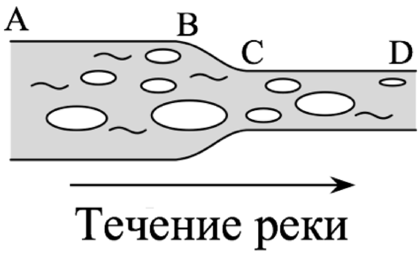
Дополнительные задачи — в листке Движение жидкости.

1.32.1. (*Всеросс., 2023, МЭ, 10*) В вертикальной стенке сосуда с жидкостью плотностью ρ проделали небольшое отверстие на глубине h от поверхности жидкости. Вязкость жидкости очень мала. Чему равен модуль скорости истечения воды из этого отверстия?

1. $\sqrt{2gh}$;
2. $\sqrt{2\rho gh}$;
3. $\sqrt{2g/h}$;
4. $\sqrt{2h/g}$;
5. $\sqrt{2gh/\rho}$.

1

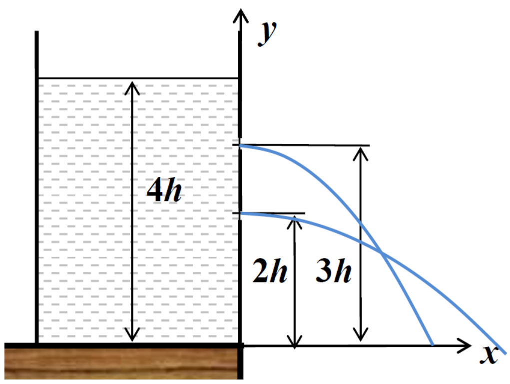
1.32.2. (*Всеросс., 2022, МЭ, 10*) На участке AB река имеет ширину 240 м и глубину 3 м, а на участке CD — ширину 120 м и глубину 5 м. Во время ледохода поверхность реки на участке AB покрыта мелкими льдинами на 48%. Считайте, что скорость движения воды одинакова во всех точках рассматриваемого поперечного сечения реки.



1. Какая часть поверхности реки покрыта льдинами на втором участке CD? Ответ выразите в процентах, округлите до целого числа.
2. Какой должна быть доля покрытия льдом первого участка, чтобы на реке возник ледовый затор, то есть не осталось свободной поверхности воды? Ответ выразите в процентах, округлите до целого числа.

1) 80; 2) 60

1.32.3. (*«Шаг в будущее», 2021, 10*) На краю стола стоит открытый сосуд, заполненный жидкостью до высоты $4h$. В сосуде на одной вертикали сделаны малые одинаковые отверстия, из которых может вытекать жидкость. Отверстия расположены на расстояниях $2h$ и $3h$ от поверхности стола (см. рис.). Определите, на какой высоте от поверхности стола пересекаются струи, вытекающие из отверстий. Сосуд остается неподвижным, высота уровня жидкости в сосуде за время наблюдения практически не меняется.



$y_1 = y_2 = h$

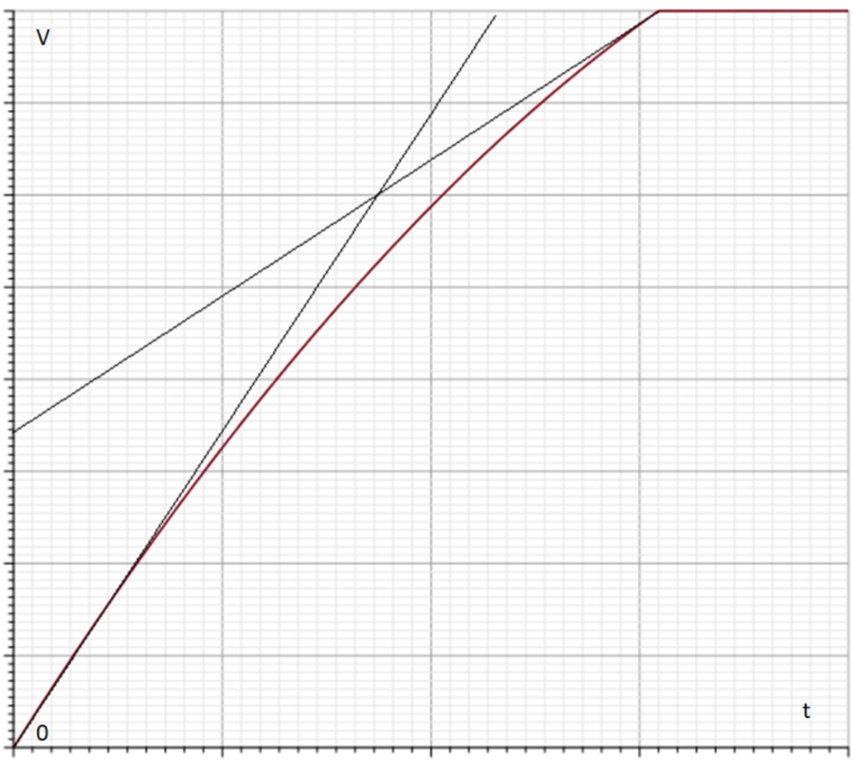
1.32.4. (*«Надежда энергетики», 2015, 10*) По наклонной плоскости берегового водосброса на гидроэлектростанции стекает широкий поток воды. На расстоянии L от начала водосброса глубина потока уменьшается в 4 раза. Определите, на каком расстоянии от начала водосброса глубина потока была в 2 раза больше. Трением воды о стенки и дно водосброса можно пренебречь.

$\boxed{l = L/5}$

1.32.5. (*«Надежда энергетики», 2019, 10*) Плотины многих ГЭС имеют в своей конструкции береговой водосброс, через который отводится избыточная вода из водохранилища во время экстремальных паводков. Такой водосброс представляет собой несколько наклонных бетонных желобов, чередующихся горизонтальными участками с устройствами гашения скорости потока воды. Скорость потока воды перед первым наклонным желобом равна $V_1 = 20$ м/с, а глубина потока $h_1 = 3$ м. Желоб, имеющий постоянное по длине прямоугольное сечение, наклонен под углом 30° к горизонту и имеет длину $L = 50$ м. Определите глубину потока h_2 в конце желоба. Воду считать идеальной жидкостью.

$\boxed{h_2 = h_1\sqrt{\frac{V_1^2}{V_1^2+2gL\sin\alpha}} = 2 \text{ м}}$

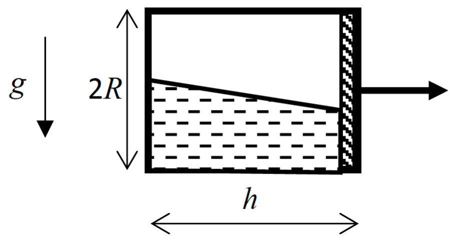
1.32.6. (*Олимпиада КФУ, 2019, 10*) Цилиндрический открытый сосуд имеет маленькое отверстие вблизи дна, из которого вытекает вода. Изначально (при $t = 0$) уровень воды в сосуде равен h. Через некоторое время отверстие закрывают и уровень воды становится равным h_1. Пользуясь графиком зависимости объема вытекшей воды от времени (красная линия на рисунке), найдите приблизительное отношение h к h_1.



$\boxed{5}$

1.33 Ускоренное движение жидкости

1.33.1. (*Всесиб., 2018, 10*) Замкнутый цилиндрический сосуд с радиусом R и длиной h перекрыт тонким подвижным поршнем. Объем слева от поршня на $1/2$ занят жидкостью, а остаток объема заполняет газ с давлением P_0. Справа поршень упирается в стенку сосуда. Сосуд двигают вправо с некоторым постоянным ускорением. Какова должна быть минимальная масса поршня $m_{\min}$, чтобы он при любой величине ускорения оставался в контакте с жидкостью? Ускорение свободного падения g. При движении сосуд остается герметичным, а температура не меняется. Трением между поршнем и стенками сосуда можно пренебречь.

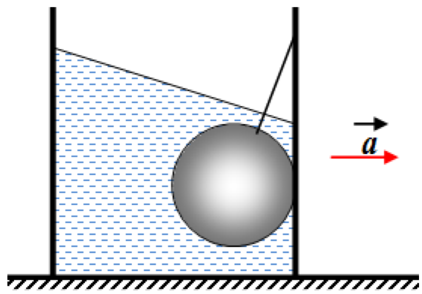


$m \geqslant m_{\min} = \frac{\pi P_0 R h}{2g}$

1.34 Горизонтальная сила Архимеда

Дополнительные задачи — в листке Горизонтальная сила Архимеда.

1.34.1. (*«Шаг в будущее», 2023, 10*) Сосуд, имеющий форму прямоугольной призмы, заполнен водой. К боковой стенке сосуда подвешен на нити железный шарик, диаметр которого равен длине нити (см. рисунок). Трение шарика о стенку пренебрежимо мало. Сосуд движется с постоянным ускорением по горизонтальной поверхности, шарик при этом не касается дна сосуда и остается полностью погруженным в воду. При каких значениях ускорения a шарик не будет давить на стенку? Плотность воды $\rho_в = 10^3$ кг/м^3, плотность железа $\rho_ж = 7{,}9 \cdot 10^3$ кг/м^3. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с^2.



$a \geqslant \frac{g}{2\sqrt{2}} = 3{,}5$ м/с^2

1.35 Сопротивление среды

Дополнительные задачи — в листке Сопротивление среды.

1.35.1. (*Всеросс., 2023, ШЭ, 10*) Маленький очень прочный шарик долго падает в атмосфере Земли с очень большой высоты, двигаясь с постоянной скоростью. Сила сопротивления воздуха пропорциональна квадрату скорости его движения. В результате удара о поверхность Земли шарик потерял 80% своей кинетической энергии, отскочив вертикально вверх и практически сохранив свою форму. Во сколько раз модуль ускорения шарика сразу после отскока больше модуля ускорения свободного падения g?

1. 4;
2. 1,8;
3. 5;

4. 1,2.

4

1.35.2. (*Всеросс., 2021, МЭ, 10*) С большой высоты падает из состояния покоя сферическая свинцовая дробинка. Ускорение свободного падения 10 м/с^2. Плотность свинца $\rho = 11350$ кг/м^3. Модуль силы сопротивления воздуха, действующей на дробинку, пропорционален произведению квадрата радиуса r дробинки на квадрат её скорости V ($F_{\text{сопр}} = \gamma r^2 V^2$, где γ — неизвестный постоянный коэффициент). Выталкивающая сила, действующая на дробинку со стороны воздуха, пренебрежимо мала.

1. Чему равен коэффициент пропорциональности γ, если установившаяся скорость падения дробинки радиусом $r = 2$ мм составляет 50 м/с? Ответ приведите в Н $\cdot$ с^2/м^4, округлив до сотых долей.

Дробинка, о которой шла речь в предыдущем вопросе, ударилась о горизонтальную поверхность и отскочила вертикально вверх, потеряв при ударе 75% своей механической энергии.

1. Каков модуль ускорения дробинки сразу после отскока от поверхности, если форма дробинки изменилась пренебрежимо мало? Ответ приведите в м/с^2, округлив до десятых долей.
2. С какой установившейся скоростью будет падать алюминиевая дробинка радиусом $r = 2$ мм? Считайте, что коэффициент γ для обеих дробинок одинаковый. Плотность алюминия равна 2700 кг/м^3. Ответ приведите в м/с, округлив до целого числа

1) 0,38; 2) 12,5; 3) 24

1.35.3. (*Всеросс., 2022, МЭ, 10*) Наполненный воздухом сферический мячик, который погружён глубоко в воду, всплывает с постоянной скоростью 50 см/с, а такой же по размерам сплошной резиновый шарик тонет со скоростью 40 см/с. С какой установившейся скоростью они будут двигаться в воде, если их соединить легкой нерастяжимой нитью? Силу сопротивления воды при движении в ней считайте пропорциональной скоростям движения тел, а силу Архимеда — одинаковой как в покое, так и при движении. Ответ выразите в см/с, округлите до целого числа.

5

1.35.4. (*«Надежда энергетики», 2016, 10*) Два шарика одинаковых размеров закреплены на концах длинной, невесомой и нерастяжимой нити, перекинутой через невесомый блок. Блок неподвижно закреплён над бассейном с водой, при этом длина нити такова, что оба шарика не могут одновременно находиться в воде. Массы шариков равны m и $2m$, при этом плотность шарика массой $2m$ в три раза больше плотности воды. Определите отношение скорости установившегося движения системы, в случае, когда первый из шариков движется в воде, а второй в воздухе, к скорости установившегося движения в случае, когда второй шарик движется в воде, а первый в воздухе. Сила вязкого трения шарика о воду пропорциональна скорости движения шарика в воде, прочими потерями пренебречь.

$\frac{V_1}{V_2} = 5$

1.35.5. (*«Надежда энергетики», 2020, 10*) На краю неподвижного плота массой $M = 600$ кг стоит человек массой $m = 60$ кг. Плот плавает в озере. Человек прошел по плоту расстояние $l = 6{,}2$ м. Плот за время движения человека переместился относительно берега на расстояние $x = 20$ см. Сила сопротивления воды прямо пропорциональна скорости плота: $F_с = \alpha V$. Найдите скорость движения человека относительно берега, если $\alpha = 300$ Н · с/м. Человек двигался прямолинейно и равномерно.

1,5 м/с

1.35.6. (*Олимпиада КФУ, 2022, 10*) В распоряжении экспериментатора есть два типа шариков: легкие и тяжелые. Оба типа шариков имеют одинаковый объем и покрыты одинаковой оболочкой. Если связать один легкий и один тяжелый шарик тонкой невесомой нитью и поместить в глицерин, они будут находиться в равновесии, полностью погрузившись в жидкость. Если взять два легких и один тяжелый шарик и поместить в масло, система также будет в равновесии, полностью погрузившись в жидкость. При погружении связанного одного легкого и одного тяжелого шарика в воду, система начнет тонуть с установившейся скоростью $v_0 = 0{,}1$ м/с. Найти среднюю плотность каждого шарика. Какая установившееся скорость будет у легкого и тяжелого шарика в воде, если нить между ними перерезать? Силу вязкого трения считать прямо пропорциональной скорости тела относительно среды. Силой трения, действующей на нить, пренебречь. Плотность глицерина $\rho_г = 1260$ кг/м^3, воды $\rho_в = 1000$ кг/м^3, масла $\rho_м = 900$ кг/м^3.

$\frac{(\rho_в - 3\rho_м + 2\rho_г)v_0}{\rho_г - \rho_в} \approx 0{,}32$ м/с

1.35.7. (*«Формула Единства» / «Третье тысячелетие», 2019, 10*) Космический зонд вращается по круговой орбите вокруг планеты, находящейся в газовом облаке. Облако неподвижно относительно планеты.

Чтобы поддерживать радиус орбиты равным 10 000 км, двигателю необходимо затрачивать 500 грамм топлива в сутки. Если же двигатель отключить, радиус орбиты из-за трения будет уменьшаться на 1 км в месяц.

Чтобы оставаться на орбите в 5000 км, двигатель тратит 2,8 кг топлива в сутки. С какой скоростью будет уменьшаться радиус этой орбиты, если двигатель отключить?

Примечание. Затраты топлива малы по сравнению с массой корабля. Сила сопротивления среды пропорциональна скорости корабля и концентрации частиц облака на данной высоте. Считайте, что изменение радиуса орбиты за один оборот мало по сравнению с самим радиусом.

2 км/мес

1.36 Движение автомобиля

Дополнительные задачи — в листке Движение автомобиля.

1.36.1. (*Всеросс., 2022, ШЭ, 10*) Водитель едет на автомобиле по прямым заснеженным улицам города, поворачивая на нужных перекрёстках на 90°. При поворотах он всегда движется по дуге окружности радиусом 50 м, колёса автомобиля при совершении поворотов никогда не проскальзывают. Ускорение свободного падения 10 м/с^2, коэффициент трения колёс о покрытие заснеженной дороги 0,2.

1. На первом перекрёстке на светофоре горел зелёный свет, и водитель прошёл поворот, не изменяя модуль скорости автомобиля. Какое максимальное значение могла иметь эта скорость? Ответ приведите в м/с, округлив до целого числа.

2. На втором перекрёстке на светофоре горел красный свет, и водитель был вынужден остановить машину. Но как только зажёгся зелёный сигнал, автомобиль начал разгоняться, равномерно увеличивая модуль скорости и одновременно совершая поворот. На какой максимальной скорости автомобиль может выйти из поворота? Ответ приведите в м/с, округлив до десятых долей.

1) 10; 2) 9,8 м/с

1.36.2. (*«Надежда энергетики», 2015, 10*) Автомобиль с мощным двигателем и полным приводом движется равномерно по скользкой дороге со скоростью V. Водитель нажимает педаль акселератора, при этом скорость вращения колес практически мгновенно возрастает в k раз ($k > 1$) и далее остаётся постоянной. Количество теплоты, выделившееся из-за трения шин о дорогу при разгоне автомобиля, равно Q. Найдите массу автомобиля. Сопротивлением воздуха пренебрегите. Коэффициент трения между шинами и дорогой считайте постоянным.

$m = \frac{2Q}{v^2(k-1)^2}$

1.36.3. (*«Надежда энергетики», 2017, 10*) Автомобиль массой m едет по горизонтальной дороге, затем дорога идёт в гору, потом — на спуск, и снова становится горизонтальной. Уклон дороги один и тот же как для подъёма, так и для спуска. На каждом участке движения скорость автомобиля постоянна, причём на подъёме она равна v_2, а на спуске — v_3. Сила сопротивления движению автомобиля пропорциональна квадрату его скорости. Определите импульс автомобиля на горизонтальном участке, если мощность двигателя все время остаётся неизменной.

$m\sqrt[3]{\frac{v_2 v_3 (v_2^2+v_3^2)}{v_2+v_3}}$

1.36.4. (*«Надежда энергетики», 2019, 10*) Автомобиль с мощным двигателем и полным приводом движется прямолинейно с постоянной скоростью. Водитель, желая увеличить скорость, резко нажимает педаль газа и удерживает ее в новом положении. Скорость вращения колес практически мгновенно возрастает в k раз и через некоторое время автомобиль снова движется равномерно со скоростью, в k раз больше начальной. Найдите отношение количества теплоты, выделившейся между шинами и дорогой при разгоне автомобиля, к приращению кинетической энергии автомобиля. Коэффициент трения между шинами и дорогой не изменяется, сопротивление воздуха пренебрежимо мало.

$\frac{Q}{\Delta W_к} = \frac{(k-1)^2}{(k^2-1)} = \frac{k-1}{k+1}$

1.36.5. (*«Надежда энергетики», 2021, 10*) Автомобиль с полным приводом делает поворот на угол $\alpha = 90°$ на асфальтированной горизонтальной площадке. Скорость автомобиля в начале поворота $v_1 = 40$ км/ч, скорость автомобиля в конце поворота $v_2 = 30$ км/ч. Известно, что поворот происходит за минимальное время $t = 10$ с, при котором исключается проскальзывание колес об асфальт. Через какое время t_1 после начала торможения скорость автомобиля принимает наименьшее значение? Примите ускорение свободного падения $g = 10$ м/с^2.

$t_1 = \frac{v_1^2}{v_1^2+v_2^2}t = 6{,}4$ с

1.36.6. (*«Физтех», 2022, 10*) По внутренней поверхности проволочной металлической сферы радиуса $R = 1{,}2$ м равномерно со скоростью $V = 3{,}7$ м/с движется модель автомобиля. Движение происходит в горизонтальной плоскости большого круга. Масса модели $m = 0{,}4$ кг. Модель приводится в движение двигателем. Силу сопротивления считайте пренебрежимо малой.

1. С какой по величине силой P модель действует на сферу?
2. Рассмотрим модель автомобиля, равномерно движущуюся по окружности в плоскости большого круга, составляющей с горизонтом угол $\alpha = \pi/6$. Вычислите минимальную допустимую скорость $V_{\min}$ такого равномерного движения. Коэффициент трения скольжения шин по поверхности сферы $\mu = 0{,}9$.

Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с^2.

1) $P = m\sqrt{\left(\frac{V^2}{R}\right)^2 + g^2} \approx 6{,}1$ Н; 2) $V_{\min} = \sqrt{gR\left(\sin\alpha + \frac{1}{\mu}\cos\alpha\right)} \approx 4{,}2$ м/с

1.36.7. (*«Физтех», 2022, 10*) Модель автомобиля равномерно движется по окружности радиуса $R = 1{,}2$ м, лежащей в горизонтальной плоскости. Модель приводится в движение двигателем. Коэффициент трения скольжения шин модели по поверхности $\mu = 0{,}8$, ускорение свободного падения $g = 10$ м/с^2. Силу сопротивления считайте пренебрежимо малой.

1. За какое минимальное время T автомобиль может проехать четверть окружности?

Модель помещают на наклонную поверхность, составляющую угол $\alpha = 30°$ с горизонтом.

2. Найдите максимальную скорость $V_{\max}$ равномерного движения модели по окружности радиуса $R = 1{,}2$ м на наклонной поверхности. Коэффициент трения скольжения шин модели по поверхности $\mu = 0{,}8$.

1) $T = \frac{\pi}{2}\sqrt{\frac{R}{\mu g}} \approx 0{,}61$ с; 2) $V_{\max} = \sqrt{gR(\mu\cos\alpha - \sin\alpha)} \approx 1{,}52$ м/с

1.37 Процессы и измерения

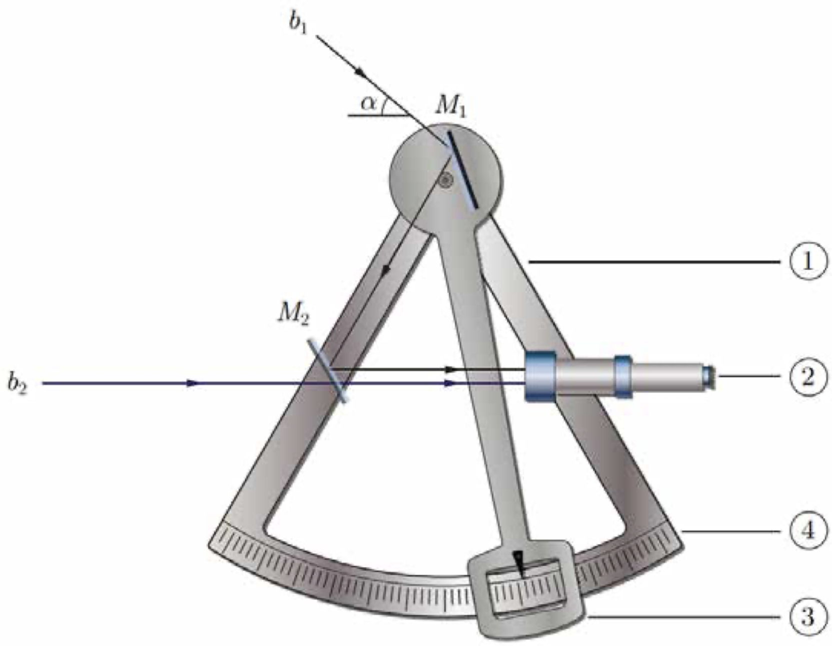
Дополнительные задачи — в листке Процессы и измерения.

1.37.1. (*Всеросс., 2022, МЭ, 10*) Ртутные термометры, предназначенные для измерения высоких температур, имеют запаянные капилляры, в которых пространство над столбиком ртути заполнено азотом при давлении до 20 атмосфер. Это сделано для того, чтобы избежать:

1. испарения;
2. конденсации;
3. кипения;
4. кристаллизации;
5. ионизации.

3

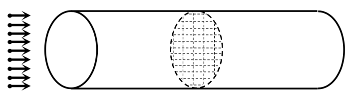
1.37.2. (*Всеросс., 2020, МЭ, 10*) На рисунке представлено схематичное изображение секстанта — прибора для определения угловой высоты α Солнца над горизонтом.



На раме 1 закреплено полупрозрачное зеркало M_2, а на вращающейся части 3 (алидаде) — основное зеркало M_1. Луч света b_1, например, от Солнца, отражаясь от зеркал M_1 и M_2, наблюдается через зрительную трубу 2. При этом положение алидады подбирается таким образом, чтобы изображение Солнца в зрительной трубе совпадало с изображением линии горизонта, формируемым лучами b_2, проходящими через полупрозрачное зеркало M_2 без отклонения. Угол поворота алидады измеряется с помощью транспортира 4. Если расстояние между соседними делениями на шкале транспортира соответствует 1°, то скольким делениям соответствует изменение угла α на 10°? Ответ округлите до целого числа.

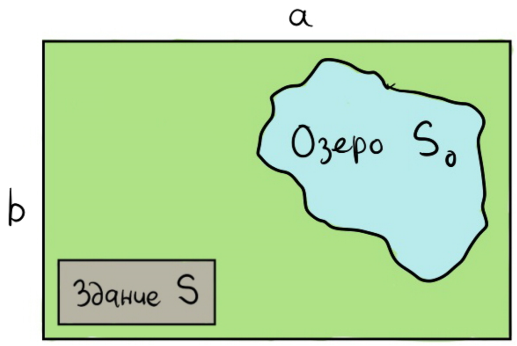
5

1.37.3. (*Инженерная олимпиада, 2021, 10*) Вдоль оси трубы движется поток шариков радиуса $2a$. В трубе перпендикулярно ее оси расположена сетка, из тонкой проволоки, с размером ячейки $8a \times 12a$. Какая доля падающего потока пролетит сквозь трубу? Считать, что пролетают только те шарики, которые не касаются проволок; все шарики, которые коснулись проволок любой своей точкой, задерживаются. Радиус трубы много больше размеров ячейки сетки.



$\frac{1}{3}$

1.37.4. (*«Формула Единства» / «Третье тысячелетие», 2021, 10*) Огороженная территория лагеря «Формула Единства» представляла собой прямоугольник площади $a\times b = = 1,5\times0,8$ км^2, на которой располагалось большое озеро площади $S_0 = 0,6$ км^2 и здание площади $S = 0,1$ км^2. Некоторый день в лагере школьники объявили днём полной свободы — все вожатые ушли из лагеря, а школьники стали поступать как хотят.



Треть школьников осталась в здании, а остальные выбежали из него и стали бегать в произвольных направлениях со средней скоростью $V_1 = 10$ км/ч.

Если школьник добегал до здания или ограждения лагеря, он упруго отражался от него и бежал дальше с той же скоростью. Если школьник добегал до берега озера, он прыгал в него и плыл в случайном направлении со средней скоростью $V_0 = 2$ км/ч, и, когда доплывал до берега, вылезал и бежал в случайном направлении дальше снова со скоростью V_1.

Сколько, в среднем, школьников находилось в каждый момент дня свободы в озере, если всего их в лагере было 210?

в среднем в озере находится 120 школьников

1.37.5. (*«Формула Единства» / «Третье тысячелетие», 2020, 10*) На далёкой холодной планете идут дожди из жидкого метана. В один из дождливых дней исследователи вынесли на поверхность сверхточные весы и поставили на них открытый сосуд. Через некоторое время, весы показывали значение 0,123240 Н. Сосуд быстро убрали под крышу, снова взвесили, весы показали 0,116100 Н. Вскоре дождь усилился. Сосуд с весами вновь вынесли наружу. Теперь результат оказался 0,13752 Н.

Всё это время под дождём стояло ведро. В начале в нём уровень метана нарастал со скоростью 1 мм/мин, а в конце — со скоростью 2 мм/мин. Во сколько раз изменилось количество капель в единице объёма воздуха, когда дождь усилился?

Примечание. Плотность жидкого метана — 420,0 кг/м^3, ускорение свободного падения — 1,350 м/с^2. Сосуд и ведро цилиндрические, площади их оснований равны 100 см^2 и 200 см^2 соответственно. Сила сопротивления воздуха пропорциональна скорости тела и площади его поверхности, капли шарообразные, падают с большой высоты.

32/81

1.38 Механические колебания и волны

Дополнительные задачи — в листках

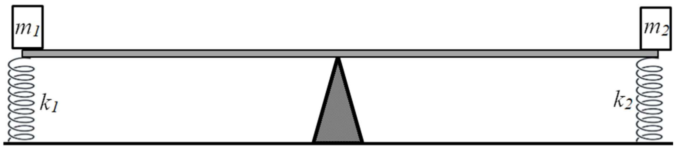
- Уравнение колебаний. 1
- Уравнение колебаний. 2
- Механические волны

1.38.1. (*«Надежда энергетики», 2016, 10*) Заключительный этап олимпиады «Надежда энергетики» проходит в Главном учебном корпусе НИУ «МЭИ», который был построен в 1946 году. На входе в здание установлены массивные двустворчатые дубовые двери (каждая створка высотой 3,5 м, шириной 0,7 м и массой 100 кг). Двери открываются в обе стороны и возвращаются в положение равновесия пружинами. Минимальная сила, которой можно удержать дверь в открытом положении, составляет $F_1 = 80$ Н. Сможет ли девушка войти в здание без посторонней помощи, если она способна приложить к двери максимальную силу $F_2 = 40$ Н? Трением в петлях дверей пренебречь. Объясните свой ответ.

1.38.2. (*Олимпиада КФУ, 2022, 10*) Система, состоящая из двух одинаковых шариков массой m и невесомой непроводящей пружины жесткостью k_0, лежит на гладком непроводящем столе. После того как шарикам сообщён одинаковый заряд, длина пружины увеличилась в $\gamma > 1$ раз. Найти период малых колебаний системы в таком состоянии. Возможно, Вам будет полезна формула $(1+x)^\alpha \approx 1 + \alpha x$ при $x \ll 1$.

$$\boxed{T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{2k_0\left(3-\frac{2}{\gamma}\right)}}}$$

1.38.3. (*Олимпиада КФУ, 2023, 10*) На концах невесомого рычага расположены точечные массы m_1 и m_2 и прикреплены невесомые пружины жесткостью k_1 и k_2. Расстояния от концов рычага до точки опоры равны. Длины пружин в недеформированном состоянии подобраны таким образом, чтобы рычаг находился в равновесии в горизонтальном положении. Найти частоту малых колебаний рычага после небольшого отклонения его от горизонтали. Рычаг в процессе колебаний не отрывается от точки опоры. Длины пружин много больше амплитуды колебаний.



$$\boxed{\omega = \sqrt{\frac{k_1+k_2}{m_1+m_2}}}$$

Глава 2

Молекулярная физика и термодинамика

2.1 Атомы и молекулы

Дополнительные задачи — в листке Атомы и молекулы.

2.1.1. (*Олимпиада КФУ, 2020, 10*) Имеется медный проводник длиной L и поперечным сечением S. По нему течет ток силой I. Найдите среднее время движения электрона от одного конца проводника к другому, считая, что одному свободному электрону в металле соответствует один атом меди. Какой путь s при этом пройдет электрон на самом деле, если считать, что все происходит при температуре T? Плотность меди, молярную массу, а также массу и заряд электрона считать известными.

$\boxed{t = eN_A \frac{\rho L S}{\mu I}, \; s = t\sqrt{\frac{3kT}{m}}}$

2.1.2. (*«Будущие исследователи — будущее науки», 2016, 10*) В модели идеального газа пренебрегают суммарным объемом молекул по сравнению с объемом сосуда, т. е. молекулы рассматривают как материальные точки. Так, например, в уравнение Клапейрона–Менделеева в качестве доступного для движения молекул объема входит весь объем сосуда. Однако, пренебрегая размером молекул, нельзя объяснить наличие соударений между ними. Между тем, именно соударения играют определяющую роль в процессах установления равновесия в газах. Считая молекулы воздуха шариками с диаметром $3{,}5 \cdot 10^{-8}$ см, оценить время между двумя последовательными соударениями молекулы воздуха при нормальных условиях. Нормальное давление считать равным 10^5 Па, температуру равной 273 К. Постоянная Больцмана $k = 1{,}38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К.

$\boxed{2 \cdot 10^{-10}\ \text{с}}$

2.2 Уравнение состояния идеального газа

Дополнительные задачи — в листке Уравнение состояния.

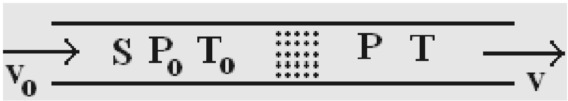
2.2.1. (*Олимпиада КФУ, 2021, 10*) Цилиндр объемом V разделен на две части достаточно легкой теплоизолирующей перегородкой, которая может свободно двигаться. Масса перегородки M, а площадь S. В левой половине цилиндра содержится ν_1 идеального газа при температуре T_1, а в правой половине ν_2 при температуре T_2. Найдите смещение перегородки x, если цилиндр повернуть (поставить) в вертикальное положение, так, чтобы левая часть цилиндра оказалась внизу. Температура в частях цилиндра поддерживается постоянной. Считайте, что $x \ll V/S$*.

Указание. Возможно, Вам будет полезна формула $(1+x)^\gamma \approx 1 + \gamma x$ при $x \ll 1$.

*Это условие следует понимать как малость величины x по сравнению с аналогичными линейными размерами левой и правой части сосуда. Изначально цилиндр лежал горизонтально на боковой поверхности.

$x = \frac{MgV^2}{RS^2} \cdot \frac{1}{\left(\frac{1}{\nu_1 T_1}+\frac{1}{\nu_2 T_2}\right)\cdot(\nu_1 T_1+\nu_2 T_2)^2}$

2.2.2. (*Всесиб., 2017, 10*) Воздух с примесью угарного газа стационарно протекает по трубе сечения S. При прохождении слоя пористого катализатора угарный газ окисляется кислородом воздуха и превращается в углекислый газ в результате реакции: $2CO + O_2 = 2CO_2$.

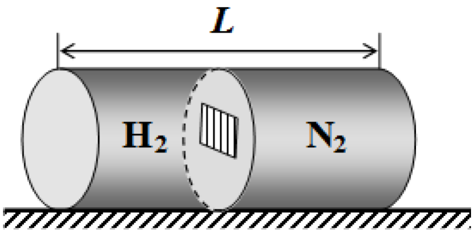


Какое количество молей угарного газа за единицу времени вступает в реакцию? Давление, температура и скорость воздуха на входе P_0, T_0 и v_0, а на выходе P, T и v.

$\nu_1/t = 2(S/R)(P_0 v_0/T_0 - Pv/T)$

2.2.3. (*«Росатом», 2022, 10*) В цилиндрическом сосуде под невесомым поршнем находится идеальный газ. Объем газа V_0, абсолютная температура T_0, давление газа равно внешнему давлению p_0. Между поршнем и стенками сосуда действует сила трения. Газ в сосуде медленно нагревают, и при температуре $6T_0/5$ поршень начинает перемещаться. Газ нагревают до температуры $2T_0$, затем нагрев прекращают, и газ медленно остывает до первоначальной температуры. Построить график зависимости объема газа от его температуры для указанного процесса и найти объем и давление газа во всех состояниях, когда меняется характер процесса, происходящего с газом. Считать, что максимальная сила трения между поршнем и стенками сосуда не зависит от их температуры.

2.2.4. (*«Шаг в будущее», 2023, 10*) На гладком горизонтальном столе покоится цилиндрический сосуд длиной $L = 36$ см. Сосуд разделен на две равные части неподвижной перегородкой, в которой имеется полупроницаемая мембрана; пропускающая молекулы водорода и не пропускающая молекулы азота (см. рисунок). Вначале мембрана закрыта, а сосуд заполнен в левой части водородом, а в правой — азотом. После открытия мембраны и установления теплового равновесия, давление в правой части сосуда оказалось в $n = 1{,}5$ раза больше, чем в левой. В какую сторону и на какое расстояние сдвинется при этом сосуд? Массой сосуда и перегородки пренебречь. Температуру газов за все время наблюдения считать одинаковой и неизменной. Молярные массы водорода и азота равны соответственно $\mu_в = 2$ г/моль, $\mu_а = 28$ г/моль.



Сосуд сместится влево на $s = \frac{L}{4\left(1+\frac{(n-1)\mu_а}{2\mu_в}\right)} = 2$ см

2.2.5. (*«Шаг в будущее», 2022, 10*) **Ситуационная задача.** Подводный самолет — аппарат с положительной плавучестью, способный погружаться при движении за счет небольших крыльев, создающих направленную вниз силу.

Аппарат имеет сухую массу 1000 кг, вытесняет объем воды 1,55 м^3, в том числе, 0,65 м^3 в виде воздушного пузыря, свободно сообщающегося с окружающей средой.

Определите глубину, на которой плавучесть аппарата станет нулевой (предельную глубину, с которой возможно всплытие при отказе двигателя). Температуру газа в воздушном пузыре считать постоянной и равной 20 °C. Молярная масса воздуха $\mu = 29$ г/моль, площадь крыльев составляет 0,1 м^2, а коэффициент подъемной силы 0,8.

Подъемная сила определяется соотношением

$$F_{\text{пд}} = C_y S_{\text{крыла}} \frac{\rho U^2}{2},$$

где C_y — коэффициент подъемной силы, $S_{\text{крыла}}$ — площадь крыльев, ρ — плотность воды, U — скорость движения аппарата относительно воды.

Глубина, на которой плавучесть аппарата станет нулевой, равна 55 м

2.3 Воздушный шар

Дополнительные задачи — в листке Воздушный шар.

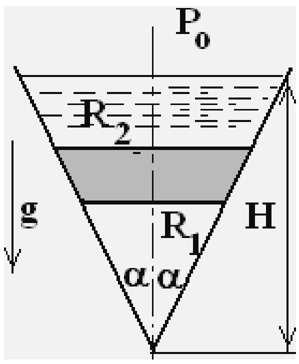
2.3.1. (*«Шаг в будущее», 2022, 10*) Сферическая оболочка воздушного шара изготовлена из материала, масса которого на единицу площади составляет $\rho = 1$ кг/м^2. Шар заполняют гелием. При каком минимальном радиусе шар поднимется в воздух? Давление снаружи и внутри шара $p = 10^5$ Па, температура гелия внутри шара и температура окружающего воздуха одинаковы и равны $t = 27$ °C. Молярная масса воздуха $\mu_{\text{в}} = 29$ г/моль, молярная масса гелия $\mu_{\text{He}} = 4$ г/моль. *Площадь S поверхности и объём V шара радиусом r вычисляются по формулам $S = 4\pi r^2$, $V = \frac{4}{3}\pi r^3$.*

$r_{\min} = \frac{3\rho RT}{p(\mu_{\text{в}} - \mu_{\text{He}})} = 3$ м

2.4 Изопроцессы

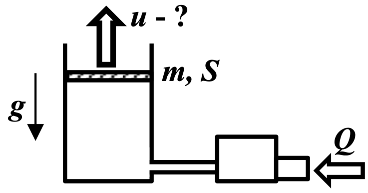
Дополнительные задачи — в листке Изопроцессы.

2.4.1. (*Всесиб., 2016, 10*) Конический сосуд с углом раствора 2α герметично перекрыт пробкой массой m и радиусами оснований R_1 и R_2. Под пробкой — воздух при атмосферном давлении P_0 и температуре T_0, выше налита вода до уровня H от вершины конуса. До какой температуры T нужно нагреть воздух под пробкой, чтобы он стал выходить? Плотность воды ρ, ускорение свободного падения g.



$T = T_0 \left(mg/\pi R_2^2 + P_0 + \rho g (H - R_2 \operatorname{ctg} \alpha)\right) R_2^2 / P_0 R_1^2$

2.4.2. (*Всесиб., 2020, 10*) Компрессор каждую секунду забирает атмосферный воздух объемом Q и подает его в вертикально стоящий цилиндр, закрытый подвижным поршнем сечением S и массой m. Определите скорость, с которой будет подниматься поршень, если при движении он испытывает силу трения F. Атмосферное давление P_0, ускорение свободного падения g.

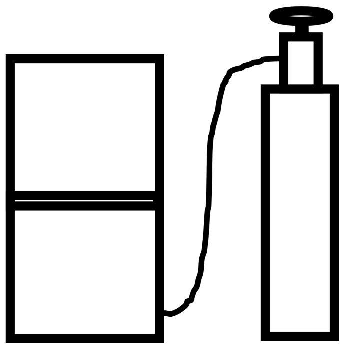


$\frac{QP_0}{P_0S+F+mg}$

2.4.3. (*Всесиб., 2023, 10*) В заполненном водой сосуде глубиной H температура возрастает линейно с глубиной от $0\,^\circ$C на поверхности до $4\,^\circ$C на дне. В воде на глубине, зависящей от атмосферного давления, плавает маленький тонкостенный заполненный воздухом шарик. При увеличении давления до $P_0 = 10^5$ Па шарик опустился ко дну. Насколько должно измениться атмосферное давление, чтобы шарик плавал на глубине $H/2$? Плотность воды ρ, ее зависимостью от температуры пренебречь. Ускорение свободного падения g. Упругостью стенок шарика пренебречь. Ответ привести с точностью до двух значащих цифр.

$\Delta P \approx 0{,}49\rho g H - 0{,}0072P_0$

2.4.4. (*Всесиб., 2021, 10*) Вертикально стоящий закрытый цилиндр объемом $2V$ разделен подвижным поршнем на два заполненных воздухом отсека. Поршень находится в равновесии посредине цилиндра при давлении воздуха в верхнем отсеке P и в нижнем — $2P$. К нижнему отсеку через трубку и запертый вентиль подключен баллон объемом V, содержащий сжатый воздух под давлением $10P$. Какие давления установятся в отсеках цилиндра после того, как откроют вентиль? Объемом трубки пренебречь. Температура не меняется.

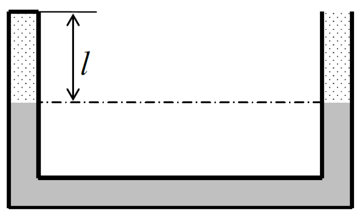


$P_1' = \frac{5+2\sqrt{7}}{3}P$; $P_2' = \frac{8+2\sqrt{7}}{3}P$

2.5 Трубка со ртутью

Дополнительные задачи — в листке Трубка со ртутью.

2.5.1. (*«Шаг в будущее», 2021, 10*) В U-образную трубку налита ртуть (см. рис.). Уровни ртути в обеих частях трубки одинаковы. В левой герметично запаянной части над ртутью находится столбик воздуха длиной $l = 50$ см при температуре $t_0 = 27\,^\circ$C. Какой станет разность уровней ртути в левой и правой частях трубки, если воздух в левой ее части нагреть на $\Delta t = 14\,^\circ$C? Атмосферное давление равно $H = 750$ мм рт. ст. Искривлением уровня ртути в трубке, а также тепловым расширением ртути и трубки пренебречь. Плотность ртути неизвестна!



$\Delta x = 2 \cdot \frac{-(2l+H)+\sqrt{(2l+H)^2+\frac{8Hl\Delta T}{T_0}}}{4} = 0{,}02$ м

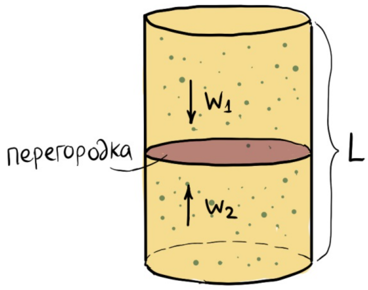
2.5.2. (*«Надежда энергетики», 2018, 10*) Нижний конец вертикальной узкой трубки длиной $2l$ запаян, а верхний соединён с атмосферой. В нижней половине трубки находится воздух при температуре T_0, а верхняя половина заполнена до конца ртутью. До какой минимальной температуры надо нагреть газ в трубке, чтобы он вытеснил всю ртуть? Атмосферное давление равно l мм рт. ст. Поверхностное натяжение не учитывайте.

$\boxed{\frac{9}{8}T_0}$

2.6 Полупрозрачные перегородки

Дополнительные задачи — в листке Полупрозрачные перегородки.

2.6.1. (*«Формула Единства» / «Третье тысячелетие», 2021, 10*) В цилиндрическом сосуде высотой L и площади основания S находится N молекул газа. Исследователям удалось создать «несимметрично-пропускающий» тонкий и лёгкий поршень-перегородку. При пролёте сверху вниз молекулы с вероятностью $w_1 = 2/3$ пролетают сквозь перегородку, а с вероятностью $1 - w_1$ — отскакивают от неё. А молекулы, подлетающие снизу, с вероятностью $w_2 = 1/3$ пролетают через перегородку, а с вероятностью $1 - w_2$ — отскакивают. Подвижную перегородку из такого материала поместили внутрь сосуда, и поставили сверху небольшой по размеру груз M.



Где окажется перегородка спустя долгое время? Температура системы — T.

$\boxed{h = NkT/Mg - L\text{; если } NkT/Mg < L\text{, то } h = 0\text{; если } NkT/Mg > 2L\text{, то } h = L}$

2.7 Количество теплоты

Дополнительные задачи — в листке Количество теплоты.

2.7.1. (*Всеросс., 2020, МЭ, 10*) У пустого кувшина, сделанного из некоторого металла, теплоёмкость равна 200 Дж/°C. В этот кувшин налили 200 г воды, удельная теплоёмкость которой равна 4200 Дж/(кг · °C). Во сколько раз теплоёмкость кувшина с водой больше теплоёмкости пустого кувшина? Ответ округлите до десятых долей.

$\boxed{5{,}2}$

2.7.2. (*Всеросс., 2020, МЭ, 10*) В один жаркий день отличница Маша, желая остудить воздух в комнате к приходу бабушки, перед выходом из дома включила кондиционер. В тот же момент в комнату забежал двоечник Вовочка, который, желая охладить комнату еще быстрее, одновременно с кондиционером включил ещё и напольный вентилятор и сразу убежал играть во двор. Известно, что за 1 час при выключенных приборах температура комнаты увеличивается на 4 °C. Считайте, что комната пустая, мощность теплового потока к комнате через стены, окна и т. д. не изменяется, комната имеет размеры 5 м × 8 м × 2,5 м, она закрыта и не проветривается, теплоёмкостью кондиционера и вентилятора можно пренебречь. КПД вентилятора равен 75%, а полезная мощность, развиваемая его лопастями, равна 58,5 Вт. Холодильный коэффициент кондиционера равен 2, потребляемая им мощность 90 Вт. Удельная теплоёмкость воздуха равна 1 кДж/(кг · °C), плотность воздуха равна 1,3 кг/м^3.

Справка: холодильный коэффициент $k = Q_{отн}/A_{затр}$ равен отношению количества теп-

лоты $Q_{отн}$, отнимаемой кондиционером от воздуха (за единицу времени), к работе $A_{затр}$, которую нужно затратить для этого (за единицу времени).

1. На сколько изменится температура воздуха в комнате за 1 час непрерывной работы обоих приборов? Ответ выразите в градусах Цельсия (с учётом знака) и округлите до десятых долей.

2. На сколько изменилась бы температура воздуха в комнате за 1 час непрерывной работы кондиционера, если бы вентилятор был выключен? Ответ выразите в градусах Цельсия (с учётом знака) и округлите до десятых долей.

1) 1,2; 2) −1,0

2.7.3. (*Всеросс., 2021, МЭ, 10*) В кастрюлю, находящуюся при комнатной температуре, налили некоторое количество воды также комнатной температуры (первый случай), после чего стали нагревать кастрюлю с её содержимым на электроплитке и довели воду до кипения за время $\tau_1 = 2$ мин. Если бы вначале в кастрюлю налили вдвое больше воды той же температуры (второй случай), то воду удалось бы довести до кипения на той же плитке за время $\tau_2 = 3$ мин. Всё выделяемое плиткой количество теплоты расходуется на нагревание кастрюли и воды.

1. Найдите отношение теплоёмкости кастрюли к теплоёмкости воды в первом случае. Ответ приведите, округлив до целого числа.

2. Сколько времени будет нагреваться от комнатной температуры до кипения на той же плитке кастрюля с водой, если воды в кастрюле будет в три раза больше, чем в первом случае? Ответ приведите в минутах, округлив до целого числа.

3. Сколько времени будет нагреваться от комнатной температуры до кипения кастрюля с водой, если воды в кастрюле будет в три раза меньше, чем в первом случае, а мощность плитки будет увеличена в три раза? Ответ приведите в секундах, округлив до целого числа.

1) 1; 2) 4; 3) 27

2.7.4. (*Всеросс., 2021, МЭ, 10*) «Умный» чайник устроен таким образом, что может поддерживать температуру находящейся в нём воды в определённом диапазоне от t_1 до t_2. Вначале он включается на некоторое время, требуемое для нагревания воды до температуры t_2, а потом отключается до тех пор, пока вода не остынет до температуры t_1. После этого циклы нагревания и остывания регулярно повторяются с некоторым постоянным периодом. Мощность нагревательного элемента чайника постоянная. Пусть некоторую порцию воды налили в такой «умный» чайник. Оказалось, что в тёплом доме в течение $\alpha_1 = 1/4$ доли периода чайник включён, а остальное время выключен. Если же вынести этот чайник на холодную улицу, то нагревательный элемент будет включён в течение $\alpha_2 = 1/3$ доли периода. Мощности теплоотдачи в каждом из этих двух случаев можно считать постоянными.

1. Найдите отношение мощностей теплоотдачи во втором и в первом случаях. Ответ округлите до десятых долей.

2. Определите отношение периодов T_1/T_2 для «умного» чайника в первом и во втором случаях соответственно, если теплоёмкости нагреваемого вещества (чайника и его содержимого) В обоих случаях одинаковы. Ответ округлите до десятых долей.

За время, пока нагревательный элемент включён, чайник потребляет от электросети некоторую энергию.

3. Во сколько раз отличаются эти энергии во втором и в первом случаях? Ответ округлите до десятых долей.

1) 1,3; 2) 1,2; 3) 1,1

2.8 Теплообмен

Дополнительные задачи — в листках

- Теплообмен. 8
- Теплообмен. 9–11

2.8.1. (*Всеросс., 2021, ШЭ, 10*) Смешивание двух разных жидкостей в объёмном соотношении 1 : 1 даёт смесь с температурой 42 °C. Какой была бы температура смеси, если бы объёмное соотношение исходных компонент составляло 2 : 1? Начальные температуры жидкостей составляют 27 °C и 47 °C. Объём смеси равен сумме объёмов смешиваемых жидкостей. В поля для ввода ответов запишите два возможных варианта, выразив ответы в градусах и округлив их до целых чисел.

39; 44

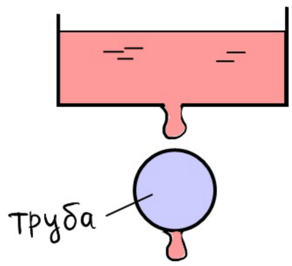
2.8.2. (*Всеросс., 2022, МЭ, 10*) Один литр воды налили в электрочайник мощностью 2 кВт и включили его. Сразу после того, как вода начинает интенсивно кипеть, чайник автоматически выключается, однако кипение продолжается ещё 15 с с постепенным уменьшением скорости выкипания воды. Ещё через 30 с (после полного прекращения кипения) температура воды в чайнике снижается на 1 °C. Считая, что скорость выкипания воды после выключения чайника равномерно уменьшается до нулевого значения, определите среднюю температуру нагревательного элемента чайника в момент его выключения. Ответ выразите в градусах Цельсия, округлите до целого числа. Масса нагревательного элемента 200 г, его удельная теплоёмкость 500 Дж/(кг · °C), удельная теплоёмкость воды 4200 Дж/(кг · °C). Считайте, что образовавшийся при кипении пар сразу же полностью покидает чайник, но полная масса выкипевшей воды намного меньше массы воды, налитой в чайник.

[260; 261]

2.8.3. (*«Формула Единства» / «Третье тысячелетие», 2021, 10*) Из сосуда падают одинаковые капли жидкости, нагретой до температуры 50 °C. Эти капли попадают на цилиндрическую трубу, у которой начальная температура 0 °C, а масса и удельная теплоёмкость равна массе и удельной теплоёмкости жидкости в сосуде.

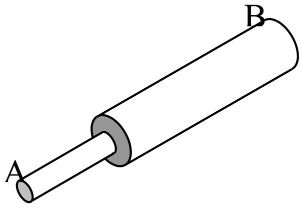
Чему равна конечная температура трубы, когда вся жидкость вытечет из сосуда, если известно, что вытекло $N = 100$ капель?

Примечание. Капли падают настолько редко, что на трубе может находиться одновременно только одна капля); теплообмен происходит очень быстро; тепловыми потерями пренебрегите.



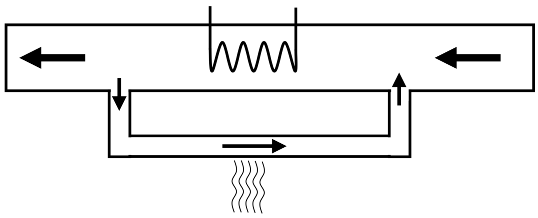
$\theta \approx 31{,}5\,°C$

2.8.4. (*Инженерная олимпиада, 2022, 10*) Тело сварено из двух стержней одного и того же материала. Радиусы поперечных сечений стержней отличаются вдвое, длина более толстого стержня втрое больше длины более узкого (см. рисунок). Тело нагрето так, что его температура меняется по линейному закону от значения T на тонком конце A до значения $2T$ на конце B. Найти температуру тела после установления равновесия. Потерями тепла в окружающее пространство пренебречь.



$\frac{165}{104}T = 1{,}58T$

2.8.5. (*Инженерная олимпиада, 2023, 10*) Тепловая станция нагревает воду для обеспечения небольшого микрорайона горячей водой. Для этого на станцию с помощью насосов подается вода, которая нагревается мощными нагревателями. Для обеспечения теплом самой станции часть потока нагретой воды проходит через помещения станции, охлаждается до первоначальной температуры и возвращается в поток воды, поступающий на станцию (см. рисунок). Известно, что если для обеспечения теплом самой станции используется десятая часть потока воды, то выходящая со станции вода нагревается на величину ΔT. На какую величину ΔT_1 нагреется вода на станции, если для обеспечения ее теплом будет использоваться восьмая часть потока воды, нагреваемой нагревателем? Ответ обосновать.



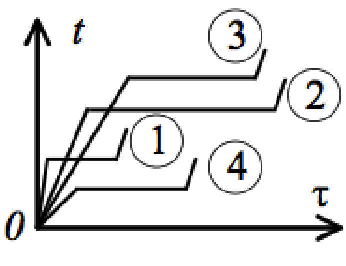
$\Delta T_1 = \frac{35}{36}\Delta T = 0{,}97\Delta T$

2.9 Фазовые переходы

Дополнительные задачи — в листках

- Фазовые переходы. 8
- Теплообмен. 9–11

2.9.1. (*Всеросс., 2020, ШЭ, 10*) Нагревание четырёх изначально твёрдых тел с одинаковыми массами ($m_1 = m_2 = m_3 = m_4$) осуществляют нагревательными элементами одинаковой мощности. На рисунке изображены графики зависимости температуры t тел от времени τ при их нагревании, в процессе которого происходит плавление. У какого тела удельная теплота плавления наибольшая? Потери теплоты отсутствуют.



А) 1

Б) 2

В) 3

Г) 4

Д) у всех тел одинаковая

$\boxed{\text{Б}}$

2.9.2. (*Всеросс., 2021, ШЭ, 10*) В калориметр, содержащий 500 г льда при температуре $-15\,^\circ$C, налили 1 литр воды при температуре $+35\,^\circ$C. Удельная теплоёмкость льда 2100 Дж/(кг $\cdot$ °C), удельная теплоёмкость воды 4200 Дж/(кг $\cdot$ °C), удельная теплота плавления льда 340 кДж/кг. После установления теплового равновесия в калориметре будет находиться:

1. только вода;
2. только лёд;
3. смесь воды со льдом.

$\boxed{\text{В}}$

2.9.3. (*Всеросс., 2022, ШЭ, 10*) В теплоизолированный сосуд, содержащий 400 г льда и 300 г воды, находящихся в состоянии теплового равновесия, положили алюминиевый шар массой 2 кг, разогретый до температуры $150\,^\circ$C. Удельная теплоёмкость льда 2100 Дж/(кг $\cdot$ °C), удельная теплоёмкость воды 4200 Дж/(кг $\cdot$ °C), удельная теплоёмкость алюминия 920 Дж/(кг $\cdot$ °C), удельная теплота плавления льда 340 кДж/кг, удельная теплота парообразования воды при температуре кипения 2,3 МДж/кг. Что будет находиться в сосуде после установления теплового равновесия?

1. вода и алюминий;
2. вода, лёд и алюминий;
3. вода, водяной пар и алюминий;
4. водяной пар и алюминий.

$\boxed{1}$

2.9.4. (*Всеросс., 2023, ШЭ, 10*) В калориметре находится вода массой 500 г при температуре $5\,^\circ$C. К ней долили ещё 200 г воды с температурой $15\,^\circ$C и положили 200 г льда с температурой $-50\,^\circ$C. Удельная теплоёмкость льда 2100 Дж/(кг $\cdot$ °C), удельная теплоёмкость воды 4200 Дж/(кг$\cdot$°C), удельная теплота плавления льда 340 кДж/кг. Как в результате установления теплового равновесия изменится масса льда в калориметре?

1. уменьшится;
2. увеличится;
3. останется неизменной.

1

2.9.5. (*Всеросс., 2020, ШЭ, 10*) В кусок льда массой 130 г и плотностью 900 кг/м^3 вморожена монета массой 10 г и плотностью 8900 кг/м^3. Этот кусок льда с монетой, имеющие температуру 0 °C, помещают в сосуд, в котором находится 400 мл воды с некоторой начальной температурой t. Теплообменом с окружающей средой можно пренебречь. Лёд с монетой сначала плавают, не касаясь дна сосуда. Удельная теплоёмкость воды 4200 Дж/(кг·°C), удельная теплота плавления льда 330 кДж/кг, плотность воды 1000 кг/м^3, ускорение свободного падения $g = 10$ м/с^2.

1. Чему равна сила Архимеда, действующая на лёд с монетой в начальный момент? Ответ укажите в ньютонах, округлив до десятых долей.

2. Какой должна быть минимальная начальная температура воды t, чтобы кусок льда вместе с монетой опустился на дно после наступления теплового равновесия? Ответ выразите в градусах Цельсия и округлите до целого числа.

1) 1,4; 2) 10

2.9.6. (*Всеросс., 2022, ШЭ, 10*) В неидеальный калориметр помещают воду и лёд в равных по массе пропорциях при температуре 0 °C. Затем калориметр накрывают, чтобы исключить испарение, и помещают его в тёплую комнату, температура воздуха в которой 25 °C. Известно, что таяние льда полностью завершилось через 3 ч 20 мин после помещения калориметра в тёплую комнату. Можно считать, что количество теплоты, отдаваемое в единицу времени в окружающую среду, пропорционально начальной разности температур, если температура содержимого калориметра мало изменяется. Удельная теплоёмкость воды 4200 Дж/(кг·°C), удельная теплота плавления льда 330 кДж/кг.

1. За какое время сразу после таяния льда температура в калориметре поднимется на 1 °C? Ответ приведите в минутах, округлив до десятых долей.

2. Сколько времени займёт нагревание содержимого калориметра от 23 °C до 24 °C? Ответ приведите в минутах, округлив до десятых долей.

1) 5,1; 2) 63,6

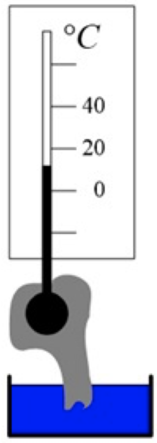
2.9.7. (*Всеросс., 2023, ШЭ, 10*) В теплоизолированном сосуде смешивают кипящую воду и лёд из холодильника в объёмном соотношении 3 : 4. В результате весь лёд тает и в сосуде устанавливается равновесие при температуре 0 °C. Тепловыми потерями и теплоёмкостью сосуда можно пренебречь. Удельная теплоёмкость льда 2100 Дж/(кг · °C), удельная теплоёмкость воды 4200 Дж/(кг·°C), удельная теплота плавления льда 340 кДж/кг, плотность воды 1000 кг/м^3, плотность льда 900 кг/м^3.

1. При какой температуре лёд находился в холодильнике? Ответ дайте в градусах Цельсия (с учётом знака), округлив до целого числа.

2. Какая температура установится в сосуде, если взять обратное объёмное соотношение воды и льда (то есть 4 : 3)? Ответ выразите в градусах Цельсия (с учётом знака), округлив до целого числа.

1) −5; 2) 26

2.9.8. (*Всеросс., 2020, МЭ, 10*) Висящий на стене комнатный термометр показывает температуру $t_1 = 20\,^\circ\mathrm{C}$. Колбочка второго такого же термометра обёрнута тканью, край которой опущен в стакан с водой, стоящий на столе в той же комнате (см. рисунок). Сравните показания термометров (t_1 — показание первого термометра, t_2 — второго). С каким физическим явлением связана разница в показаниях термометров?



А) $t_1 > t_2$, с явлением теплопроводности

Б) $t_1 > t_2$, с явлением конденсации

В) $t_1 < t_2$, с явлением конденсации

Г) $t_1 > t_2$, с явлением испарения

Д) $t_1 < t_2$, с явлением испарения

Г

2.9.9. (*Всеросс., 2022, МЭ, 10*) Сосуд с водой при температуре $0\,^\circ\mathrm{C}$ внесли в большую комнату с температурой воздуха $22\,^\circ\mathrm{C}$. За 15 минут температура воды поднялась до $2\,^\circ\mathrm{C}$. Если в такой же сосуд положить такую же массу льда при температуре $0\,^\circ\mathrm{C}$, то он растает за 10 часов. Пользуясь этими данными, определите удельную теплоту плавления льда. Удельная теплоёмкость воды 4200 Дж/(кг · °C), теплоёмкость сосуда считайте пренебрежимо малой. Ответ выразите в кДж/кг, округлите до целого числа.

352

2.9.10. (*Всеросс., 2023, МЭ, 10*) В калориметр с горячей водой бросили кусочек льда, температура которого была равна $0\,^\circ\mathrm{C}$. После установления теплового равновесия температура воды понизилась на $12\,^\circ\mathrm{C}$. Когда в калориметр бросили второй такой же кусочек льда, температура воды понизилась ещё на $10\,^\circ\mathrm{C}$. На сколько градусов понизится температура воды, если в неё бросить третий такой же кусочек льда, который полностью растает? Теплоёмкостью калориметра и теплообменом с окружающей средой можно пренебречь. Ответ выразите в градусах Цельсия, округлите до десятых долей.

8,5

2.9.11. (*«Надежда энергетики», 2015, 10*) Учащиеся Лицея №1502 при МЭИ выступали на научной конференции школьников с докладом о результатах изучения теплообмена при различных условиях. В докладе лицеистов был приведён интересный пример: если в хорошо протопленной парилке русской бани плеснуть на камни водой, температура в парилке через некоторое время резко повышается. Школьники объяснили, почему это происходит не сразу и почему эффект сильнее, если использовать горячую воду, а не холодную. Повторите рассуждения докладчиков.

2.9.12. (*Олимпиада КФУ, 2022, 10*) Некоторое количество олова залито в тонкостенную стальную форму, подвешенную за тонкую ручку. В олово вплавлен термостойкий электрический нагревательный элемент постоянной мощности. Было замечено, что с момента достижения температуры плавления олова ($T_0 = 232\,^\circ\mathrm{C}$) до полного перехода олова в жидкую фазу прошло $t_1 = 20$ минут. После этого температура олова повысилась до $T_1 = 640\,^\circ\mathrm{C}$, причем последние $10\,^\circ\mathrm{C}$ были достигнуты за $t_2 = 3$ минуты. После отключения нагревательного элемента олово остыло до температуры плавления. Остывание с 243 °C до 233 °C при этом заняло $t_3 = 6$ минут. Сколько приблизительно времени потребуется для кристаллизации всей массы олова, охлажденного до температуры плавления, в данных условиях? Примерно до какой температуры можно нагреть данный сосуд с оловом этим нагревателем в таких условиях? Теплоемкостью формы и нагревательного элемента можно пренебречь. Зависимостью теплоемкости олова от температуры пренебречь. Окружающая температура 32 °C. Температура плавления стали 1400 °C, температура кипения олова 2620 °C.

80 мин; 1030 °C

2.9.13. (*Всесиб., 2016, 10*) Снег с температурой $t_1 = -10\,°\mathrm{C}$ опустили в сосуд с нагревателем. Через время, равное $\tau_1 = 4$ минуты, снег растаял и превратился в воду с температурой $t_0 = 0\,°\mathrm{C}$, а еще через время $\tau_2 = 57$ с — температура воды выросла до $t_2 = 20\,°\mathrm{C}$. Найдите удельную теплоемкость снега c_1, если удельная теплоемкость воды $c_2 = 4{,}2 \cdot 10^3$ Дж/(кг · °C), а удельная теплота плавления $\lambda = 334 \cdot 10^3$ Дж/кг. Тепловая мощность, передаваемая нагревателем воде и снегу, постоянна.

$c_1 = c_2(t_2 - t_0)\tau_1/(t_0 - t_1)\tau_2 - \lambda/(t_0 - t_1) \approx 2 \cdot 10^3$ Дж/(кг · °C)

2.10 Внутренняя энергия

Дополнительные задачи — в листке Внутренняя энергия.

2.10.1. (*«Будущие исследователи — будущее науки», 2017, 10*) В термодинамике часто рассматривается процесс расширения газа в пустоту. В этом процессе газ, занимавший первоначально часть объема теплоизолированного сосуда и отделенный перегородкой от остальной части, где создан высокий вакуум, после устранения перегородки занимает весь объем. Установившаяся в сосуде температура газа оказывается ниже первоначальной. Объясните причину понижения температуры. Заметим, что в модели идеального газа понижение температуры объяснить невозможно.

2.10.2. (*«Надежда энергетики», 2015, 10*) Одноатомный идеальный газ совершает два процесса. В процессе $1-2$ газ расширяется втрое по закону

$$p = \alpha \cdot \sin\left(\frac{\pi V}{6V_1}\right),$$

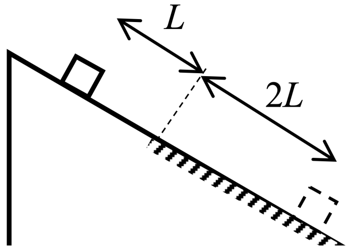
где p — давление, V — объём, V_1 — первоначальный объём, α — некоторая постоянная. В процессе $2-3$ газ продолжает расширяться по закону

$$p = \alpha \cdot \left(1 - \cos\left(\frac{\pi V}{2V_2}\right)\right)$$

до объёма $4V_1$. Чему равна внутренняя энергия газа U_3 в конце процесса, если в процессе $1-2$ она увеличилась на 50 Дж?

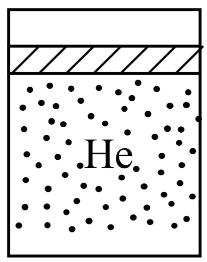
$U_3 = 120$ Дж

2.10.3. (*Всесиб., 2021, 10*) Маленький кубик отпускают на гладком участке наклонной плоскости на расстоянии L от начала шероховатого участка. Он скользит без трения, достигая на границе шероховатого участка наибольшей скорости v, затем замедляется и останавливается на расстоянии $2L$ от начала этого участка. Насколько увеличится температура газа внутри кубика, если газу достается половина теплоты, выделяемой в результате трения? Кубик представляет собой жесткий тонкостенный контейнер, наполненный одноатомным газом с молярной массой μ. Теплоемкостью и массой контейнера, а также теплообменом между газом внутри кубика и воздухом атмосферы пренебречь. Кубик не опрокидывается. Силой сопротивления воздуха атмосферы при движении кубика пренебречь.



$\boxed{\frac{\mu v^2}{2R}}$

2.10.4. (*Всесиб., 2022, 10*) В закрытом с обоих торцов вертикальном теплоизолированном цилиндре массивный теплоизолированный поршень удерживается давлением газообразного гелия (см. рис.). В небольшом зазоре выше поршня — вакуум. Гелий постепенно просачивается в пространство над поршнем, пока он не опустится до дна цилиндра. Во сколько раз конечная температура гелия больше начальной? Трения нет.



$\boxed{\frac{T}{T_0} = \frac{5}{3}}$

2.10.5. (*«Формула Единства» / «Третье тысячелетие», 2022, 10*) Упругий мяч массы M падает в вакууме в поле тяжести g с высоты H на поршень массы m и площади S, закрывающий цилиндрический вертикальный сосуд с ν молями газа гелия при температуре T. На какое расстояние сместится поршень, когда мяч перестанет прыгать?

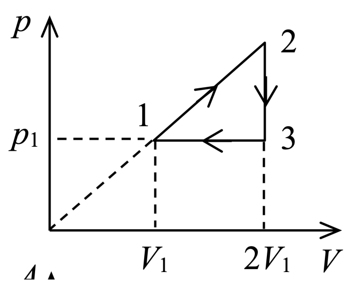
Примечание. Система теплоизолирована, теплоёмкостью поршня и стенок сосуда пренебрегите.

$\boxed{\frac{3M\nu RT}{5m(m+M)g} - \frac{2MH}{5(m+M)}}$

2.11 Работа газа

Дополнительные задачи — в листке Работа в цикле.

2.11.1. (*«Будущие исследователи — будущее науки», 2019, 10*) Один моль идеального газа совершает циклический процесс (см. рис.) с заданными значениями p_1, V_1 и $V_2 = 2V_1$. Изобразить данный процесс, откладывая по оси абсцисс температуру газа, а по оси ординат — совершенную газом работу. Молярную газовую постоянную R считать известной.



2.12 Первый закон термодинамики

Дополнительные задачи — в листке Первый закон термодинамики.

2.12.1. (*«Покори Воробьёвы горы!», 2020, 10*) Как связаны между собой малые изотермические изменения объема (δV) и давления (δp), если начальные значения равны соответственно V_0 и p_0?

$\boxed{\delta p = -\frac{p_0}{V_0}\delta V}$

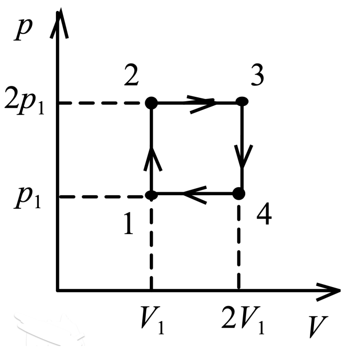
2.12.2. (*«Покори Воробьёвы горы!», 2020, 10*) Для адиабатического увеличения давления $\nu = 3$ молей гелия на 0,5% потребовалось совершить над гелием работу $A = 22{,}44$ Дж. Найти начальную температуру гелия. Универсальная газовая постоянная $R \approx 8{,}31$ Дж/(моль $\cdot$ K).

$\boxed{T_0 \approx \frac{1000A}{3\nu R} \approx 300\text{ K}}$

2.12.3. (*«Надежда энергетики», 2021, 10*) Некоторое количество аргона находится в вертикальном цилиндрическом сосуде под массивным поршнем, который плотно прилегает к стенкам сосуда. К центру поршня сверху прикреплена пружина, соединенная другим концом с крышкой сосуда. Первоначально газ находился в таком состоянии, что пружина не была деформирована. После того как газу сообщили количество теплоты $Q = 760$ Дж, его объем увеличился в 2 раза, а давление увеличилось в 3 раза. Определите энергию упругой деформации пружины в конечном состоянии. Поршень перемещается без трения, крышка сосуда негерметична.

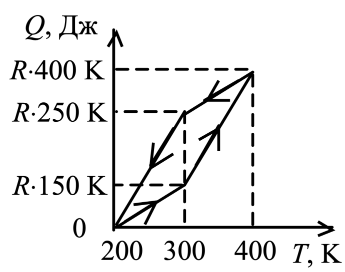
$\boxed{80\text{ Дж}}$

2.12.4. (*«Будущие исследователи — будущее науки», 2015, 10*) Один моль идеального одноатомного газа совершает замкнутый процесс, состоящий из двух изохор и двух изобар (см. рис.). Изобразить данный процесс, откладывая по оси абсцисс температуру газа, а по оси ординат — полученное газом тепло.



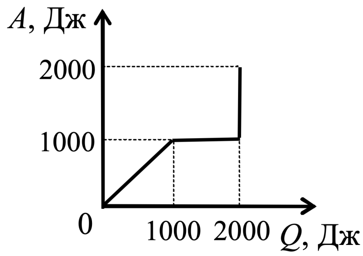
$\boxed{T_1 = p_1V_1/R}$

2.12.5. (*«Будущие исследователи — будущее науки», 2017, 10*) В ходе некоторого процесса, проводимого с одним молем одноатомного идеального газа, полученное газом тепло и его температура изменяются так, как показано на рисунке (R — молярная газовая постоянная). Найти отношение максимального объема газа к минимальному.



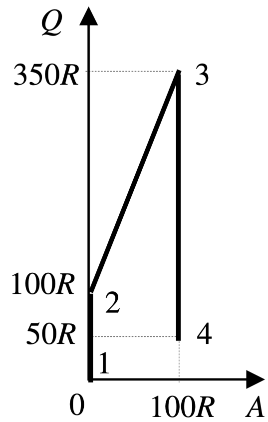
$\boxed{3/2}$

2.12.6. (*«Будущие исследователи — будущее науки», 2018, 10*) В ходе некоторого процесса, проведенного с одним молем одноатомного идеального газа, совершенная газом работа и полученное газом тепло изменялись так, как показано на рисунке. Считая, что температура газа в начале процесса равнялась 300 К, найти максимальную температуру газа в ходе процесса и изменение внутренней энергии газа в результате процесса.



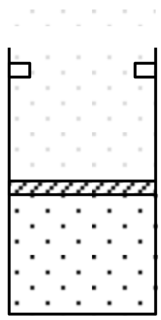
$T_{\max} = 300 + \frac{2000}{3R} \approx 380$ К; $\Delta U = 0$

2.12.7. (*«Будущие исследователи — будущее науки», 2020, 10*) В ходе некоторого процесса $1-2-3-4$ полученное одним молем идеального одноатомного газа тепло Q и совершенная газом работа A изменялись так, как показано на рисунке (R — молярная газовая постоянная). Найти разность максимальной и минимальной температур газа в ходе процесса. Найти изменение температуры газа в результате процесса.



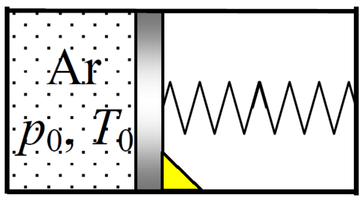
$T_{\max} - T_{\min} = 200$ К; $\Delta T = -\frac{100}{3}$ К

2.12.8. (*«Будущие исследователи — будущее науки», 2021, 10*) Идеальный одноатомный газ находится в вертикальном сосуде и отделен от атмосферы тяжелым поршнем, который может скользить по стенкам сосуда без трения. Упоры на стенках допускают увеличение объема газа не более, чем вдвое (см. рис.). Начальное давление газа в два раза превышает атмосферное. Газу сообщают количество теплоты, в три раза большее его внутренней энергии U_0, и после этого располагают сосуд горизонтально. Какое количество теплоты нужно отвести от газа при новом положении сосуда, чтобы газ вернулся к первоначальному объему?



$\frac{19U_0}{6}$

2.12.9. (*«Шаг в будущее», 2022, 10*) Горизонтально расположенный теплоизолированный цилиндр разделен поршнем на две части: слева от поршня находится один моль аргона при давлении p_0 и абсолютной температуре T_0, а справа — вакуум (см. рисунок). Поршень закреплен с помощью упора и соединен с правой стенкой легкой пружиной, которая находится в недеформированном состоянии. После того как поршень освободили от упора, то в новом положении равновесия объем, занимаемый аргоном, увеличился в 1,5 раза. Найдите температуру и давление аргона в конечном состоянии. Теплоемкостью цилиндра, поршня и пружины пренебречь. Трение между поршнем и боковой поверхностью цилиндра отсутствует.

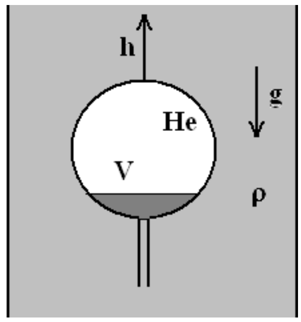


$T_1 = \frac{9}{10}T_0$, $p_1 = \frac{3}{5}p_0$

2.12.10. (*«Шаг в будущее», 2023, 10*) С $\nu = 1$ моль идеального одноатомного газа совершают некоторый политропный процесс, в результате которого газ переходит из состояния с начальными давлением $p_1 = 4 \cdot 10^6$ Па и абсолютной температурой $T_1 = 400$ К в состояние с давлением $p_2 = 6 \cdot 10^6$ Па и абсолютной температурой $T_2 = 900$ К. Какое количество тепла получает газ в этом процессе? Связь давления p и объема V в политропном процессе описывается формулой $pV^n = \text{const}$, где показатель политропы n — некоторое действительное число. Универсальная газовая постоянная $R = 8{,}31$ Дж/(моль $\cdot$ К).

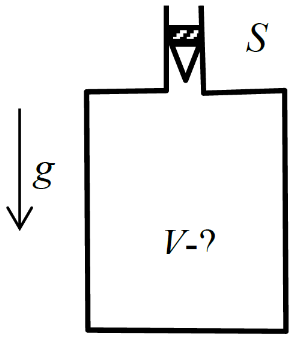
$\boxed{Q = 2\nu R(T_2 - T_1) = 8{,}31 \text{ кДж}}$

2.12.11. (*Всесиб., 2015, 10*) Перевёрнутая вниз горлышком колба с гелием погружена в жидкость плотности ρ. Объём гелия в ней V удерживают неизменным при остывании гелия, медленно поднимая колбу. Какое количество тепла отдал гелий, когда колба поднялась на h? Ускорение свободного падения g.



$\boxed{Q = (3/2)\rho g h V}$

2.12.12. (*Всесиб., 2019, 10*) Теплоизолированный сосуд был наполнен гелием при комнатной температуре и закрыт легким подвижным поршнем сечения S. Поршень взяли из холодного склада, и его нижняя поверхность была покрыта слоем намерзшего льда с температурой 0 °C. Лед частично растаял, и температура в сосуде опустилась до 0 °C — при этом поршень остался на своем месте. Определите объем сосуда. Ускорение свободного падения g, трение отсутствует. Теплоемкостью поршня пренебречь. Удельная теплота плавления льда λ. Изменение объема при плавлении льда является пренебрежимо малым эффектом.

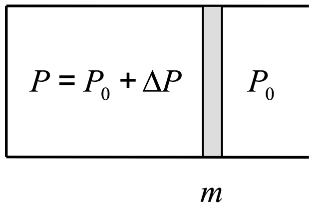


$\boxed{V = \frac{2\lambda S}{5g}}$

2.12.13. (*«Курчатов», 2020, 10*) Горизонтальный цилиндр разделён пополам теплопроводящим поршнем. В одной половине находится гелий, в другой азот N_2. Отношение k числа молей гелия к числу молей азота равно 3. Сначала поршень закреплён, и газы медленно обмениваются теплом. В момент, когда давления газов (но не их температуры) становятся одинаковыми и равными $P_0 = 0{,}35$ МПа, поршень отпускают. Найдите давление P газов в конечном состоянии механического и теплового равновесия. Стенки цилиндра не проводят тепло, поршень движется без трения.

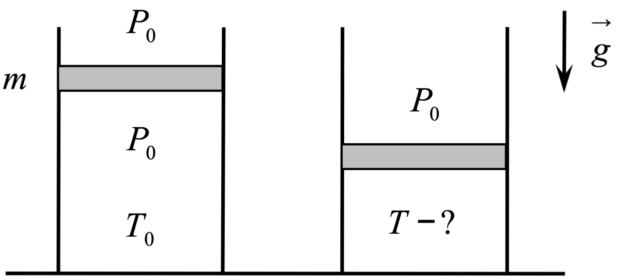
$\boxed{P = \frac{4P_0(k+1)}{3k+5} = 0{,}4 \text{ МПа}}$

2.12.14. (*«Курчатов», 2022, 10*) Вакуумная камера большого объема заполнена воздухом при постоянном давлении $P_0 = 1$ кПа. В камере расположен длинный горизонтальный цилиндр, левый торец которого закрыт, а правый открыт в камеру. В цилиндре может скользить без трения поршень массой $m = 1{,}2$ кг. Между поршнем и левым торцом цилиндра находится идеальный одноатомный газ при давлении $P = P_0 + \Delta P$, где $\Delta P = 10$ Па. Поршень отпускают и начинают нагревать газ так, что его давление не меняется. К некоторому моменту времени к газу подвели количество теплоты $Q = 5$ Дж. Найдите скорость поршня v в этот момент. Числовой ответ выразите в см/с и округлите до целого значения. Процесс расширения газа считайте равновесным.



$v = \sqrt{\frac{4Q\Delta P}{5m(P_0+\Delta P)}} = 18$ см/с

2.12.15. (*«Курчатов», 2021, 10*) Вакуумная камера большого объёма заполнена воздухом при давлении $P_0 = 1$ кПа . В камере расположен высокий вертикальный цилиндр площадью поперечного сечения $S = 100$ см^2. Сверху цилиндр закрыт поршнем массой $m = 2$ кг. Под поршнем находится гелий при температуре $T_0 = 300$ К . В начальном состоянии поршень закреплён, давление гелия также равно P_0. Поршень отпускают, и через некоторое время система переходит в конечное равновесное состояние. Найдите температуру T гелия в этом состоянии. Числовой ответ выразите в кельвинах и округлите до целого значения. Стенки цилиндра и поршень не проводят тепло, поршень движется без трения, давление воздуха в камере постоянно. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с^2.

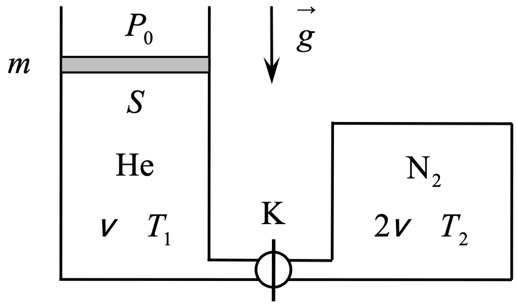


$T = T_0\left(1 + \frac{2mg}{5P_0S}\right) = 540$ К

2.12.16. (*«Курчатов», 2023, 10*) В вакуумной камере большого объёма поддерживается постоянное давление $P_0 = 6$ кПа. В камере расположен открытый сверху вертикальный цилиндр, в котором может свободно двигаться поршень массой $m = 4$ кг и площадью $S = 100$ см^2. Цилиндр соединён с сосудом постоянного объёма короткой трубкой с краном K. В начальном состоянии кран закрыт, в цилиндре под поршнем находится гелий при температуре $T_1 = 570$ К, а в сосуде — молекулярный азот N_2 при температуре $T_2 = 380$ К. Давления гелия и азота одинаковы, число молей гелия $\nu = 0{,}025$, число молей азота 2ν. Кран открывают, газы начинают перемешиваться, и вся система переходит в новое равновесное состояние. Считая, что все стенки, поршень и трубка с краном не проводят тепло, найдите следующие величины:

1. конечную температуру T газовой смеси,
2. расстояние x, на которое переместился поршень. Числовой ответ выразите в сантиметрах и округлите до десятых.

Универсальная газовая постоянная $R = 8{,}31$ Дж/(моль · К), ускорение свободного падения $g = 10$ м/с^2. Объём трубки с краном не учитывайте.



1) $T = \frac{5T_1+14T_2}{19} = 430$ К; 2) $x = \frac{4\nu R(T_1-T_2)}{19(P_0S+mg)} = 8{,}3$ см

2.12.17. (*«Формула Единства» / «Третье тысячелетие», 2019, 10*) Вертикальный сосуд закрыт поршнем массы m, который может перемещаться без трения. В сосуде находятся жидкость при температуре T и её насыщенные пары (иные газы отсутствуют). В сосуд подведён электрический нагреватель.

Каков КПД системы (полезным действием считайте работу по подъёму поршня)? Удельная теплота парообразования жидкости L, молярная масса μ.

Примечание. Теплопотерями пренебрегите, мощность нагревателя постоянна.

$\eta = \left(1 + \frac{L\mu}{RT}\right)^{-1}$

2.12.18. (*«Формула Единства» / «Третье тысячелетие», 2020, 10*) На день рождения экспериментатору Глюку подарили цилиндрический сосуд с теплоизолирующими стенками, разделённый на две части свободно движущимся поршнем. Как только праздник закончился, Глюк побежал в лабораторию, где накачал в обе части сосуда некоторое (не одинаковое) количество гелия из воздушных шариков. Дождавшись, пока давление в обеих частях уравняется, Глюк медленно нагрел газ в правой половине до температуры T_1, а в левой — до T_2. Экспериментатор обнаружил, что поршень медленно движется со скоростью v. Через некоторое время газ в левой части нагрелся до температуры T_3, а в правой остыл до T_4. С какой скоростью в этот момент двигается поршень?

Примечание. Мощность теплопередачи через поршень невелика и пропорциональная разности температур; цилиндр теплоизолирован идеально.

$v\frac{T_4-T_3}{T_2-T_1}$

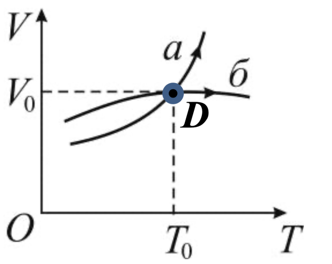
2.13 Теплоёмкость газа

Дополнительные задачи — в листке Теплоёмкость газа.

2.13.1. (*«Будущие исследователи — будущее науки», 2016, 10*) В сосуде под поршнем находятся один моль идеального одноатомного газа и тело с теплоемкостью $3R/2$, где $R = 8{,}31$ Дж/(К · моль) — универсальная газовая постоянная. Газ занимает объем V, его давление равно p. Поддерживая давление постоянным, объем газа медленно увеличивают вдвое. Затем газ изобарно возвращают к прежнему объему, сжимая его настолько быстро, что не успевает произойти теплообмен между газом и находящимся в сосуде телом. После возвращения к исходному объему теплообмен с окружающей средой прекращается. Какая температура установится в сосуде? Теплоемкостью стенок сосуда и поршня пренебречь.

$\frac{3pV}{2R}$

2.13.2. (*«Надежда энергетики», 2022, 10*) Некоторое количество одноатомного идеального газа совершает два различных процесса *а* и *б* (см. рис.). Сравните теплоемкости газа в этих процессах в точке D.



$\boxed{C_а > C_б}$

2.13.3. (*«Будущие исследователи — будущее науки», 2022, 10*) В ходе некоторого процесса с одним молем идеального одноатомного газа его температура T возрастает от T_1 до T_2, а теплоемкость газа изменяется по закону $C = RT/T_1$, где R — молярная газовая постоянная. Чему равно отношение T_2/T_1, если совершенная газом за весь процесс работа равна нулю? Какое количество теплоты нужно отвести от газа при новом положении сосуда, чтобы газ вернулся к первоначальному объему?

$\boxed{T_2/T_1 = 2}$

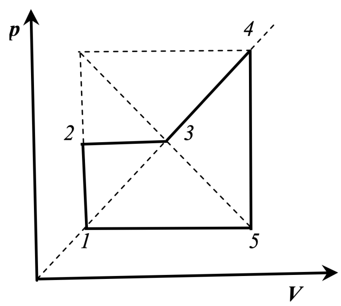
2.14 Тепловые машины

Дополнительные задачи — в листках

- Тепловые двигатели
- Холодильник и тепловой насос

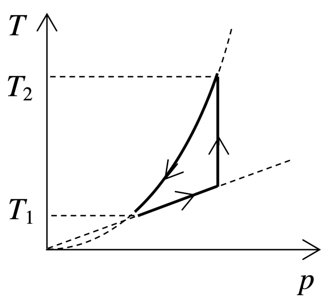
2.14.1. (*«Надежда энергетики», 2016, 10*) Тепловая машина, рабочим телом которой является р идеальный одноатомный газ, работает по циклу $1-2-3-4-5-1$, показанному на рисунке. Известно, что максимальная температура газа, достигаемая в цикле, в 6,25 раз больше минимальной. Найдите КПД цикла.

$\boxed{\eta = \frac{3}{23} \approx 13\%}$



2.14.2. (*«Будущие исследователи — будущее науки», 2023, 10*) Одноатомный идеальный газ совершает циклический процесс, график которого на плоскости p, T состоит из двух прямых отрезков и участка параболы (см. рис.). Найти КПД цикла, если температуры T_1 и T_2 известны.

$\boxed{\eta = \frac{\sqrt{T_2/T_1}-1}{5\sqrt{T_2/T_1}+3}}$



2.14.3. (*«Формула Единства» / «Третье тысячелетие», 2023, 10*) Некоторое количество аргона нагрели, увеличив давление в n раз пропорционально температуре по закону $P = \alpha T$, затем объём увеличили в n раз пропорционально температуре по закону $V = \beta T$ до такой величины, что при последующем охлаждении по закону $T = \lambda V^2$ газ вернулся в исходное состояние.

Определите КПД такого цикла. Для расчёта примите $n = 2$.

7,7%

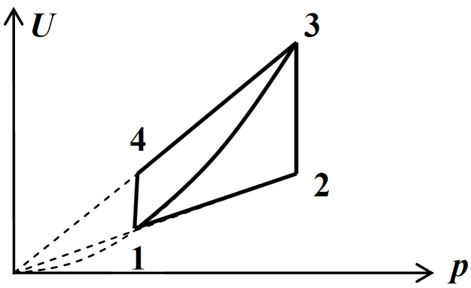
2.14.4. (*«Шаг в будущее», 2021, 10*) Тепловая машина, рабочим телом которой является одноатомный идеальный газ, совершает циклический процесс, состоящий из трех участков. Вначале газ адиабатически расширяется, при этом его температура уменьшается от $4T$ до T, затем сжимается изобарно до первоначального объема и, наконец, нагревается изохорно до первоначального давления. Найдите КПД тепловой машины, участвующей в этом процессе.

Примечание: уравнение адиабаты для одноатомного идеального газа имеет вид:

$$pV^{\frac{5}{3}} = \text{const}.$$

$\eta = \frac{A}{Q_{\text{пол}}} = \frac{58}{93} = 62{,}4\%$

2.14.5. (*«Шаг в будущее», 2021, 10*) На рисунке в координатах U-p (U — внутренняя энергия, p — давление) изображены графики двух циклических процессов 1-2-3-1 и 1-3-4-1. 1-2 и 3-4 — прямолинейные отрезки, продолжения которых проходят через начало координат, 2-3 и 4-1 — прямолинейные вертикальные отрезки, 3-1 — дуга квадратичной параболы, проходящей через начало координат. Постройте графики этих процессов в координатах p-V (V — объем) и определите КПД цикла 1-3-4-1, если КПД цикла 1-2-3-1 известен и равен $\eta_1 = \dfrac{1}{11}$. Оба цикла совершаются с одним и тем же количеством некоторого (неизвестного) идеального газа.



$\eta_2 = \frac{\eta_1}{1-\eta_1} = \frac{1}{10}$

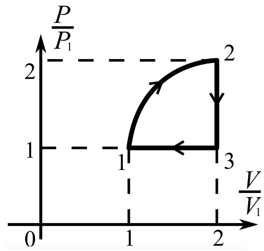
2.14.6. (*«Надежда энергетики», 2017, 10*) Группа инженеров-энергетиков из Лаборатории энергосберегающих технологий разрабатывает устройство для обогрева жилого помещения в зимнее время. Устройство представляет собой «тепловой двигатель с обратным циклом»: на графике в $(p - V)$ координатах процесс изображается против часовой стрелки, теплота забирается с холодной улицы и отдаётся комнате, а работа над газом совершается при помощи электродвигателя (подобные устройства называют *тепловыми насосами*). Тестовые эксперименты проводятся при температуре на улице $t^- = -14\,°\mathrm{C}$. Для поддержания в комнате комфортной температуры $t^+ = 23\,°\mathrm{C}$ требуется некоторое количество тепла P^+ в единицу времени. Определите отношение P^+ к мощности, потребляемой обогревательным устройством. Считать, что используемый цикл близок к обратному циклу Карно; потерями в электродвигателе пренебречь.

8

2.14.7. (*«Росатом», 2021, 10*) Тепловой насос, работающий по обратному циклу Карно, передает тепло от холодильника с водой при температуре $t_1 = 0\,^\circ\mathrm{C}$ нагревателю с водой при температуре $t_2 = 100\,^\circ\mathrm{C}$. Сколько воды нужно заморозить в холодильнике, чтобы превратить в пар $m = 1$ кг воды в нагревателе? Удельная теплота плавления льда — $\lambda = 3{,}4 \cdot 10^5$ Дж/кг, удельная теплота парообразования воды — $r = 2{,}3 \cdot 10^6$ Дж/кг.

$m_\text{в} = \frac{T_\text{х} r m}{T_\text{н} \lambda} = 4{,}95$ кг

2.14.8. (*«Физтех», 2022, 10*) Один моль одноатомного идеального газа участвует в цикле $1-2-3-1$ (см. рис.), участок $1-2$ — дуга окружности с центром в точке 3. Температура газа в состоянии 1 равна T_1.



1. Какое количество Q теплоты подведено к газу в процессе расширения?

2. Найдите работу A газа за цикл.

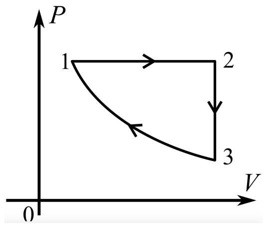
3. Найдите КПД η цикла.

Универсальная газовая постоянная R.

1) $Q = \left(\frac{11}{2} + \frac{\pi}{4}\right) RT_1$; 2) $A = \frac{\pi}{4} RT_1$; 3) $\eta = \frac{\pi}{22+\pi} \approx 12{,}5\%$

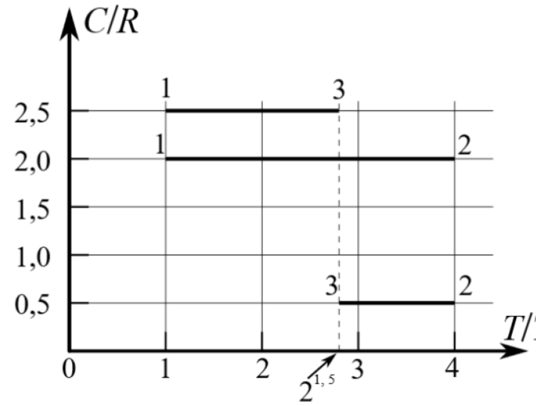
2.14.9. (*«Физтех», 2022, 10*) С одноатомным идеальным газом проводят циклический процесс, состоящий из изобары 12, изохоры 23 и адиабаты 31 (см. рис.). В изобарическом процессе объем газа увеличивается в $n = 8$ раз. Найдите КПД такого цикла.

Указание: в адиабатическом процессе с одноатомным идеальным газом $PV^{5/3} = \text{const}$.



$\eta = \frac{47}{140}$

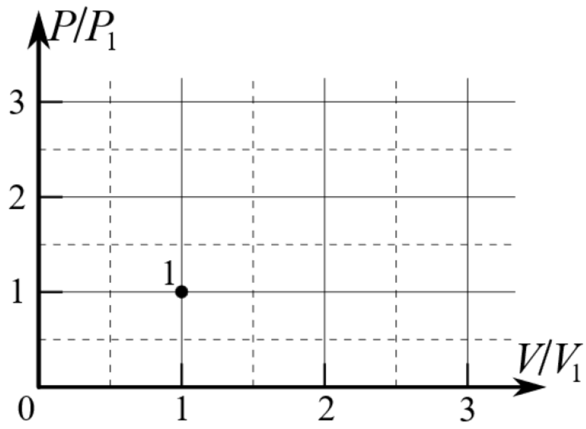
2.14.10. (*«Физтех», 2023, 10*) Тепловой двигатель работает по циклу 1-2-3-1. Рабочее вещество — один моль одноатомного идеального газа. Для вычисления КПД цикла ученик десятого класса построил график зависимости молярной теплоемкости C газа (в единицах универсальной газовой постоянной R) от температуры в процессах: 1-2, 2-3, 3-1 (см. рис.). Температура газа в состоянии 1 $T_1 = 400$ К, универсальная газовая постоянная $R = 8{,}31$ Дж/(моль · К).



1. Найдите работу A_{12} газа в процессе 1-2.

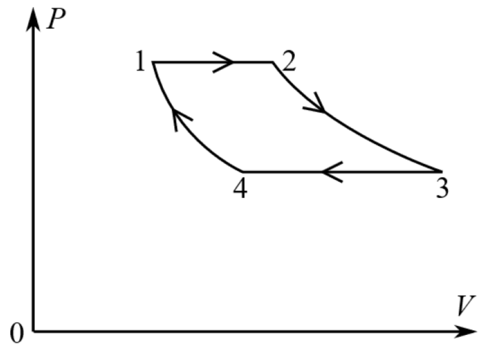
2. Найдите КПД η цикла.

3. Постройте график цикла в координатах $(P/P_1, V/V_1)$, где P_1 и V_1 давление и объём в состоянии 1. Для построения графика перенесите шаблон (см. ниже) в чистовик своей работы. Точка 1 на графике соответствует состоянию 1 газа в цикле.



1) $A_{12} = \left(2R - \frac{3}{2}R\right) 3T_1 = 4986 \approx 5 \cdot 10^3$ Дж; 2) $\eta = 1 - \frac{0{,}5RT_1(4-2\sqrt{2})+2{,}5RT_1(2\sqrt{2}-1)}{2RT_1(4-1)} = \frac{6{,}5-4\sqrt{2}}{6} \approx 0{,}14$

2.14.11. (*«Физтех», 2023, 10*) В цикле 1-2-3-4-1 тепловой машины две изобары и две изотермы (см. рис). Рабочее вещество — одноатомный идеальный газ. В процессе изобарного расширения до удвоения объема газ совершает работу A. Такую же работу A совершает газ при изотермическом расширении.



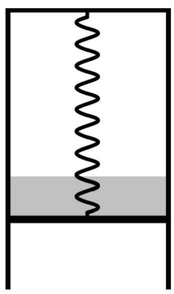
1. Найдите количество $Q_{\text{подв}}$ теплоты, подведенной к газу в процессах 1-2-3.
2. Найдите количество Q_{34} теплоты, отведенной от газа в процессе изобарического сжатия ($Q_{34} > 0$).
3. Найдите КПД η цикла.

1) $Q_{\text{подв}} = 2{,}5A + A = 3{,}5A$; 2) $Q_{34} = 2{,}5A$; 3) $\eta = 1 - \frac{Q_{\text{отв}}}{Q_{\text{подв}}} = 1 - \frac{3A}{3{,}5A} = \frac{1}{7} \approx 0{,}14$

2.15 Насыщенный пар

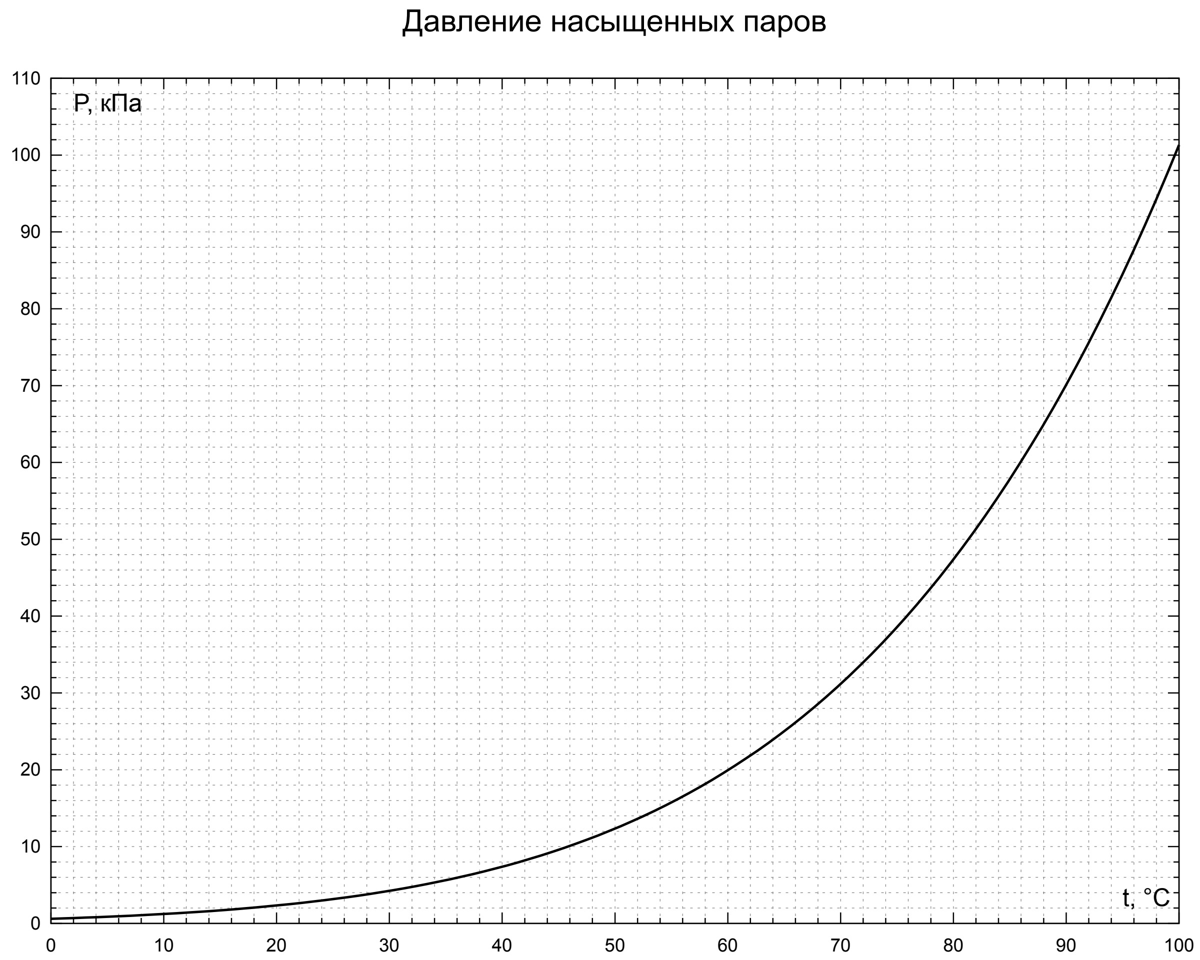
Дополнительные задачи — в листке Насыщенный пар.

2.15.1. (*«Формула Единства» / «Третье тысячелетие», 2020, 10*) Вертикальный цилиндр закрыт снизу поршнем массой 1 кг, прикреплённым пружиной с начальной длиной 90 см к верхней стенке цилиндра. Затем в цилиндр налили 500 мг воды. Когда система пришла в равновесие, установилась температура 40 °C. Длина пружины стала равной 1 м.



К системе подключили нагреватель. Найдите длины пружины при температуре 50 °C и при температуре 70 °C. Площадь поршня равна 50 см^2.

Примечание. График зависимости давления насыщенного пара от температуры представлен на рисунке. Опыт проводится в вакууме: воздуха нет как в цилиндре, так и во внешнем пространстве.



1,06 м и 1,08 м

2.16 Влажный воздух

Дополнительные задачи — в листке Влажный воздух.

2.16.1. (*«Покори Воробьёвы горы!», 2023, 10*) Влажный воздух в герметичном сосуде при 100 °C имеет относительную влажность 60% и давление 1 Атм. Каким станет его давление после изотермического уменьшения объёма сосуда в два раза? Ответ дайте в атмосферах.

1,8 атм

2.16.2. (*«Покори Воробьёвы горы!», 2023, 10*) В цилиндрическом герметичном сосуде с гладкими стенками под лёгким подвижным поршнем находится влажный воздух. Масса содержимого сосуда $m = \frac{2522}{831} \approx 3{,}035$ г, и при температуре $t = 100\,°\mathrm{C}$ и нормальном атмосферном давлении $p_0 \approx 101$ кПа объём содержимого $V = 3{,}73$ л. Сосуд вынесли на улицу, и содержимое сосуда охладилось до $t' = -13\,°\mathrm{C}$. Найдите массу льда, образовавшегося в сосуде. Каким примерно стал объём содержимого сосуда при новой температуре? Известно, что молярные массы воды и «сухого воздуха» можно считать равными $\mu_1 = 18{,}0$ г/моль и $\mu_2 = 29{,}0$ г/моль, давление насыщенных паров воды при новой температуре $p'_{\text{н}} \approx 202$ Па. Универсальная газовая постоянная $R \approx 8{,}31$ Дж/(кг · К).

$\Delta m = \frac{\mu_1}{\mu_2 - \mu_1}\left(\frac{p_0 V}{RT}\left(\mu_2 + \frac{p'_{\text{н}}}{p_0}\mu_1\right) - m\left(1 + \frac{p'_{\text{н}}}{p_0}\right)\right) \approx 0{,}8$ г; $V' = \frac{1}{\mu_2 - \mu_1}\left(\frac{mRT'}{p_0} - \mu_2 V \frac{T'}{T}\right) \approx 1{,}65$ л

2.16.3. (*«Надежда энергетики», 2022, 10*) В одном сосуде находится сухой воздух. В другом таком же сосуде находится влажный воздух с относительной влажностью $\varphi = 50\%$. На сколько процентов отличаются плотности сухого и влажного воздуха в сосудах, если их температуры и давления одинаковы? Молярная масса воздуха $M_\text{в} = 29$ г/моль, молярная масса водяного пара $M_\text{п} = 18$ г/моль. Давление насыщенных паров при данной температуре определяется формулой $p_\text{нас} = 0{,}2p$, где p — давление влажного воздуха. Постройте качественно график зависимости плотности воздуха от его относительной влажности $\rho(\varphi)$.

плотность влажного воздуха меньше на 4%

2.16.4. (*«Росатом», 2023, 10*) Найти отношение плотности сухого и влажного воздуха при температуре $t = 20\,^\circ$C и давлении $p = 10^5$ Па. Считать, что влажный воздух содержит насыщенный водяной пар. Давление насыщенного пара при этой температуре составляет $p_0 = 2 \cdot 10^3$ Па. Средняя молярная масса воздуха $\mu_\text{возд} = 29$ г/моль, молярная масса атомарного водорода $\mu_\text{H} = 1$ г/моль, молярная масса атомарного кислорода $\mu_\text{O} = 16$ г/моль.

$\frac{\rho_\text{с. в.}}{\rho_\text{в. в.}} = \frac{p\mu_\text{возд}}{(p-p_0)\mu_\text{возд} + p_0\mu_\text{возд}} = 1{,}0076$

2.16.5. (*Олимпиада КФУ, 2020, 10*) Полярники решили приготовить суп на 5 человек в расчете 1 л на человека. Для этого им нужно собрать снег, смешать его с запасами воды, довести образовавшуюся воду до кипения и готовить 20 мин. При этом при кипении происходят потери воды в виде пара $U = 30$ г/мин. Для готовки супа используется газовая плита с КПД 90%, расположенная в комнате. Температура в комнате $20\,^\circ$C, а снаружи $-20\,^\circ$C. У полярников есть 3 л чистой воды при температуре $20\,^\circ$C. Если смешать в котле принесенный снег со всем запасом чистой воды и не включать газовую плиту, то как изменится масса воды? Какова будет ее температура? Каковы будут приблизительная температура и абсолютная влажность воздуха после готовности супа, если изначально относительная влажность была 40%, а комната имеет размеры $5 \times 5 \times 2{,}5$ м? Плотность сухого воздуха 1,2 кг/м^3, его теплоемкость 1 кДж/(кг · К), плотность насыщенного пара при $20\,^\circ$C равна 17,3 г/м^3, теплоемкость пара 1,97 кДж/(кг · К), теплоемкость воды $c_\text{в} = 4200$ Дж/(кг · К), теплоемкость льда $c_\text{л} = 2100$ Дж/(кг · К), теплота плавления льда $\lambda = 330$ кЛж/кг, теплота парообразования воды $L = 2{,}26$ МДж/кг. Выделением пара изо рта полярников и теплообменом комнаты с окружающей средой пренебречь.

3,43 кг; 0 °C; 28 °C; 16,52 г/м^3

2.17 Уравнение адиабаты

Дополнительные задачи — в листке Уравнение адиабаты.

2.17.1. (*«Курчатов», 2021, 10*) Картофельная пушка, стреляющая горизонтально, представляет собой полуоткрытый цилиндр с площадью поперечного сечения $S = 120$ см^2. Когда из пушки стреляют, картофель находится в состоянии покоя, объем между концом цилиндра и картофелем составляет $V_0 = 3100$ см^3, а давление газа в этом объеме составляет $P_0 = 9 \cdot 10^5$ Па. Газ в баллоне двухатомный: $C_v = 5R/2$ и $C_p = 7R/2$. Картофель движется вниз по цилиндру достаточно быстро, чтобы газ не передавал тепло. Трение между картофелем и бочкой незначительно, а утечка газа вокруг картофеля отсутствует. Параметры P_0, V_0 и S фиксированы, но общая длина L не фиксирована. Атмосферное давление — $P_\text{атм} = 10^5$ Па.

1. Какова максимальная кинетическая энергия $E_{\max}$, с которой картофель может вылететь из бочки?
2. Какова длина L в этом случае?

1) $E_{\max} = V_0\left(\frac{5}{2}P_0 + P_{\text{атм}} - \frac{7}{2}P_{\text{атм}}^{2/7}\cdot P_0^{5/7}\right) = 2078$ Дж; 2) $L = \frac{V_0}{S}\left(\frac{P_0}{P_{\text{атм}}}\right)^{5/7} \approx 124$ см

2.18 Модели атмосферы

Дополнительные задачи — в листке Модели атмосферы.

2.18.1. (*«Курчатов», 2020, 10*) Влажный воздух адиабатически поднимается от поверхности моря вверх. Давление у поверхности моря равно $P_1 = 100$ кПа, температура воздуха — 298 К. На высоте, на которой давление становится равным $P_2 = 85$ кПа, начинают образовываться облака и начинает идти дождь. 1 кг влажного воздуха теряет $\Delta m = 2{,}5$ г воды в виде дождя по достижению высоты, давление на которой равно $P_3 = 70$ кПа. Удельную теплоту испарения воды принять равной $\lambda = 2500$ кДж/кг, считать, что на всем диапазоне высот плотность воздуха меняется линейно. Пренебречь влиянием паров воды на плотность воздуха, воздух считать идеальным двухатомным газом с плотностью $\rho_1 = 1{,}189$ кг/м^3. Найти:

1. Температуру воздуха на высоте, где начинают появляться облака.
2. Найти высоту, на которой начинают появляться облака.
3. Найти температуру на высоте, где давление равно 70 кПа.

Примечание: Для адиабатического процесса верно $PV^\gamma = \text{const}$, где P — давление, V — объем, γ — показатель адиабаты. Для воздуха можно принять $\gamma = \frac{7}{5}$, теплоёмкость при постоянном объёме $C_V = 5R/2$, где $R = 8{,}31$ Дж/(моль · К) — универсальная газовая постоянная.

1) $T_2 = T_1\left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{1-\frac{1}{\gamma}}$; 2) $h = 2\frac{P_1 - P_2}{g(\rho_1+\rho_2)}$; 3) $T = T_1\left(\frac{P_3}{P_1}\right)^{1-\frac{1}{\gamma}} + \frac{\lambda\Delta m}{C_P}$

2.19 Теплопроводность

Дополнительные задачи — в листках

- Теплопроводность. 8
- Теплопроводность. 9–11

2.19.1. (*Олимпиада КФУ, 2023, 10*) Сруб окружен со всех сторон остекленной верандой. Сруб отапливается батареей с постоянной температурой (батарея находится внутри сруба). При температуре на улице $T_e = -12\,^\circ$C, температура в срубе $T_i = 24\,^\circ$C. Температура на веранде при этом равна $T_m = -5\,^\circ$C. После открытия окон на веранде (температура на веранде выровнялась с улицей), температура в срубе упала до $T_i' = 20\,^\circ$C. Найдите температуру на веранде и в срубе, если на улице похолодало до $T_{e1} = -20\,^\circ$C, а окна на веранде закрыты. Теплообменом через пол и потолок для простоты пренебречь.

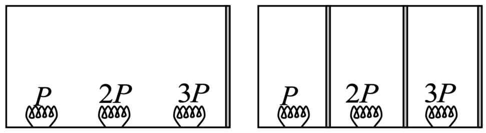
$T_{i1} \approx 20\,^\circ$, $T_{m1} \approx -12\,^\circ$C

2.19.2. (*Инженерная олимпиада, 2021, 10*) Отработанное топливо атомных электростанций необходимо хранить, не допуская его попадания в воздух или грунтовые воды. Для этого топливо остекловывают, т. е. смешивают с расплавленным стеклом, которое благодаря химической инертности после застывания удерживает топливо в себе. Топливо остекловывают в виде цилиндров радиусом $R = 0{,}15$ м. За счет остаточных радиоактивных превращений в топливе продолжается выделение тепла. Известно, что энерговыделение на единицу длины цилиндров составляет $q_l = 1$ кВт/м. Определить перепад температуры между центром цилиндра и его поверхностью. Теплопроводность стекла $\lambda = 3$ Вт/(м $\cdot$ К).

Указание. Количество тепла q, переносимого в единицу времени через единицу площади тонкого слоя толщиной Δx, одна поверхность которого поддерживается при температуре t_1, вторая — при температуре t_2, определяется законом: $q = \lambda(t_2 - t_1)/\Delta x$, где λ — коэффициент теплопроводности (закон Фурье).

$\boxed{\frac{q_l}{4\pi\lambda} = 26\,^\circ\text{C}}$

2.19.3. (*«Росатом», 2021, 10*) Имеется цилиндрический сосуд, боковые стенки которого и левый торец теплоизолированы. Правый торец сосуда закрыт теплопроводящей перегородкой. В сосуде размещают три источника тепла мощностью P, $2P$ и $3P$, и при температуре наружного воздуха $t_0 = 10\,^\circ$C в сосуде устанавливается температура $t_1 = 25\,^\circ$C (левый рисунок). В сосуд устанавливают еще две точно таких же перегородки, отделяющие источники друг от друга (правый рисунок). Какие температуры установятся в образовавшихся секциях? Считать, что температура газа внутри сосуда и внутри каждой секции во втором случае одинаковы.



Указание. Мощность теплопередачи между телами с разной температурой пропорциональна разности температур и площади теплового контакта тел (закон Фурье).

$\boxed{t_{пр} = t_1 = 25\,^\circ\text{C},\ t_{ср} = \frac{3t_1 - t_0}{2} = 32{,}5\,^\circ\text{C},\ t_{лев} = \frac{5t_1 - 2t_0}{3} = 35\,^\circ\text{C}}$

Глава 3

Электростатика

3.1 Закон Кулона

Дополнительные задачи — в листке Закон Кулона.

3.1.1. (*Всесиб., 2017, 10*) Положительные заряды Q_1 и Q_2 закреплены на расстоянии L. К ним привязаны концы непроводящей нити, продетой через небольшое невесомое колечко с зарядом того же знака. При какой длине нити она образует прямой угол в состоянии равновесия? Трения нет.

$\boxed{l = L\frac{\sqrt{Q_1}+\sqrt{Q_2}}{\sqrt{Q_1+Q_2}}}$

3.1.2. (*«Надежда энергетики», 2015, 10*) В вертикальной абсолютно гладкой стеклянной трубке в поле силы тяжести находятся два одинаковых заряженных шарика массами m с положительными зарядами q и радиусами R. В начальный момент времени шарики удерживают вплотную друг к другу. Как будет двигаться нижний шарик, если его отпустить? Перераспределения зарядов на шариках не происходит.

$\boxed{\text{С ускорением } a = g + \frac{kq^2}{mr^2}}$

3.1.3. (*«Формула Единства» / «Третье тысячелетие», 2023, 10*) К Рождеству мужчины 26-го экипажа международной космической станции решили приготовить Катерине Коулман, единственной женщине на корабле, подарок. На МКС нашлось только 4 бусинки, которые космонавты привязали на нитку на одинаковом расстоянии друг от друга так, что получилось ожерелье. За время изготовления ожерелья бусинки наэлектризовались, приобретя одинаковые по знаку заряды q, Nq, q, Nq. В результате, висящее в невесомости ожерелье приняло форму ромба.

Найдите отношение диагоналей этого ромба (большей к меньшей). Для расчёта примите $N = 8$.

$\boxed{4}$

3.1.4. (*«Физтех», 2022, 10*) Заряд $Q > 0$ однородно распределен по сфере радиуса R . В первом опыте на расстоянии $2R$ от центра сферы помещают небольшой по размерам шарик с зарядом $q > 0$.

1. Найдите силу F_1, действующую на заряженный шарик.

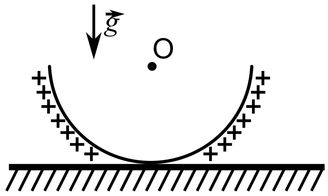
Во втором опыте заряд q однородно распределяют по стержню длины R, стержень помещают на прямой, проходящей через центр заряженной сферы. Ближайшая к центру сферы точка стержня находится на расстоянии $2R$ от центра.

2. Найдите силу F_2, с которой заряд сферы действует на заряженный стержень.

Все силы, кроме кулоновских, считайте пренебрежимо малыми. Коэффициент пропорциональности в законе Кулона k. Явлением поляризации пренебрегите.

1) $F_1 = k\frac{Qq}{4R^2}$; 2) $F_2 = \frac{kQq}{6R^2}$

3.1.5. (*«Физтех», 2022, 10*) На горизонтальной поверхности лежит однородная полусфера (см. рис.) массы m. Точка O находится на расстоянии R от всех точек полусферы. По поверхности полусферы однородно с поверхностной плотностью σ распределен положительный заряд. В точку O переносят точечный заряд $Q > 0$.



1. Найдите работу A внешней силы при переносе заряда Q из бесконечности в точку O. Электрическая постоянная ε_0.

2. С какой по величине силой P полусфера действует на горизонтальную поверхность после переноса заряда Q из бесконечности в точку O? Ускорение свободного падения g.

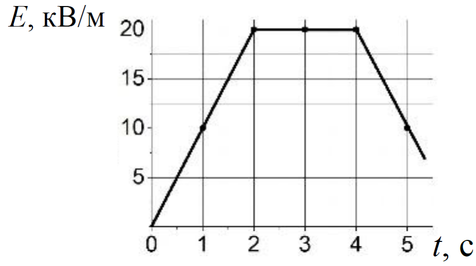
Явлением поляризации пренебрегите.

1) $A = Q\frac{\sigma R}{2\varepsilon_0}$; 2) $P = mg + \frac{Q\sigma}{4\varepsilon_0}$

3.2 Напряжённость электрического поля

Дополнительные задачи — в листке Напряжённость электрического поля.

3.2.1. (*«Надежда энергетики», 2019, 10*) Небольшое тело массой 1 г и зарядом 0,5 мкКл покоится на горизонтальной непроводящей поверхности в однородном электрическом поле, силовые линии которого горизонтальны. Зависимость модуля напряженности поля от времени показана на графике. В момент времени $t = 4$ с скорость тела равна 12,5 м/с. Определите коэффициент трения тела о поверхность.



$\mu = 0{,}5$

3.2.2. (*«Формула Единства» / «Третье тысячелетие», 2022, 10*) Вблизи поверхности Луны существует направленное вертикально вверх электрическое поле, резко спадающее с высотой. На высоте $h = 20$ см напряжённость E равна 1 В/м. Было предложено использовать его для создания транспортной системы для перемещения параллельно плоским участкам поверхности Луны.

Пусть система, которая представляет собой круг массой $m_1 = 100$ кг и радиуса $R = 10$ м, переносит полезный груз массой $m_2 = 120$ кг. Для создания подъёмной силы на поверхности круга создаётся положительный электрический заряд Q.

1. Предполагая, что токи утечки с поверхности системы отсутствуют, найдите поверхностную плотность электрического заряда, обеспечивающего работу системы на высоте $h = 20$ см.

   Примечание. Ускорение свободного падения на Луне 1,622 м/с^2. Ответ дайте с точностью до 0,01 Кл/м^2.

2. Покажите, что равновесие в процессе движения будет устойчивым по высоте.

1,14 Кл/м^2

3.3 Потенциал

Дополнительные задачи — в листке Потенциал электрического поля.

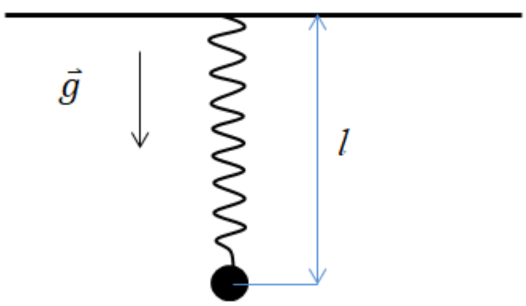
3.3.1. (*«Надежда энергетики», 2020, 10*) Тонкая непроводящая равномерно заряженная полусфера радиусом R с центром в начале координат целиком расположена в полупространстве с положительными значениями координаты x, т. е. плоскость основания полусферы совпадает с плоскостью ZOY. Нулевое значение потенциала электростатического поля полусферы выбрано в бесконечно удаленной точке. Потенциал в точке начала координат равен 100 В. Потенциал в точке на оси OX с координатой $x = -2R$ равен 38,2 В. Определите потенциал в точке на оси OX с координатой $x = 2R$.

потенциал в точке на оси OX с координатой $x = 2R$ равен 61,8 В

3.4 Метод изображений

Дополнительные задачи — в листке Метод изображений.

3.4.1. (*Олимпиада КФУ, 2021, 10*) Маленький шарик с зарядом q и массой m подвешен на невесомой непроводящей пружине к бесконечной проводящей плоскости (заземленной) с очень высокой проводимостью. В равновесии пружина растянута и имеет длину l. Жесткость пружины τ. Найти период малых вертикальных колебаний вблизи точки равновесия, если таковые имеют место. Достаточно учесть электростатическое взаимодействие шарика только с проводящей плоскостью. Электромагнитным излучением и сопутствующими явлениями можно пренебречь.



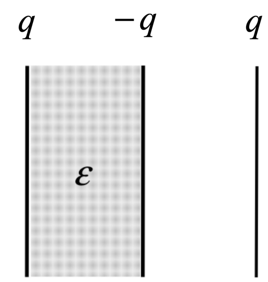
Возможно, Вам будет полезна формула $(1+x)^\gamma \approx 1+\gamma x$ при $x \ll 1$.

$\boxed{T = \dfrac{2\pi}{\sqrt{\frac{\tau}{m} - \frac{kq^2}{2ml^3}}}}$

3.5 Диэлектрики в электрическом поле

Дополнительные задачи — в листке Конденсатор с диэлектриком.

3.5.1. (*«Курчатов», 2021, 10*) Три одинаковые тонкие проводящие пластины расположены параллельно друг другу на равных расстояниях. Каждая из крайних пластин несёт заряд q, заряд средней пластины равен $(-q)$. Всё пространство между левой и средней пластинами заполняют твёрдым однородным диэлектриком с проницаемостью $\varepsilon = 4$ и соединяют крайние пластины тонким проводом (провод не касается средней пластины). Найдите отношение $x = q_1/q_2$, где q_1 и q_2 — установившиеся заряды левой и правой пластин.

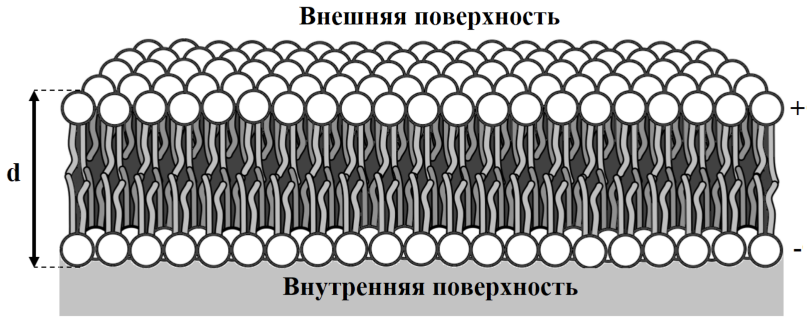


$\boxed{x = \frac{3\varepsilon+1}{\varepsilon+3} = \frac{13}{7} \approx 1{,}86}$

3.5.2. (*«Росатом», 2021, 10*) Тонкая металлическая пластинка площади S залита в очень широком сосуде слоем жидкого диэлектрика с диэлектрической проницаемостью ε и плотностью ρ так, что толщина слоя диэлектрика много меньше линейных размеров пластинки. Пластинка заряжена положительным зарядом Q. Поднимется или опустится уровень жидкости над пластиной, и если да, то на сколько?

$\boxed{\delta h = \frac{(\varepsilon^2-1)Q^2}{8S\varepsilon^2\varepsilon_0 S\rho g},\ \text{поднимется}}$

3.5.3. (*«Курчатов», 2021, 10*) Стенка нейрона состоит из эластичной двуслойной липидной мембраны, которая сопротивляется сжатию так же, как пружина. Она имеет эффективную жесткость k и равновесную толщину d_0. Локально рассмотрим участок мембраны, имеющий незначительную кривизну, у которого площадь поверхности каждого из двух слоев равна S. В стенках клетки находятся специальные белковые ионные помпы, которые могут перемещать различные ионы через мембрану. В результирующем заряженном состоянии в межклеточной среде положительный и отрицательный ионный заряд равномерно распределяется вдоль внешней и внутренней поверхностей мембраны соответственно. После того как ионные насосы проделали некоторую работу, на внешней и внутренней поверхностях наводится заряд, поэтому толщина мембраны изменяется до некоторого нового значения. Предположим, что ионные помпы включаются, когда мембрана незаряжена, а мембрана заряжается достаточно медленно (квазистатически). Помпы прекращают работу в случае, если разность напряжений на мембране станет больше определенного порогового значения V_n. Насколько должна быть велика жесткость пружины k, чтобы ионные помпы отключились до того, как мембрана разрушится? Диэлектрическая проницаемость мембраны ε.



$\boxed{k > \frac{27}{8}\frac{V_n^2\varepsilon\varepsilon_0 S}{d_0^3}}$

3.6 Плоский конденсатор

Дополнительные задачи — в листке Плоский конденсатор.

3.6.1. (*«Надежда энергетики», 2016, 10*) Между обкладками плоского конденсатора, находящимися в вакууме, перпендикулярно к ним расположена гладкая стеклянная трубочка, внутри которой может свободно передвигаться полый металлический шарик массой $m = 0{,}0002$ г и радиусом $r = 0{,}5$ мм. В начальный момент времени шарик контактирует с одной из обкладок. Конденсатор подключают к источнику постоянного напряжения $U = 2$ кВ. Определите среднюю силу тока, который возникнет в такой цепи, если расстояние между обкладками равно $d = 0{,}5$ см. Удары шарика об обкладки можно считать мгновенными и абсолютно неупругими, поляризацией стекла можно пренебречь.

$\boxed{I \approx 37 \text{ нА}}$

3.6.2. (*«Надежда энергетики», 2021, 10*) Десятиклассники школы №1502 «Энергия» во время своей летней учебной практики в НИУ «МЭИ» изготовили модель плоского конденсатора. Она представляла собой два больших гладких алюминиевых диска, расположенных горизонтально на расстоянии $d = 1$ см друг от друга. Школьники обнаружили, что заряженный конденсатор быстро разряжается, предположительно из-за наличия ионов в воздухе. После того как модель конденсатора поместили в герметичный сосуд, откачали воздух и зарядили до разности потенциалов между пластинами $U = 1000$ В, сила тока разрядки заметно уменьшилась и стала равна $I = 0{,}275$ нА. Ученики выдвинули предположение, что в зазоре конденсатора осталась пылинка, которая и приводила к разрядке конденсатора. Определите плотность материала пылинки, считая её очень маленьким металлическим шариком. Столкновение пылинки с обкладкой конденсатора считать абсолютно неупругим ударом. Действием силы тяжести пренебречь.

$\boxed{\rho = \frac{3\varepsilon_0^3\pi^2}{d^2 I^2}U^4 = 2700 \text{ кг/м}^3}$

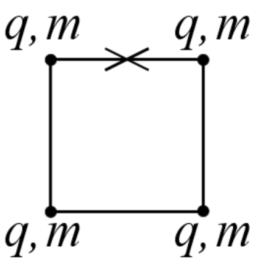
3.7 Энергия зарядов

Дополнительные задачи — в листке Энергия зарядов.

3.7.1. (*Олимпиада КФУ, 2019, 10*) Восемь бусинок, имеющих массу m и заряд q, находятся в вершинах куба со стороной l. Какую скорость приобретут бусинки, если их предоставить самих себе?

$\boxed{v = \sqrt{\frac{kq^2}{ml}\left(\frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{3}{\sqrt{2}} + 3\right)}}$

3.7.2. (*«Физтех», 2023, 10*) Четыре заряженных шарика связаны легкими нерастяжимыми нитями так, что шарики находятся в вершинах квадрата со стороной b (см. рис.). Масса каждого шарика m, заряд q.



1. Найдите силу T натяжения нитей.

Одну нить пережигают.

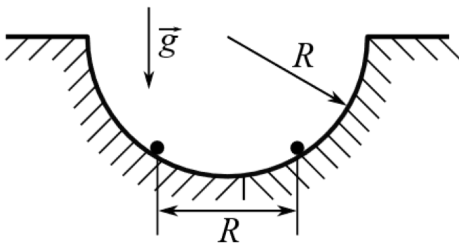
2. Найдите скорость V любого выбранного Вами шарика в тот момент, когда шарики будут находиться на одной прямой.

3. На каком расстоянии d от точки старта будет находиться в этот момент любой из двух шариков, изначально расположенных вверху (на рисунке)?

Коэффициент пропорциональности в законе Кулона k. Действие сил тяжести считайте пренебрежимо малым.

1) $T=\left(1+\frac{1}{2\sqrt{2}}\right)\cdot k\frac{q^2}{b^2}\approx 1{,}35\cdot k\cdot\frac{q^2}{b^2}$; 2) $V=|q|\sqrt{\frac{3\cdot\sqrt{2}-1}{6}\cdot\frac{k}{m\cdot b}}\approx 0{,}74|q|\sqrt{\frac{k}{m\cdot b}}$; 3) $d=\frac{\sqrt{5}}{2}b\approx 1{,}1\cdot b$

3.7.3. (*«Физтех», 2023, 10*) В гладкой горизонтальной плоскости сделана полусферическая лунка радиуса R, в которой на одном горизонтальном уровне удерживаются два заряженных шарика. Масса каждого шарика m, расстояние между шариками R. Шарики одновременно отпускают, и они вылетают из лунки. Отсчитанная от края лунки максимальная высота, на которую поднимается в полете каждый шарик, равна R. Шарики отрываются от гладких стенок лунки у краев.



1. С какой скоростью V движется каждый шарик за мгновение до отрыва от края лунки?

2. Найдите заряд Q каждого шарика.

3. Найдите наибольшую скорость U, с которой растет расстояние между шариками после вылета из лунки.

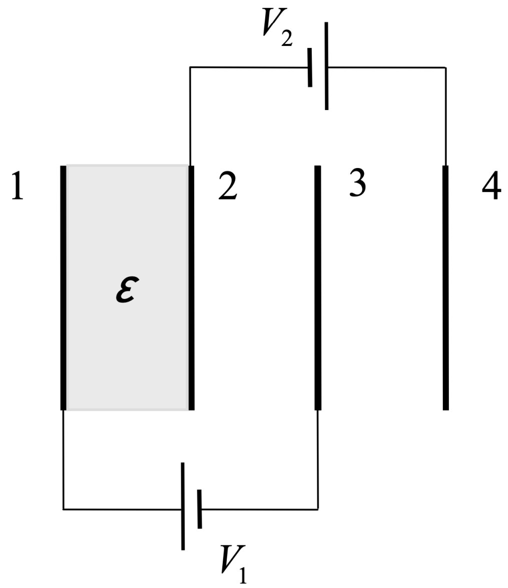
Соударения шариков с горизонтальной плоскостью абсолютно упругие. Ускорение свободного падения g. Коэффициент пропорциональности в законе Кулона k.

1) $V=\sqrt{2gR}$; 2) $Q=\pm R\sqrt{2\left(2+\sqrt{3}\right)\cdot\frac{mg}{k}}\approx\pm 2{,}73R\sqrt{\frac{mg}{k}}$; 3) $U=2\sqrt{\left(2+\sqrt{3}\right)gR}\approx 3{,}9\sqrt{gR}$

3.8 Сложный конденсатор

Дополнительные задачи — в листке Сложный конденсатор.

3.8.1. (*«Курчатов», 2023, 10*) Четыре одинаковые незаряженные металлические пластины расположены параллельно друг другу на равных расстояниях. Всё пространство между пластинами 1 и 2 заполнено твёрдым однородным диэлектриком с проницаемостью $\varepsilon = 5$. Пластины 1 и 3 соединяют тонким проводом через батарею с ЭДС $V_1 = 9$ В, а пластины 2 и 4 — через батарею с ЭДС $V_2 = 4{,}5$ В. Найдите отношение $x = q_4/q_1$, где q_4 и q_1 — установившиеся заряды пластин 4 и 1.

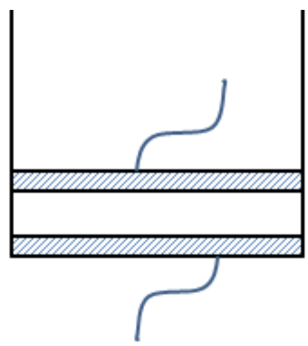


$x = \frac{\varepsilon V_1 + (\varepsilon+1)V_2}{\varepsilon(2V_1+V_2)} = 0{,}64$

3.9 Электротермодинамика

Дополнительные задачи — в листке Плоский конденсатор.

3.9.1. (*Олимпиада КФУ, 2022, 10*) Цилиндрический сосуд с двухатомным идеальным газом имеет проводящее дно, но непроводящие стенки. Газ находится под герметичным металлическим поршнем, который может двигаться без трения. Исходный объем газа V_0. Когда дну сосуда и поршню сообщили заряды q_0 и $-q_0$ соответственно, объем газа уменьшился до V_0/β. Найдите зависимость объема газа от величины заряда q и $-q$, сообщенного соответственно дну и поршню. Рассмотреть изотермическое сжатие газа. Силой тяжести можно пренебречь, диаметр сосуда много больше расстояния между дном и поршнем. Диэлектрическая проницаемость газа близка к единице.



$\frac{V_0}{(\beta-1)\frac{q^2}{q_0^2}+1}$

3.10 Движение в электрическом поле

Дополнительные задачи — в листке Движение в электрическом поле.

3.10.1. (*«Надежда энергетики», 2015, 10*) Силовые линии однородного электростатического поля направлены вертикально вверх. Электрон начинает двигаться в этом поле так, что его начальная скорость составляет угол $\alpha = 45^\circ$ с напряжённостью поля. Определите отношение минимального радиуса ρ кривизны траектории электрона к его максимальному смещению L в направлении силовой линии.

$\boxed{\frac{\rho}{L} = 2\,\mathrm{ctg}^2\,\alpha = 2}$

3.10.2. (*«Надежда энергетики», 2018, 10*) Две разноимённо заряженные частицы влетают в однородное электростатическое поле так, что их импульсы $\vec{p}_1$ и $\vec{p}_2$ перпендикулярны друг другу. Через некоторое время импульс первой частицы становится равным $\vec{p}_1' = -\vec{p}_1$, а модуль импульса второй частицы в этот момент времени становится равным $p_2' = 5p_1$. Определите отношение модулей начальных импульсов частиц, если заряд второй частицы в два раза больше заряда первой частицы. Взаимодействием частиц пренебречь.

$\boxed{3}$

Глава 4

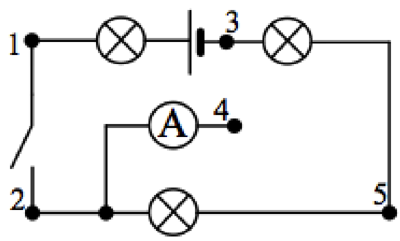
Электрический ток

4.1 Электрические цепи

Дополнительные задачи — в листках

- Электрические цепи
- Правила Кирхгофа

4.1.1. (*Всеросс., 2020, ШЭ, 10*) Какие две точки (из пронумерованных) в электрической цепи, схема которой изображена на рисунке, нужно соединить проводником, чтобы амперметр показывал ненулевое значение и все лампочки светились? Электрический ключ всё время остаётся разомкнутым.



А) 4 и 1

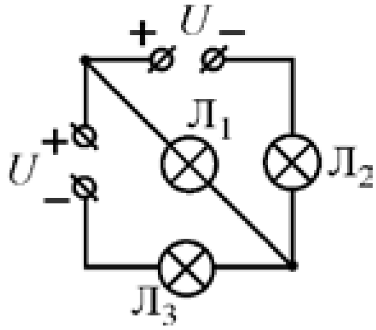
Б) 4 и 2

В) 4 и 3

Г) 4 и 5

V

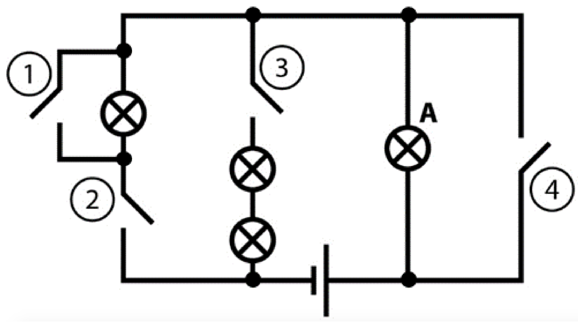
4.1.2. (*Всеросс., 2021, ШЭ, 10*) В электрической цепи, схема которой показана на рисунке, источники идеальные, а лампочки одинаковые. Какая из лампочек светит ярче?



1. Л$_1$;
2. Л$_2$;
3. Л$_3$;
4. одинаково;
5. ни одна не светит.

$\boxed{\forall}$

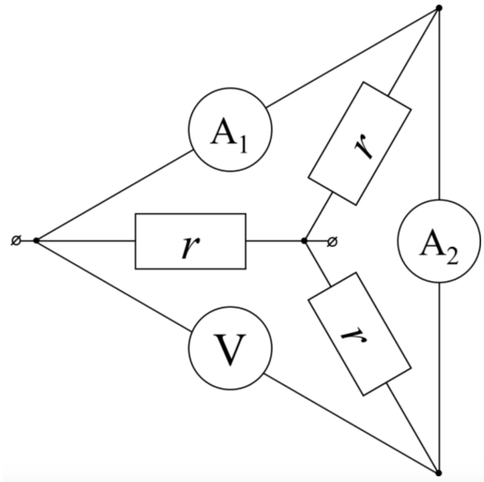
4.1.3. (*Всеросс., 2022, ШЭ, 10*) На рисунке показана схема электрической цепи. Какой ключ (или одновременно несколько ключей) нужно замкнуть, чтобы лампочка A светилась наиболее ярко?



1. только 2;
2. только 3;
3. 1 и 2 одновременно;
4. 2 и 3 одновременно;
5. 2 и 4 одновременно.

$\boxed{\varepsilon}$

4.1.4. (*Всеросс., 2022, ШЭ, 10*) В электрической цепи, схема которой изображена на рисунке, амперметр A_1 показывает силу тока 1 А. Идеальный источник питания подключён к клеммам. Сопротивление каждого из резисторов равно $r = 3$ Ом. Амперметры и вольтметр можно считать идеальными.



1. Определите показания амперметра A_2. Ответ выразите в амперах, округлив до десятых долей.

2. Определите показания вольтметра. Ответ выразите в вольтах, округлив до целого числа.

3. Определите напряжение источника питания. Ответ выразите в вольтах, округлив до десятых долей.

1) 0,5; 2) 0; 3) 1,5

4.1.5. (*Всеросс., 2021, ШЭ, 10*) Для определения сопротивления резистора были собраны две разные электрические цепи (схема 1 и схема 2) с использованием вольтметра, амперметра и идеального источника питания. В первой цепи показание вольтметра равно 8,8 В, а амперметра — 19,4 мА. Во второй цепи вольтметр показывает 9,0 В, а амперметр 17,7 мА. Внутреннее сопротивление приборов неизвестно.

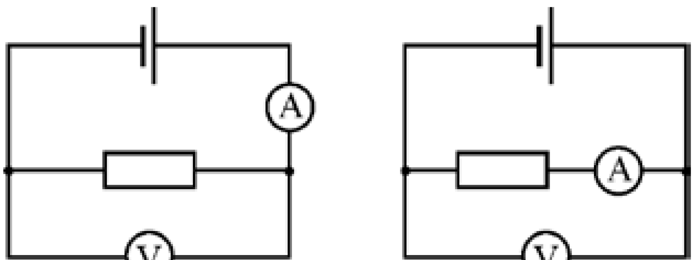


Схема 1 Схема 2

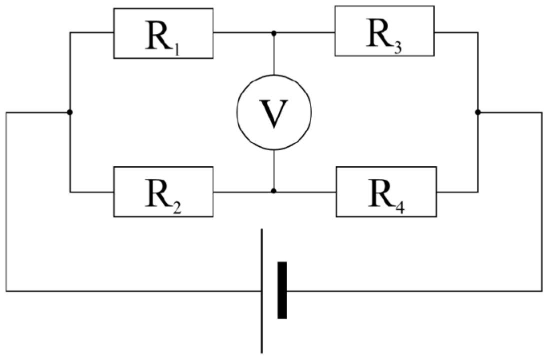
1. Чему равно напряжение на клеммах источника питания? Ответ выразите в вольтах, округлите до целого числа.

2. Найдите сопротивление амперметра. Ответ выразите в омах, округлите до целого числа.

3. Найдите сопротивление резистора. Ответ выразите в килоомах, округлите до десятых долей.

1) 9; 2) 10; 3) 0,5

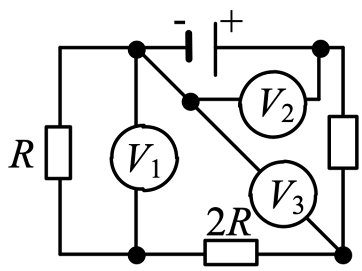
4.1.6. (*Всеросс., 2023, ШЭ, 10*) В цепи, схема которой изображена на рисунке, напряжение идеальной батарейки $U = 6$ В, сопротивления равны $R_1 = 1$ Ом, $R_2 = 2$ Ом, $R_3 = 3$ Ом, $R_4 = 4$ Ом.



1. Определите показания идеального вольтметра. Ответ выразите в вольтах, округлив до десятых долей.
2. Идеальный вольтметр заменили на идеальный амперметр. Найдите его показания. Ответ выразите в амперах, округлив до сотых долей.

1) 0,5; 2) 0,24

4.1.7. (*Всеросс., 2020, МЭ, 10*) На рисунке изображена схема электрической цепи. Все вольтметры в этой цепи идеальные. Какой вольтметр показывает наибольшее напряжение?



А) 1

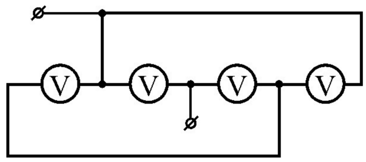
Б) 2

В) 3

Г) все показания одинаковы

Б

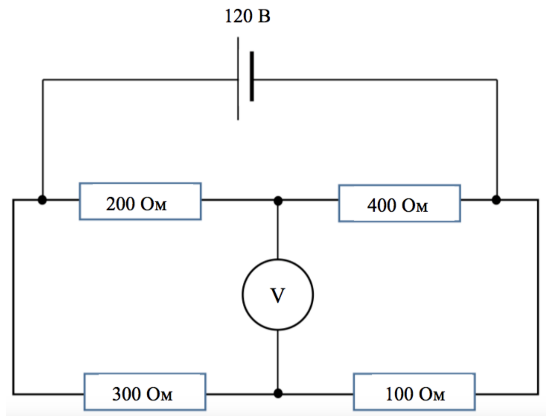
4.1.8. (*Всеросс., 2021, МЭ, 10*) К источнику постоянного напряжения 6 В подключили систему из четырёх одинаковых неидеальных вольтметров (см. рис.). Определите сумму модулей показаний всех вольтметров в цепи. Ответ выразите в вольтах и округлите до целого числа.



1. 12 В;
2. 14 В;
3. 16 В;
4. 18 В;
5. 21 В.

2

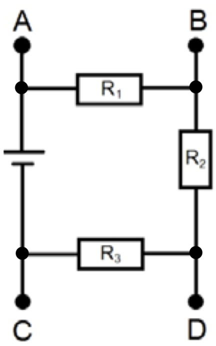
4.1.9. (*Всеросс., 2022, МЭ, 10*) Электрическая цепь состоит из четырёх резисторов, идеального источника питания с напряжением на выводах 120 В и идеального вольтметра. Что показывает вольтметр? Сопротивления резисторов указаны на схеме (см. рисунок).



1. 20 В;
2. 30 В;
3. 40 В;
4. 50 В;
5. 70 В

4

4.1.10. (*Всеросс., 2020, МЭ, 10*) Школьник нашёл резисторы с неизвестными номиналами и батарейку с неизвестным напряжением на её выводах. Чтобы изучить найденные предметы, он собрал цепь, схема которой изображена на рисунке. У школьника также был амперметр и вольтметр. Сначала он подключил амперметр к клеммам A и B и вольтметр к клеммам C и D. Приборы показали 4 А и 8 В. Затем школьник подключил вольтметр к клеммам A и B, а амперметр к клеммам C и D. В этот раз показания приборов были 9 В и 3 А. Батарейку и приборы можно считать идеальными.



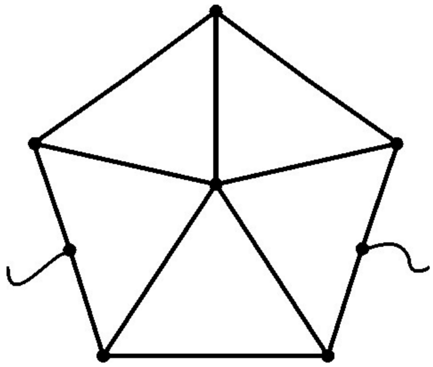
1. Чему равно сопротивление R_1? Ответ выразите в омах и округлите до целого числа.
2. Чему равно сопротивление R_2? Ответ выразите в омах и округлите до целого числа.
3. Найдите сопротивление R_3. Ответ выразите в омах и округлите до целого числа.

4. Что покажет вольтметр, если школьник подключит только его к клеммам A и B? Ответ выразите в вольтах и округлите до целого числа.

5. Что покажет амперметр, если школьник подключит только его к клеммам C и D? Ответ выразите в амперах и округлите до целого числа.

1) 3; 2) 1; 3) 2; 4) 6; 5) 3

4.1.11. (*Всеросс., 2021, МЭ, 10*) Участок электрической цепи собран из проволочных звеньев, имеющих одинаковые сопротивления $R = 100$ Ом (см. рисунок). К серединам двух звеньев с помощью идеальных проводов подключён источник напряжения $U_0 = 12$ В так, как показано на рисунке.



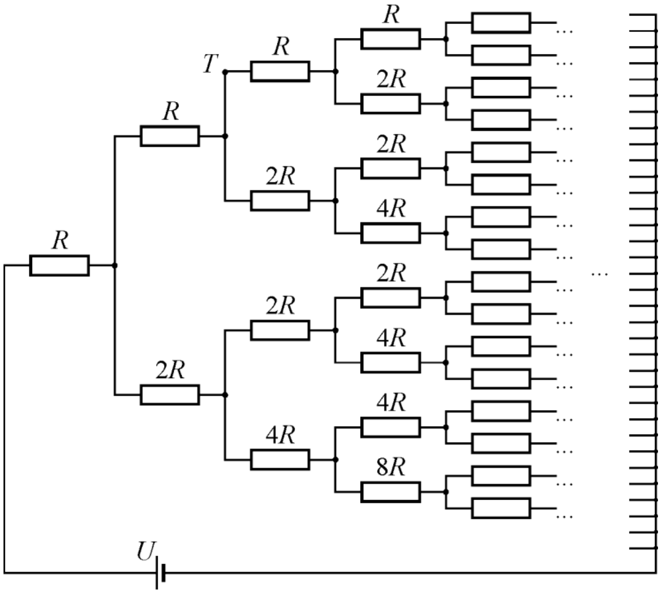
1. Найдите наименьшую отличную от нуля силу тока, протекающего в звеньях в этом участке цепи. Ответ выразите в мА, округлив до целого числа.

2. Найдите наибольшую силу тока, протекающего в звеньях в этом участке цепи. Подводящие ток идеальные провода в состав участка цепи не входят. Ответ выразите в мА, округлив до целого числа.

3. Найдите максимальное напряжение между центральным узлом и вершинами пятиугольника. Ответ выразите в вольтах, округлив до целого числа.

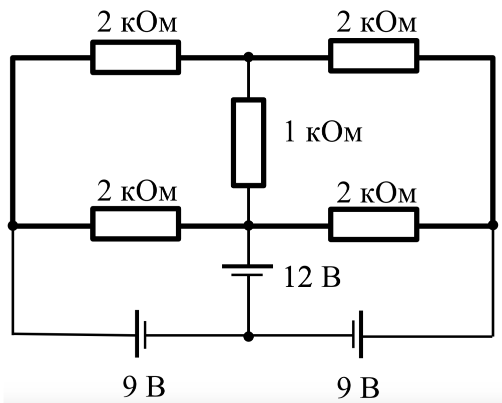
1) 24; 2) 72; 3) 3

4.1.12. (*Всеросс., 2023, МЭ, 10*) Школьник собрал «почти бесконечную» электрическую цепь, состоящую из очень большого числа резисторов (схема этой цепи показана на рисунке). Если двигаться вдоль этой схемы слева направо, то после каждого её разветвления сопротивление резистора, находящегося выше точки разветвления, равно сопротивлению резистора, находящегося слева от точки разветвления, а сопротивление резистора, находящегося ниже точки разветвления, в два раза больше, чем сопротивление резистора, находящегося выше точки разветвления. Напряжение источника в этой цепи $U = 27$ В. Найдите силу тока, текущего через поперечное сечение провода в точке T, если $R = 20$ Ом. Ответ выразите в амперах и округлите до десятых долей.



0,2

4.1.13. (*Всеросс., 2022, МЭ, 10*) Электрическую цепь, схема которой изображена на рисунке, собрали из четырёх резисторов с сопротивлением 2 кОм каждый, одного резистора с сопротивлением 1 кОм, трёх идеальных источников питания с напряжениями на выводах 9 В и 12 В и идеальных проводов.

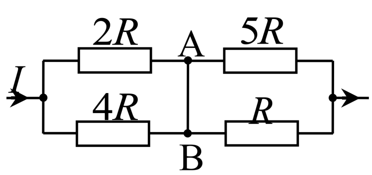


1. Какой ток протекает через резистор с сопротивлением 1 кОм? Ответ выразите в мА, округлите до десятых долей.

2. Какой ток протекает через источник питания с напряжением 12 В? Ответ выразите в мА, округлите до десятых долей.

1) 1,5; 2) 4,5

4.1.14. (*«Росатом», 2022, 10*) Сопротивления резисторов в цепи, схема которой показана на рисунке, даны на схеме. Известно, что сила тока во внешней цепи составляет $I = 6$ А. Найти силу тока, текущего по перемычке AB, от B к A. Сопротивлением проводов пренебречь.



$I_{BA} = -\frac{1}{2}I = -3$ А

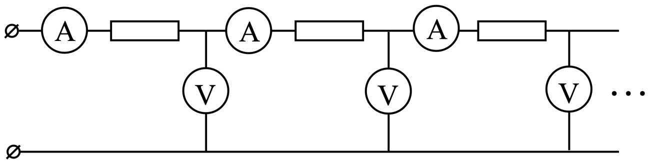
4.1.15. (*«Надежда энергетики», 2015, 10*) К батарее последовательно подключены переменный резистор и вольтметр. Если сопротивление резистора уменьшить втрое, то показания вольтметра возрастут вдвое. Во сколько раз изменятся показания вольтметра по сравнению с первоначальными, если его подключить к батарее без резистора?

показания вольтметра увеличатся в 4 раза по сравнению с первоначальными.

4.1.16. (*«Надежда энергетики», 2023, 10*) К батарее с ЭДС $\mathscr{E} = 6$ В подключили последовательно амперметр и вольтметр. Когда параллельно вольтметру подключили резистор, показания амперметра удвоились, а вольтметра — вдвое уменьшились. Определите исходные показания вольтметра.

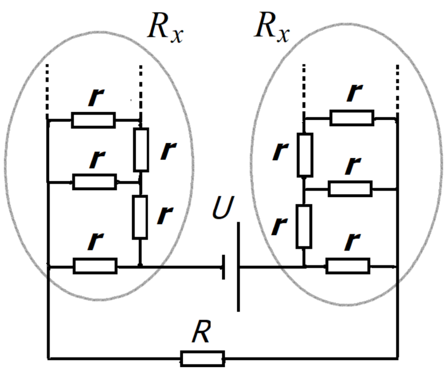
4 В

4.1.17. (*«Росатом», 2023, 10*) К источнику постоянного напряжения U подключили бесконечную цепь одинаковых амперметров, резисторов и вольтметров. Сопротивление каждого амперметра r, резистора $3r$, вольтметра $1000r$. Найти показания первого и второго амперметров, а также сумму показаний всех амперметров и вольтметров.



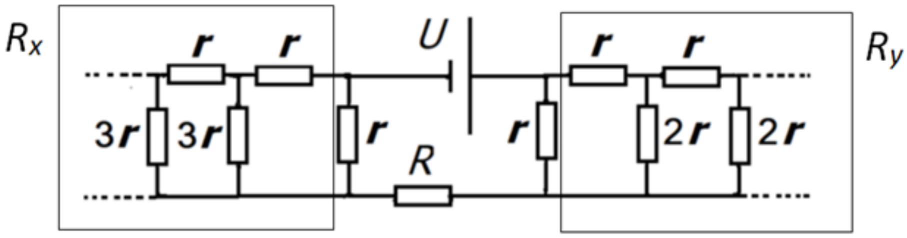
$I_1 = \frac{U}{65r}$; $I_2 = \frac{61U}{652r}$; $I_{сум} = \frac{U}{4r}$

4.1.18. (*Олимпиада КФУ, 2019, 10*) В представленной на рисунке электрической схеме с двумя бесконечными цепочками сопротивлений найти силу тока через сопротивление R.



$\frac{U}{R+(\sqrt{5}-1)r}$

4.1.19. (*Олимпиада КФУ, 2019, 10*) Найти силу тока через сопротивление R в представленной на рисунке электрической схеме с двумя различающимися бесконечными цепочками сопротивлений.



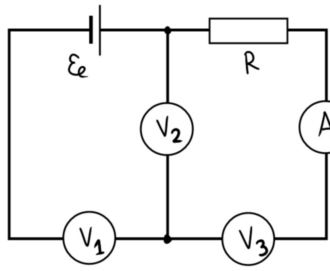
$\boxed{\dfrac{U}{R+\frac{5-\sqrt{13}}{2}r+\frac{3}{2}r}}$

4.1.20. (*Олимпиада КФУ, 2019, 10*) При последовательном подключении двух одинаковых резисторов к источнику напряжения ток постепенно снижался начиная с 5 А до установившегося значения 4,2 А. Каков будет установившийся ток через каждый из резисторов при параллельном подключении к тому же источнику? Считать, что сопротивление линейно зависит от температуры.

$\boxed{6{,}35\ \text{А}}$

4.1.21. (*«Формула Единства» / «Третье тысячелетие», 2021, 10*) Схема состоит из идеальной батарейки с ЭДС $U = 5$ В, идеального амперметра, трёх вольтметров и резистора с сопротивлением 10 Ом (см. рис.). Чему равны показания вольтметров V_1 и V_2, если амперметр показывает значение 0,1 А, а вольтметр V_3 показывает 1,5 В?

Примечание. Провода идеальные.

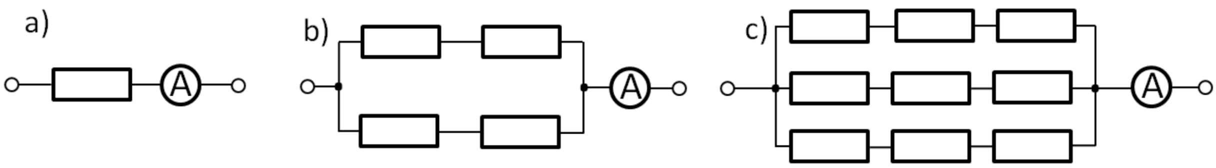


оба вольтметра покажут 2,5 В

4.1.22. (*Инженерная олимпиада, 2023, 10*) Из двух видов оловянной проволоки сделали предохранители. Проволока диаметром $d_1 = 0{,}2$ мм плавится (и предохранитель разрывает электрическую цепь) при пропускании через нее тока $I_1 = 1{,}8$ А. Проволока диаметром $d_2 = 0{,}5$ мм плавится при пропускании тока $I_2 = 5$ А. При каком токе разорвет цепь предохранитель, составленный из тонкой и толстой проволок одинаковых длин, соединенных параллельно? Из десяти тонких и одной толстой проволоки одинаковых длин, соединенных параллельно? Считать, что сопротивление предохранителя много меньше сопротивления цепи.

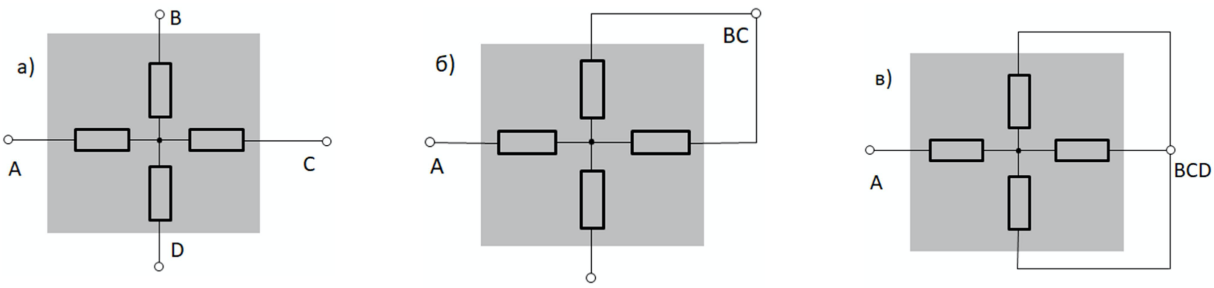
$\boxed{\frac{d_1^2+d_2^2}{d_2^2} I_2 = 5{,}8\ \text{А};\ 10I_1 = 18\ \text{А}}$

4.1.23. (*Олимпиада КФУ, 2022, 10*) Идентичные резисторы подключают к идеальному источнику напряжения (во всех случаях одинаковому) в составе цепей, изображенных на рисунках a, b, c. Отношения значений показаний идеальных амперметров в цепях b) и a) $I_b/I_a = \gamma = 1{,}25$. Найдите отношение токов в цепях c) и a) I_c/I_a. Все токи указаны в установившемся режиме, зависимость сопротивления резисторов от температуры считать линейной, термодинамические свойства внешней среды во всех случаях идентичны, сопротивлением соединительных проводов пренебречь.



$\frac{I_c}{I_a} \approx 1{,}33$

4.1.24. (*Олимпиада КФУ, 2023, 10*) Четыре одинаковых резистора соединены как показано на рисунке (см. рис. а), и запаяны в диэлектрический куб с высокой теплопроводностью. Получившийся четырехполюсник подключают с помощью соединительных проводов, сопротивление которых пренебрежимо мало по сравнению с сопротивлением резистора, во всех случаях к одинаковому идеальному источнику напряжения. При подключении к клеммам A и B через источник протекает ток $I_1 = 2{,}00$ А (см. рис. а). При подключении к клеммам A и BC — ток $I_2 = 2{,}50$ А (см. рис. б). Какой ток будет протекать через источник, если подключить его к клеммам A и BCD (см. рис. в)? Сопротивление резисторов зависит от температуры по линейному закону. Считать, что из-за высокой интенсивности теплообмена внутри диэлектрического куба по сравнению с теплообменом куба с окружающей средой, температуры резисторов практически равны при любом варианте подключения. Температура и прочие параметры окружающей среды во всех случаях одинаковы. Радиационным теплообменом пренебречь. Все токи в задаче подразумеваются установившимися (через продолжительное время после подключения).



2,73 А

4.2 Вычисление сопротивлений

Дополнительные задачи — в листке Вычисление сопротивлений.

4.2.1. (*Всеросс., 2020, ШЭ, 10*) В спецификации резисторов после значения номинального сопротивления R указывают величину допуска: $\pm n\%$. Истинной значение сопротивления резистора может отличаться от номинального, но не более, чем на n процентов. Пусть три резистора с одинаковым номинальным сопротивлением 100 Ом имеют допуск $\pm 10\%$.

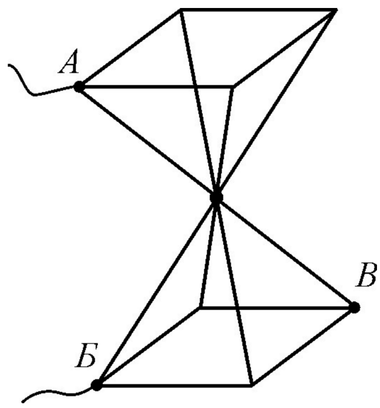
1. Найдите максимально возможное значение сопротивления при последовательном соединении двух таких резисторов. Ответ укажите в Ом, округлив до целого числа.

2. Найдите минимально возможное значение сопротивления при параллельном соединении двух таких резисторов. Ответ укажите в Ом, округлив до целого числа.

3. Найдите минимально возможное значение сопротивления при соединении трёх таких резисторов. Ответ укажите в Ом, округлив до целого числа.

1) 220; 2) 45; 3) 30

4.2.2. (*Всеросс., 2021, МЭ, 10*) Экспериментатор спаял из 16 одинаковых стержней конструкцию, отдалённо напоминающую две соединённые вершинами пирамиды. Сопротивление каждого стержня равно $R = 150$ Ом.

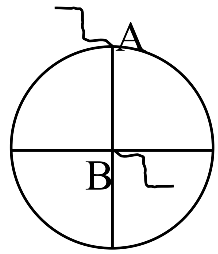


1. Определите сопротивление конструкции между точками A и $Б$. Ответ выразите в омах, округлив до целого числа.

2. Определите напряжение между точками A и B, если к точкам A и $Б$ подключить идеальный источник, напряжение на клеммах которого равно $U_0 = 14$ В. Ответ выразите в вольтах, округлите до целого числа.

1) 140; 2) 9

4.2.3. (*«Росатом», 2021, 10*) Из проволоки, сопротивление единицы длины которой равно 2λ, изготовили кольцо радиуса R. Затем из другой проволоки, сопротивление единицы длины которой λ, изготовили две перекрещивающиеся под прямым углом диаметральными перемычки и прикрепили к кольцу. Найти сопротивление кольца между точками A и B.



$R_{AB} = \frac{(2+4\pi+\pi^2)\lambda R}{8+6\pi+\pi^2}$

4.2.4. (*«Надежда энергетики», 2017, 10*) Квадратная пластина из тонкого медного листа разрезана на четыре одинаковых квадрата. Если в точке пересечения разрезов все малые квадраты соединить каплей припоя, то сопротивление между точками A и B будет равно R_1 (рис. 1). Если эти же малые квадраты соединить четырьмя каплями, помещёнными в точках пересечения разрезов со сторонами исходного квадрата (рис. 2), то сопротивление между точками A и B будет равно R_2. Полученную фигуру дополнительно разрезают по главным диагоналям, а затем скрепляют ещё четырьмя каплями припоя в точках пересечения разрезов с границей исходного квадрата (рис. 3). Определите в этом случае сопротивление между точками A и B. Разрезы полностью изолируют части пластины друг от друга, а сопротивление припоя пренебрежимо мало.

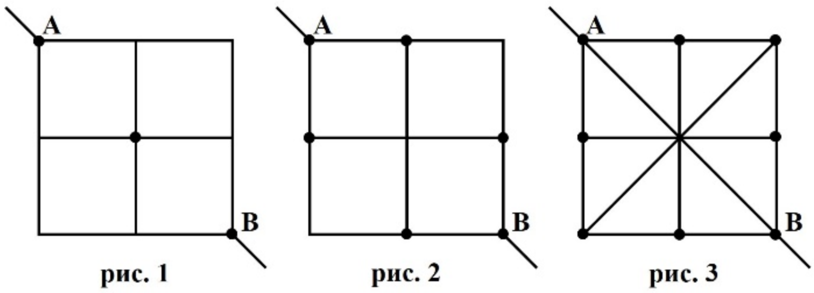


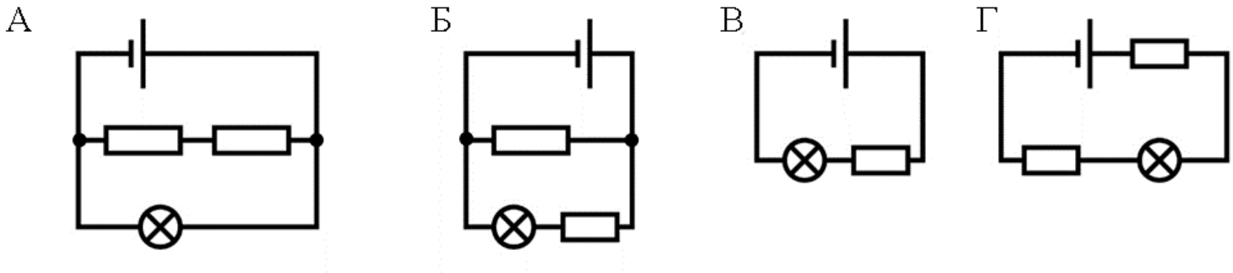
рис. 1 **рис. 2** **рис. 3**

$R_3 = 2R_2 - 0{,}5R_1$

4.3 Мощность тока

Дополнительные задачи — в листке Мощность тока.

4.3.1. (*Всеросс., 2023, ШЭ, 10*) На рисунке показаны схемы четырёх электрических цепей. В какой из них в лампочке будет выделяться наибольшая мощность? Источники напряжения во всех цепях идеальные и одинаковые, резисторы и лампочки также одинаковые.



1. А;
2. Б;
3. В;
4. Г.

1

4.3.2. (*Всеросс., 2020, МЭ, 10*) В электрический самовар мощностью 600 Вт и в электрический чайник мощностью 300 Вт налили воду. Если одновременно включить оба прибора в сеть с напряжением 220 В, на которое они рассчитаны, то вода в них закипит одновременно, через 4 минуты после включения. Эти самовар и чайник соединили последовательно и включили в ту же сеть. Сопротивления у нагревательных элементов самовара и чайника постоянные, теплообменом с окружающей средой можно пренебречь.

1. Через сколько времени закипит вода в самоваре? Ответ выразите в минутах и округлите до целого числа.

2. Через сколько времени закипит вода в чайнике? Ответ выразите в минутах и округлите до целого числа.

$\boxed{1)\ 36;\ 2)\ 9}$

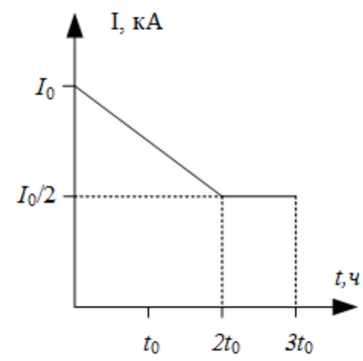
4.3.3. (*Инженерная олимпиада, 2022, 10*) Когда в настольную лампу, рассчитанную на работу в бытовой электрической сети, вставили лампочку номинальной мощностью $P_1 = 60$ Вт, оказалось, что в соединительных проводах лампы выделяется мощность $P_2 = 10$ мВт. Пренебрегая сопротивлением соединительных проводов по сравнению с сопротивлением лампочки, найти, какая мощность будет выделяться в соединительных проводах при использовании лампочки номинальной мощностью $P_3 = 100$ Вт.

$\boxed{P_4 = P_2 \frac{P_3^2}{P_1^2} = 27{,}8 \text{ мВт}}$

4.3.4. (*Инженерная олимпиада, 2023, 10*) Линия электропередач передает электроэнергию от электростанции потребителю. Потери мощности в линии составляют$\eta_1 = 5\%$ от мощности, получаемой потребителем. Во сколько раз нужно изменить напряжение на входе линии и сопротивление потребителя для того, чтобы при той же мощности, получаемой потребителем, снизить потери в линии до $\eta_2 = 1\%$?

$\boxed{\frac{1+\eta_2}{1+\eta_1}\sqrt{\frac{\eta_1}{\eta_2}} = 2{,}15}$

4.3.5. (*«Надежда энергетики», 2022, 10*) Оператор, контролирующий работу гидрогенераторов на ГЭС, зафиксировал изменение силы тока через один из генераторов, представленное в виде графика. Мощность, отдаваемая гидрогенератором в электрическую сеть, в начальный момент времени составляла $P_0 = 120$ МВт. Определите энергию, выработанную генератором за время, равное $3t_0$, где $t_0 = 1$ час. ЭДС генератора все время остается постоянной, внутреннее сопротивление генератора пренебрежимо мало по сравнению с сопротивлением внешней цепи.



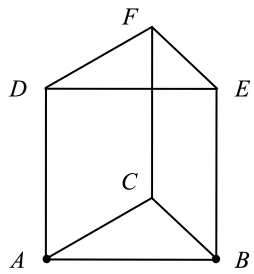
$\boxed{240 \text{ мВт} \cdot \text{ч}}$

4.3.6. (*«Формула Единства» / «Третье тысячелетие», 2022, 10*) У электрического чайника, потребляющего от сети с напряжением 220 В ток в 10 А, вышел из строя автомат отключения. Определите, с какой скоростью выходит пар из носика чайника площадью 3 см^2. КПД чайника равен 90%, а пар из него выходит только через носик.

Примечание. Плотность насыщенного водяного пара при температуре 100 °C равна 0,6 кг/м^3, удельная теплота парообразования $2{,}26 \cdot 10^6$ Дж/кг. Ответ дайте с точностью до 0,1 м/с.

4,9 м/с

4.3.7. (*«Курчатов», 2022, 10*) Правильная треугольная призма, собранная из девяти одинаковых проволочных отрезков, подключена к источнику постоянного напряжения за точки A и B. Найдите отношение $x = P/P_{EF}$, где P — тепловая мощность, выделяющаяся на всей призме, а P_{EF} — тепловая мощность, выделяющаяся на отрезке EF.



$x = \frac{P}{P_{EF}} = 120$

4.3.8. (*«Формула Единства» / «Третье тысячелетие», 2019, 10*) Торцы телескопически раздвигающегося цилиндра скреплены пружиной, цилиндр может неограниченно растягиваться и сжиматься. В цилиндре идеальный газ, нагреваемый электрической цепью из источника тока и двух резисторов, соединённых параллельно. Внутреннее сопротивление источника равно сопротивлению каждого резистора. Во сколько раз изменится объём цилиндра, если один из резисторов перегорит?

Примечание. Цилиндр находится в вакууме, отдача тепла пропорциональна четвёртой степени абсолютной температуры сосуда и площади его поверхности.

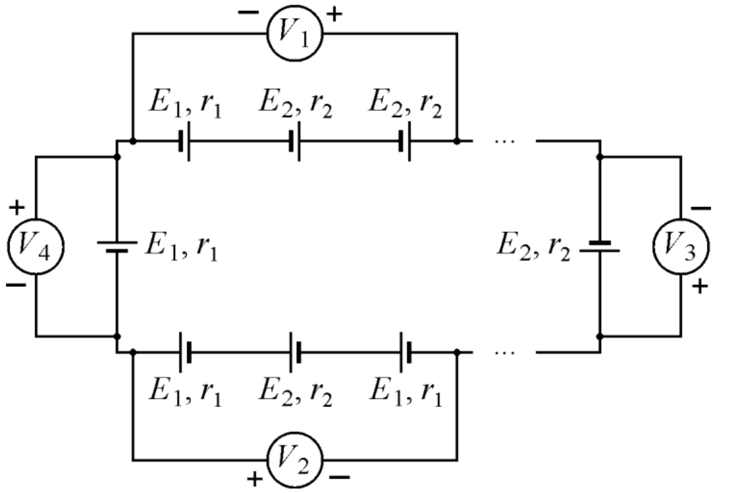
Стенки сосуда тонкие, площадь торцов много меньше площади боковой поверхности, длина недеформированной пружины много меньше длины сосуда.

объём уменьшится в 1,03 раза

4.4 Эквивалентный источник

Дополнительные задачи — в листке Эквивалентный источник.

4.4.1. (*Всеросс., 2023, МЭ, 10*) Электрическая цепь состоит из десяти одинаковых батареек с ЭДС E_1 и внутренним сопротивлением r_1 и четырнадцати одинаковых батареек с ЭДС E_2 и внутренним сопротивлением r_2. При сборке цепи батарейки расставляли произвольным образом, но всегда положительный полюс («+») одной батарейки соединяли с отрицательным полюсом («−») другой батарейки. Два фрагмента схемы этой электрической цепи изображены на рисунке. Идеальный вольтметр V_1 показывает напряжение +1,5 В.



1. Какое напряжение (с учётом знака) покажет идеальный вольтметр V_2? Ответ выразите в В, округлите до десятых долей.

2. Какое напряжение (с учётом знака) покажет идеальный вольтметр V_3? Ответ выразите в В, округлите до десятых долей.

3. Какое напряжение (с учётом знака) покажет идеальный вольтметр V_4? Ответ выразите в В, округлите до десятых долей.

1) −4,5; 2) +2,5; 3) −3,5

4.4.2. (*«Курчатов», 2020, 10*) Схема содержит n элементов с ЭДС $\mathscr{E}_1, \ldots, \mathscr{E}_n$ и внутренними сопротивлениями $r_1, \ldots, r_n$, как показано на рисунке 1. Элементы с $\mathscr{E}_1, \ldots, \mathscr{E}_n$ и $r_1, \ldots, r_n$ заменяют на один элемент с ЭДС $\mathscr{E}$ и внутренним сопротивлением r, как показано на рисунке 2, при этом падение напряжения на внешнем резисторе не меняется для любого значения сопротивления R. Найдите зависимость $\mathscr{E}$ и r от $\mathscr{E}_1, \ldots, \mathscr{E}_n$ и $r_1, \ldots, r_n$.

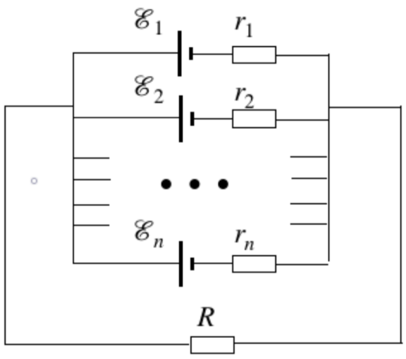


Рис. 1

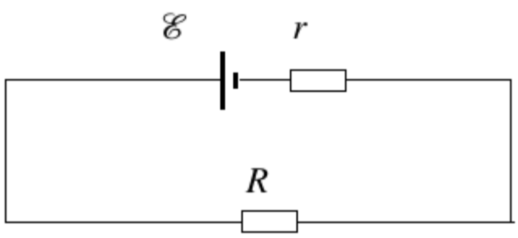


Рис. 2

$\mathscr{E} = \dfrac{\sum\limits_{i=1}^{n} \frac{\mathscr{E}_i}{r_i}}{\sum\limits_{i=1}^{n} \frac{1}{r_i}}$; $r = \dfrac{1}{\sum\limits_{i=1}^{n} \frac{1}{r_i}}$

4.4.3. (*«Формула Единства» / «Третье тысячелетие», 2020, 10*) В наборе «Юный электрик» Вася нашёл моторчик, три одинаковых батарейки и набор проводов. Перепробовав все возможные варианты подключения батареек к моторчику, он выбрал тот, при котором мощность моторчика максимальна — 15 Вт.

Вскоре Вася обнаружил, что батарейки постепенно садятся. Желая, чтобы мощность моторчика всё время была максимальной, он пересобрал схему ровно в тот момент, когда оптимальная конструкция поменялась. Затем пришлось это сделать ещё раз. Какой будет мощность моторчика сразу после второй пересборки?

Примечание. Сопротивление моторчика — 60 Ом, начальное сопротивление батарейки — 20 Ом. Внутреннее сопротивление батарейки увеличивалось пропорционально прошедшему через неё заряду, ЭДС батарейки неизменна.

0,94 Вт

4.5 Соединения конденсаторов

Дополнительные задачи — в листке Соединения конденсаторов.

4.5.1. (*«Формула Единства» / «Третье тысячелетие», 2023, 10*) Когда Касым понял, что окончательно забыл волшебные слова и из пещеры сорока разбойников ему уже не выбраться, у него оставалась последняя надежда — позвонить брату, чтобы Али-Баба напомнил ему нужные слова. Однако телефон Касыма показывал критически низкий уровень заряда, и чтобы совершить звонок, нужно было дозарядить его хотя бы на 20 мАч. Среди сокровищ пещеры Касым нашёл лишь один пальчиковый Ni–Cd аккумулятор с напряжением 1,25 В и три суперконденсатора (ионистора) ёмкостью 20 Ф каждый. Касым стал заряжать эти конденсаторы от пальчикового аккумулятора, соединять их последовательно и подключать к аккумулятору телефона.

Сколько раз Касыму придётся повторить эту процедуру, чтобы позвонить Али-Бабе?

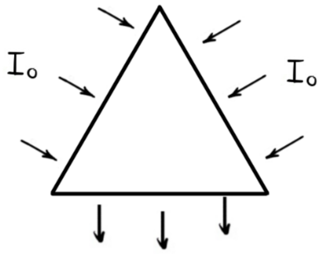
Примечание. Напряжение на аккумуляторе телефона равно 3,6 В.

72 раза

4.6 Локальный закон Ома

Дополнительные задачи — в листке Локальный закон Ома.

4.6.1. (*«Формула Единства» / «Третье тысячелетие», 2021, 10*) В пластину в форме треугольной призмы толщиной $h = 1$ мм, основание которой — равносторонний треугольник со стороной 10 см, ток подаётся равномерно через две боковые грани (на каждую по $I_0 = 1$ А), а отводится через третью, тоже равномерно по всей её длине. Через треугольные основания призмы ток не проходит. Какая тепловая мощность выделяется в пластине, если удельное сопротивление её материала равно 1 Ом · м?



$P \approx 1732$ Вт

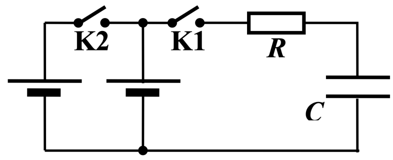
4.7 Переходные процессы в RC-цепях

Дополнительные задачи — в листке Переходные процессы в RC-цепях.

4.7.1. (*«Покори Воробьёвы горы!», 2020, 10*) Чему равен КПД зарядки разряженного конденсатора от аккумулятора? Как изменится этот КПД (увеличится или уменьшится), если конденсатор уже был предварительно заряжен? Ответ объяснить.

$\eta = 50\%$; больше 50% если $\frac{q_0}{C\mathcal{E}} > 0$ (заряд совпадал по полярности с новым) и меньше 50% если $\frac{q_0}{C\mathcal{E}} < 0$ (не совпадал)

4.7.2. (*«Покори Воробьёвы горы!», 2020, 10*) В схеме, изображённой на рисунке, аккумуляторы одинаковы, причём внутреннее сопротивление каждого из них в $n = 2$ раза меньше сопротивления резистора. Сопротивление соединительных проводов, а также индуктивность и ёмкость контура с аккумуляторами пренебрежимо малы. После замыкания ключа $K1$ в резисторе выделилось количество теплоты $Q_1 = 2{,}56$ мДж. Какое количество теплоты выделится в резисторе, если через некоторое время после этого замкнуть ключ $K2$?



0

4.8 Нелинейные элементы

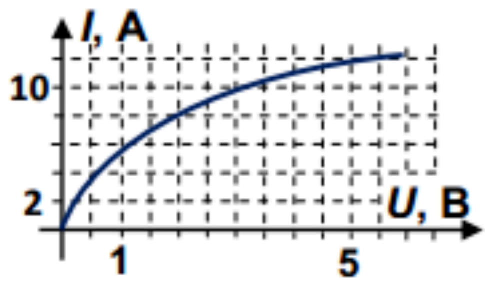
Дополнительные задачи — в листках

- Вольт-амперная характеристика
- Нелинейные элементы

4.8.1. (*«Надежда энергетики», 2022, 10*) Анод и катод вакуумного диода представляют собой плоскопараллельные пластины, которые подключены к источнику постоянного напряжения через реостат. При изменении сопротивления реостата напряжение на диоде связано с силой тока в цепи выражением $U = C\sqrt[3]{I^2}$. Как изменится сила давления электронов о поверхность анода, если напряжение между пластинами увеличить в 3 раза? Начальной скоростью электронов пренебречь.

6

4.8.2. (*«Покори Воробьёвы горы!», 2023, 10*) Нелинейный элемент, ВАХ которого показана на рисунке, подключили к источнику постоянного тока с ЭДС 6 В и внутренним сопротивлением 0,5 Ом. Какую мощность этот элемент будет потреблять от источника?



$P = 16$ Вт

4.8.3. (*«Покори Воробьёвы горы!», 2023, 10*) ЭДС источника постоянного напряжения $\mathscr{E} = 24$ В, а его внутреннее сопротивление $r = 3$ 3Ом. К этому источнику подключили, соединив параллельно, резистор с сопротивлением $R = 3r = 9$ Ом и нелинейный элемент, вольт-амперная характеристика которого описывается выражением $I(U) = \alpha\sqrt{U} = \frac{\sqrt{3\mathscr{E}U}}{r}$. Найдите мощности, потребляемые резистором и нелинейным элементом в этой схеме.

$\boxed{P_R = \frac{3\mathscr{E}^2}{256r} = 2{,}25 \text{ Вт и } P_{\text{НЭ}} = \frac{9\mathscr{E}^2}{64r} = 27 \text{ Вт}}$

Глава 5

Оптика

5.1 Световые лучи

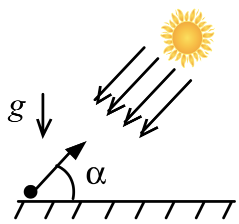
Дополнительные задачи — в листке Световые лучи.

5.1.1. (*Всеросс., 2023, МЭ, 10*) Человек проходит на некотором расстоянии от фонарного столба, двигаясь по ровной горизонтальной площадке вдоль прямой. На столбе горит лампа. Как будет меняться размер тени головы пешехода при его удалении от фонаря?

1. уменьшаться;
2. оставаться неизменным;
3. увеличиваться;
4. ответ зависит от соотношения размеров головы и фонаря.

$\boxed{3}$

5.1.2. (*«Будущие исследователи — будущее науки», 2016, 10*) Камень брошен со скоростью V_0 под углом α к горизонту навстречу солнечным лучам (см. рис.). Через какое время скорость, с которой тень от камня движется по земле, окажется равной скорости камня? Найти максимальную скорость тени. Ускорение свободного падения g считать известным.



$\boxed{t = V_0 \sin\alpha/g;\ V_{\max} = 2V_0 \cos\alpha}$

5.2 Отражение света. Зеркало

Дополнительные задачи — в листке Плоское зеркало.

5.2.1. (*Всеросс., 2022, ШЭ, 10*) Точечный источник света расположен на расстоянии 1 метр от плоского зеркала. Не трогая источник, зеркало передвигают так, что расстояние между источником и зеркалом увеличивается в два раза, при этом плоскость зеркала остаётся параллельной своему первоначальному положению. Найдите расстояние между новым и первоначальным положениями изображения.

1. 50 см;
2. 1 м;

3. 2 м;

4. 3 м.

3

5.2.2. (*Всеросс., 2023, ШЭ, 10*) Точечный источник света расположен на расстоянии 1 метр от плоского зеркала. Не трогая источник, зеркало передвигают так, что расстояние между источником и зеркалом уменьшается в два раза, при этом плоскость зеркала остаётся параллельной своему первоначальному положению. Найдите расстояние между новым и первоначальным положениями изображения.

1. 25 см;

2. 50 см;

3. 1 м;

4. 2 м.

3

5.2.3. (*Всеросс., 2022, ШЭ, 10*) Плоское зеркало движется относительно комнаты со скоростью 2 м/с в направлении, перпендикулярном плоскости зеркала. Источник света догоняет зеркало, двигаясь относительно комнаты со скоростью 3 м/с также перпендикулярно плоскости зеркала.

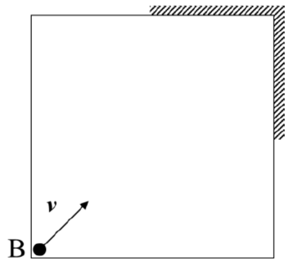
1. С какой скоростью движется изображение источника относительно комнаты? Ответ приведите в м/с, округлив до целого числа.

2. Верно ли, что скорости изображения и зеркала относительно комнаты совпадают по направлению?

3. При какой скорости источника относительно комнаты изображение было бы неподвижно относительно комнаты? Ответ приведите в м/с, округлив до целого числа.

1) 1; 2) верно; 3) 4

5.2.4. (*Всеросс., 2023, ШЭ, 10*) Василиса Прекрасная стоит в углу квадратной комнаты со стороной 5 метров и внимательно рассматривает отражения своего лица в плоских зеркалах, покрывающих от пола до потолка половину каждой из двух соседних вертикальных стен комнаты (см. рисунок, вид сверху). Размер лица девушки намного меньше стороны комнаты.



1. Сколько существует различных изображений лица Василисы в зеркалах? В качестве ответа приведите целое число.

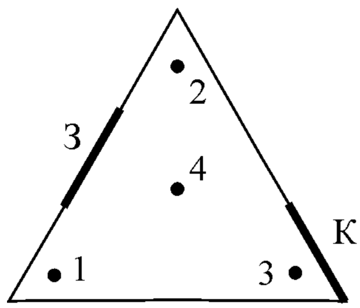
2. Сколько изображений своего лица видит в зеркалах Василиса? В качестве ответа приведите целое число.

3. Девушка начала двигаться вдоль диагонали комнаты, идя в её противоположный угол со скоростью 0,5 м/с. С какой скоростью приближаются друг к другу те два изображения, которые расположены ближе всего к Василисе? Ответ выразите в м/с, округлив до целого числа.

4. Через какое время после начала движения Василиса увидит все свои изображения? Ответ выразите в секундах, округлив до целого числа.

1) 3; 2) 1; 3) 1; 4) 7

5.2.5. (*Всеросс., 2021, МЭ, 10*) Горизонтальный пол специальной комнаты представляет собой равносторонний треугольник (см. рисунок — вид сверху). На вертикальных стенах комнаты закреплены прямоугольные зеркало (З) и картина (К). Их высоты равны высоте стен комнаты. Картина и зеркало имеют одинаковую ширину, которая составляет 1/3 от длины стороны треугольника. Картина расположена впритык к одному из углов комнаты, а зеркало расположено точно посередине другой стены. Точки 1, 2 и 3 находятся на биссектрисах соответствующих углов недалеко от вершин треугольника, а точка 4 — в центре треугольника. Из каких точек внутри комнаты можно увидеть целиком и саму картину, и её изображение?



1. 1 и 2;

2. 1 и 3;

3. 1 и 4;

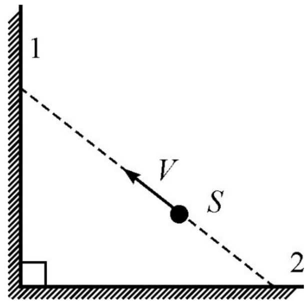
4. 2 и 3;

5. 2 и 4;

6. 3 и 4.

9

5.2.6. (*Всеросс., 2021, МЭ, 10*) Два плоских зеркала образуют прямой двугранный угол, ребро которого перпендикулярно плоскости рисунка. В плоскости рисунка вдоль пунктирной линии движется источник света S со скоростью V. Рассмотрим два изображения источника, которые получаются в результате его однократного отражения в зеркалах 1 и 2. Одно из этих изображений движется относительно другого изображения со скоростью, модуль которой равен некоторому значению u.



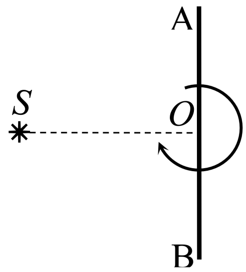
1. Найдите отношение u/V. Ответ округлите до целого числа.

Пусть угол между пунктирной линией и зеркалами равен 45°. Рассмотрим два изображения источника. Первое — полученное в результате однократного отражения в зеркале 1, второе — полученное в результате двукратного отражения от системы зеркал (вначале от зеркала 1, а затем — от зеркала 2). Одно из этих изображений движется относительно другого изображения со скоростью, модуль которой равен некоторому значению U.

2. Найдите отношение U/V. Ответ округлите до десятых долей.

1) 2; 2) 1,4

5.2.7. (*Инженерная олимпиада, 2023, 10*) Для предотвращения столкновений судов с землей в ночное время суток на берегу моря ставят маяки, которые должны предупредить корабли об опасном приближении к суше. Наиболее эффективно такие маяки работают, если они дают прерывистый световой сигнал. Рассмотрите следующую модель источника света для такого маяка. Неподвижный точечный источник света S находится на расстоянии $d = 50$ см от зеркала AB (см. рисунок). Зеркало вращается с угловой скоростью $\omega = 1$ рад/с вокруг оси, перпендикулярной плоскости рисунка и проходящей через середину зеркала (через точку O на рисунке). Найти скорость и ускорение изображения источника в зеркале.



$v = 2\omega d = 1$ м/с; $a = 4\omega^2 d = 2$ м/с^2

5.2.8. (*«Надежда энергетики», 2015, 10*) Учащиеся Лицея №1502 при МЭИ выступали на научной конференции школьников с докладом о результатах своей работы. Они исследовали отражательные свойства белого материала, из которого изготавливаются экраны в кинотеатрах. Учащиеся обнаружили, что свойства материала оптимизированы для минимизации потерь при отражении света. После доклада председатель жюри конференции задал лицеистам вопрос: «Что мешает сделать экран зеркальным, ведь при этом потери света будут заведомо меньше?». Учащиеся получили диплом 1 степени, потому что ответили на вопрос совершенно правильно. Что ответили школьники председателю жюри? Как вы объясните их ответ?

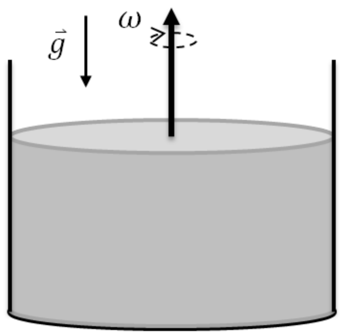
5.2.9. (*«Надежда энергетики», 2021, 10*) Каждый год студенты НИУ «МЭИ», участники туристическо-поискового клуба «Горизонт», отправляются в походы по разным местам нашей страны. Свои фоторепортажи они показывают на выставках в фойе главного учебного корпуса. На этом снимке изображена горная вершина, сфотографированная с берега озера. Как определить, где расположено отражение горы в воде: на верхней или на нижней части фотоснимка? Объясните свой ответ при помощи графических построений световых лучей. Яркость, четкость и контрастность верхней и нижней половины фотографии одинаковы.

отражение расположено в нижней части

5.2.10. (*«Надежда энергетики», 2017, 10*) Учащиеся Лицея №1502 при МЭИ, занимаясь во время летней практики в лаборатории кафедры физики, экспериментально изучали законы геометрической оптики. Школьники нашли в лаборатории полированный металлический шар и фонарь, создающий параллельный однородный пучок света диаметром, равным диаметру шара. Направив световой пучок строго горизонтально слева направо, лицеисты подвесили шар на нити так, что его центр оказался на оси пучка. В каком направлении шар отразил больше света: влево или вправо? Обоснуйте свой ответ необходимыми построениями и расчётами.

шар отражает свет исходного пучка одинаково и влево, и вправо

5.2.11. (*Олимпиада КФУ, 2021, 10*) В высокий цилиндр, диаметр дна которого d, налита ртуть. Цилиндр раскручивают с угловой частотой ω вокруг оси, проходящей через центр. В результате поверхность ртути в разрезе (плоскостью, содержащей ось) принимает форму параболы, вершина которой касается дна. Не останавливая цилиндр, вертикально сверху на него направляют лазерный луч. Луч дважды отражается от поверхности ртути на одной высоте и выходит вертикально вверх. Найдите, в какую точку (расстояние до оси и высоту над уровнем дна) нужно направить луч, чтобы наблюдать такое явление.



$\left(\frac{g}{\omega^2}, \frac{g}{2\omega^2}\right)$

5.3 Преломление света

Дополнительные задачи — в листке Закон преломления.

5.3.1. (*Олимпиада КФУ, 2021, 10*) Ученые изготовили прозрачную смесь и залили её в огромный аквариум. Оказалось, что показатель преломления смеси линейно увеличивается с глубиной. У поверхности он равен n, а далее увеличивается на величину γ с каждым метром. На дне аквариума поместили маленький лазер, луч которого направлен под углом α к вертикали. Найдите минимальную глубину h по которой пройдет этот луч, если вся глубина аквариума H.

$h = \frac{n(\sin\alpha - 1)}{\gamma} + H\sin\alpha$ и $h = 0$, если $(H\gamma + n)\sin\alpha - n < 0$

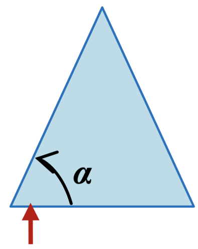
5.4 Полное отражение

Дополнительные задачи — в листке Полное отражение.

5.4.1. (*«Надежда энергетики», 2019, 10*) В лаборатории волоконной и интегральной оптики кафедры Физики им. В. А. Фабриканта НИУ «МЭИ» исследуются характеристики оптоволоконных кабелей. Из прозрачного материала с показателем преломления $n = \sqrt{2}$ изготовлена длинная тонкая нить кругового поперечного сечения. На её торцевую поверхность падает световой луч под некоторым углом к оси нити. При каком максимально возможном значении этого угла луч пройдет по световоду без ослабления? Поясните ваш ответ.

Свет пройдет без ослабления при любом угле падения

5.4.2. (*«Покори Воробьёвы горы!», 2020, 10*) На основание прозрачной равнобедренной призмы падает нормально узкий пучок параллельных световых лучей. Угол при основании призмы $\alpha = 65°$, показатель преломления ее материала $n = 2$. Под каким углом к первоначальному направлению выйдут из призмы два наиболее ярких пучка? Учтите, что при нормальном падении изнутри на любую грань призмы наблюдается и прошедший, и отраженный лучи.



$\varphi_1 = 65° - \arcsin(2\sin 15°) \approx 34°$; $\varphi_2 = 180° - \arcsin(2\sin 20°) \approx 137°$ или $\varphi_2' = 90°$

5.5 Общая формула линзы

Дополнительные задачи — в листке Общая формула линзы.

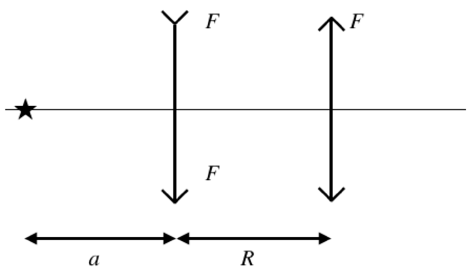
5.5.1. (*«Надежда энергетики», 2015, 10*) Из куска стекла изготовлены три тонкие линзы одного и того же диаметра. Если сложить линзы вплотную друг к другу без воздушных зазоров, то они образуют плоскопараллельную пластину. Диаметр получившейся пластины равен диаметру линз, оптические оси линз совпадают. Известно, что фокусное расстояние линз 1 и 2, сложенных вместе, равно $F_{12} = 10$ см, а линз 2 и 3, сложенных вместе, равно $F_{23} = 2{,}5$ см. Определите фокусное расстояние каждой линзы; нарисуйте эту систему линз и укажите, какие из этих линз собирающие, а какие рассеивающие.

$F_1 = -2{,}5$ см; $F_2 = 2$ см; $F_3 = -10$ см

5.6 Система двух линз

Дополнительные задачи — в листке Система двух линз.

5.6.1. (*«Курчатов», 2022, 10*) Оптическая система состоит из источника, находящегося на главной оптической оси, составной линзы и собирающей линзы с фокусным расстоянием F. Оптические оси составной и собирающей линз совпадают. Верхняя половина составной линзы представляет собой половину рассеивающей линзы с фокусным расстоянием F нижняя половина — половиной собирающей линзы с фокусным расстоянием F. Расстояние от объекта до составной линзы $a > F$. Расстояние между линзами равно R. Найдите расстояние от объекта до собирающей линзы, при условии что расстояние между линзами R — максимальное возможное расстояние, при котором система линз формирует два действительных изображения, находящихся на оптической оси. $F = 10$ см, $a = 30$ см.

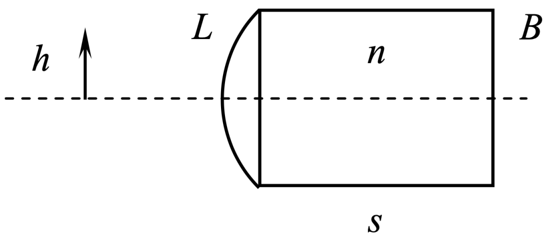


$a + \frac{2aF - F^2}{a - F} = 25$ см

5.7 Линза и пластина

Дополнительные задачи — в листке Линза и пластина.

5.7.1. (*«Курчатов», 2023, 10*) Круговой цилиндр длиной $S = 70$ см закрыт с левого торца тонкой плосковыпуклой линзой L, обращённой плоской стороной внутрь цилиндра. Главная оптическая ось линзы совпадает с осью цилиндра, фокусное расстояние линзы в воздухе $F = 20$ см. Правый торец цилиндра закрыт экраном B, изготовленным из тонкого матового стекла. Внутри цилиндр заполнен водой. Показатель преломления воды относительно воздуха $n = 1{,}33$. Слева от линзы, перпендикулярно её оптической оси, расположена тонкая светящаяся стрелка высотой $h = 15$ мм. Изображение стрелки получено на матовом экране. Найдите высоту изображения стрелки H. Ответ выразите в миллиметрах и округлите до десятых.



$H = h\left(\frac{s}{nF} - 1\right) = 24{,}5$ мм