

Всероссийская олимпиада школьников по математике

9 класс, муниципальный этап, 2015/16 год

1. Известно, что $a^2 + b = b^2 + c = c^2 + a$. Какие значения может принимать выражение

$$a(a^2 - b^2) + b(b^2 - c^2) + c(c^2 - a^2)?$$

0

2. Могут ли произведения всех ненулевых цифр двух последовательных натуральных чисел отличаться ровно в 54 раза?

57

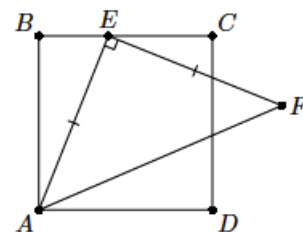
3. В треугольник ABC вписана окружность с центром O . На стороне AB выбрана точка P , а на продолжении стороны AC за точку C — точка Q так, что отрезок PQ касается окружности. Докажите, что $\angle BOP = \angle COQ$.

4. Из Златоуста в Миасс выехали одновременно «ГАЗ», «МАЗ» и «КамАЗ». «КамАЗ», доехав до Миасса, сразу повернул назад и встретил «МАЗ» в 18 км, а «ГАЗ» — в 25 км от Миасса. «МАЗ», доехав до Миасса, также сразу повернул назад и встретил «ГАЗ» в 8 км от Миасса. Каково расстояние от Златоуста до Миасса?

60 км

5. Квадрат $ABCD$ и равнобедренный прямоугольный треугольник AEF ($\angle AEF = 90^\circ$) расположены так, что точка E лежит на отрезке BC (см. рисунок). Найдите угол DCF .

45°



6. В ожидании покупателей продавец арбузов поочерёдно взвесил 20 арбузов (массой 1 кг, 2 кг, 3 кг, ..., 20 кг), уравнивая арбуз на одной чашке весов одной или двумя гири на другой чашке (возможно, одинаковыми). При этом продавец записывал на бумажке, гири какой массы он использовал. Какое наименьшее количество различных чисел могло оказаться в его записях, если масса каждой гири — целое число килограммов?

9