

Всероссийская олимпиада школьников по математике

9 класс, муниципальный этап, 2016/17 год

1. В зоопарке есть 10 слонов и огромные чашечные весы. Известно, что если любые четыре слона встанут на левую чашу весов, а любые три — на правую, то левая чаша перевесит. Пять слонов встали на левую чашу и четыре — на правую. Обязательно ли левая чаша перевесит?

2. На доске записаны двузначные числа. Каждое число составное, но любые два числа взаимно просты. Какое наибольшее количество чисел может быть записано?

3. В остроугольном треугольнике ABC проведены высоты AD и CE . Точки M и N — основания перпендикуляров, опущенных на прямую DE из точек A и C соответственно. Докажите, что $ME = DN$.

4. Что больше:

$$\sqrt{2016} + \sqrt{2015 + \sqrt{2016}} \quad \text{или} \quad \sqrt{2015} + \sqrt{2016 + \sqrt{2015}} ?$$

Первое число больше

5. Германн и Чекалинский разложили на столе 13 различных карт. Каждая карта может лежать в одном из двух положений: рубашкой вверх или рубашкой вниз. Игроки должны по очереди переворачивать по одной карте. Проигрывает тот игрок, после хода которого повторится какая-то из предыдущих ситуаций (включая изначальную). Первый ход сделал Чекалинский. Кто сможет выиграть независимо от того, как будет играть соперник?

6. Высоты неравнобедренного остроугольного треугольника ABC пересекаются в точке H . O — центр описанной окружности треугольника BHC . Центр I вписанной окружности треугольника ABC лежит на отрезке OA . Найдите угол BAC .

09