

# Всероссийская олимпиада школьников по математике

11 класс, школьный этап, 2017/18 год

1. В трёхзначном числе первую цифру (разряд сотен) увеличили на 3, вторую — на 2, третью — на 1. В итоге число увеличилось в 4 раза. Приведите пример такого исходного числа.

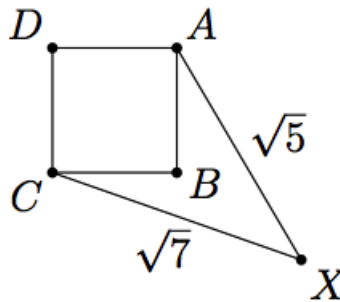
2. Билет в кино стоил 300 рублей. Когда цену понизили, количество посетителей увеличилось на 50 процентов, а выручка кинотеатра выросла на 35 процентов. Сколько рублей составляет цена одного билета теперь?

027

3. Дана арифметическая прогрессия. Сумма первых её 10 членов равна 60, а сумма первых 20 её членов равна 320. Чему может быть равен 15-й член этой прогрессии?

92

4. На плоскости дан квадрат  $ABCD$  со стороной 1 и точка  $X$  (см. рисунок). Известно, что  $XA = \sqrt{5}$ ,  $XC = \sqrt{7}$ . Чему равно  $XB$ ?



01^ - 9^

5. Рассмотрим уравнение  $\sin^3 x + \cos^3 x = -1$ . Сколько у него решений на промежутке  $[0, 6\pi]$ ?

6. Про тетраэдр  $ABCD$  известно, что  $AB \cdot CD = AC \cdot BD = AD \cdot BC$ . Пусть  $I_A, I_B, I_C, I_D$  — центры окружностей, вписанных в треугольники  $BCD, CDA, DAB$  и  $ABC$  соответственно. Докажите, что отрезки  $AI_A, BI_B, CI_C, DI_D$  пересекаются в одной точке.