

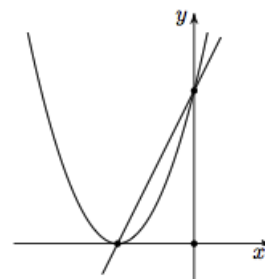
Всероссийская олимпиада школьников по математике

9 класс, муниципальный этап, 2017/18 год

1. Игорь сложил десять подряд идущих натуральных чисел, затем разделил полученную сумму на сумму следующих десяти натуральных чисел. Могло ли у него получиться число 0,8?

2. На координатной плоскости построены графики линейной и квадратичной функций (см. рисунок). Уравнение линейной функции имеет вид $y = cx + 2c$ для некоторого числа c . Используя тот же параметр c , запишите уравнение квадратичной функции и объясните свое решение.

$$\boxed{c(z+x)^2 = n}$$



3. В треугольнике ABC проведены высота BH и медианы AM и CK . Докажите, что треугольники KHM и ABC подобны.

4. Назовем натуральное число интересным, если его можно разложить на натуральные множители, каждый из которых меньше, чем 30. Докажите, что из 10 000 интересных чисел всегда можно выбрать два, произведение которых является точным квадратом.

5. Дана равнобокая трапеция $ABCD$. Рассматривают точки Q и P на боковых сторонах AB и CD соответственно, для которых $CP = AQ$. Докажите, что середины всех таких отрезков PQ лежат на одной прямой.

6. Бригада рабочих делает ремонт в квартире. Чтобы не испортить пол в комнате (клетчатый квадрат размером 4×4), они расстелили 13 двухклеточных ковриков по линиям сетки. Внезапно оказалось, что один коврики понадобился в другой комнате. Докажите, что рабочие смогут его выбрать так, чтобы ремонт в квартире можно было продолжать, не испортив пол.