

Всероссийская олимпиада школьников по математике

10 класс, муниципальный этап, 2014/15 год

1. Если разделить 2014 на 105, то в частном получится 19 и в остатке тоже 19. На какие ещё натуральные числа можно разделить 2014, чтобы частное и остаток совпали? (*Укажите все возможные варианты и докажите, что других нет.*)

№ 52, 1001 и 2015

2. Докажите, что если в выражении $(x^2 - x + 1)^{2014}$ раскрыть скобки и привести подобные слагаемые, то какой-нибудь коэффициент полученного многочлена будет отрицательным.

3. В пространстве (но не в одной плоскости) расположены шесть различных точек: A, B, C, D, E и F . Известно, что отрезки AB и DE , BC и EF , CD и FA попарно параллельны. Докажите, что эти же отрезки попарно равны.

4. Каждый день, с понедельника по пятницу, ходил старик к синему морю и закидывал в море невод. При этом каждый день в невод попадалось не больше рыбы, чем в предыдущий. Всего за пять дней старик поймал ровно 100 рыбок. Какое наименьшее суммарное количество рыбок он мог поймать за три дня — понедельник, среду и пятницу?

50

5. В треугольнике ABC точки M и N — середины сторон AC и BC соответственно. Известно, что точка пересечения медиан треугольника AMN является точкой пересечения высот треугольника ABC . Найдите угол ABC .

45

6. В одной из вершин шестиугольника лежит золотая монета, а в остальных ничего не лежит. Кощей Бессмертный чахнет над золотом и каждое утро снимает с одной вершины произвольное количество монет, после чего тут же кладёт на соседнюю вершину в шесть раз больше монет. Если к исходу какого-то дня во всех вершинах будет поровну монет, Кощей станет Властелином Мира. Докажите, что хоть злата у него сколько угодно, но Властелином Мира ему не бывать.