

# Олимпиада «Высшая проба» по математике

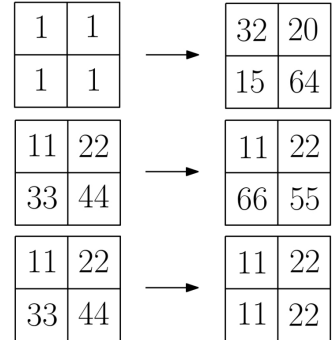
## 8 класс, 2025 год

1. Натуральные числа от 1 до 50 000 выписаны в строку по порядку. Сколько раз в этой последовательности цифр встречается комбинация 2025 (именно в таком порядке, подряд)?

27

2. Квадрат состоит из четырех ячеек. В каждой строке изначально записана единица. За один ход можно сделать одно из двух действий.

- **Первое возможное действие:** можно выбрать верхнюю или нижнюю строку и любые числа  $x$  и  $y$ , каждое из которых не меньше 1 и не больше 2, а затем умножить левое число в выбранной строке на  $x$ , а правое — на  $y$  (числа  $x$  и  $y$  не обязаны быть различными).
- **Второе возможное действие:** можно выбрать верхнюю или нижнюю строку и заменить ее оставшуюся.



Какое минимальное число ходов потребуется, чтобы получить набор чисел 32, 20, 15, 64, записанный в строках так, как на верхнем рисунке? (Средний рисунок — пример первого действия: в нижней строке числа  $a = 33$  и  $b = 44$  умножены на числа  $x = 2$  и  $y = 5/4$ . Нижний рисунок — пример второго действия: нижняя строка заменена на верхнюю.)

6 операций

3. Дан лист бумаги в форме треугольника площади 1. Верно ли, что из него обязательно можно вырезать два прямоугольника суммарной площади  $2/3$ ?

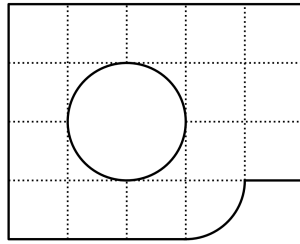
Верно

4. В лаборатории 100 лампочек, к каждой из лампочек подключено по кнопке. Нажатие кнопки включает лампочку, с которой она соединена, если эта лампочка выключена, и выключает, если включена. За одну операцию можно нажать на две соседние кнопки. Изначально включено четное число лампочек. Какое минимальное число операций потребуется, чтобы гарантированно выключить все лампочки, если кнопки расположены

1. в ряд;
2. по кругу?

1) 66; 2) 95

5. Из 18 квадратиков со стороной 1 и четвертинки круга радиуса 1 собрали фигуру, а затем из нее вырезали круг радиуса 1 (см. рисунок). Разрежьте полученную фигуру на три равные по форме и размеру части.



6. К стене приколочена клетчатая доска размера  $n \times n$ . Сколькими способами можно раскрасить ее клетки в белый и черный цвета так, чтобы в каждом квадрате  $2 \times 2$  было по две клетки каждого цвета?

$$\boxed{2^{n-1}}$$