

Олимпиада «Высшая проба» по математике

8 класс, 2024 год

1. В школьную столовую собираются завезти шесть видов шоколадных батончиков. По ГОСТу требуется, чтобы цены батончиков были натуральными числами и суммарная стоимость шести различных батончиков была равна 101 рублю. Кроме того, администрация хочет установить цены так, чтобы для любых двух школьников, купивших одинаковое количество батончиков — не более одного каждого вида, стоимости их покупок отличались меньше чем на некоторое натуральное d . При каком наименьшем d администрация сможет этого добиться?

7 = p

2. Даны две одинаковые стопки из девяти карточек, на которых написаны числа $0, 1, 2, \dots, 8$. Можно ли разложить эти карточки по кругу так, чтобы нули лежали рядом, между единицами лежала ровно одна карточка, \dots между карточками с числом k лежало ровно k карточек, \dots , между карточками с числом 8 лежало ровно 8 карточек?

онжон

3. Параллелепипед $6 \times 5 \times 5$, покрасили снаружи в синий цвет, а потом распилили на единичные кубики. Из какого наибольшего числа кубиков можно сложить синий снаружи параллелепипед без внутренних полостей, используя только кубики с хотя бы одной синей гранью?

711

4. Найдите все пары целых чисел $(x; y)$, для которых верно равенство

$$\sqrt{x - \sqrt{y}} + \sqrt{x + \sqrt{y}} = \sqrt{xy}.$$

(3; 2); (0; 0)

5. В треугольнике ABC проведена высота BH . Точка N симметрична H относительно середины стороны AC . Предположим, что $BN = AC$. Докажите, что ортоцентр делит отрезок BH в отношении $3 : 1$, считая от вершины.

6. Дана таблица с n строками и десятью столбцами, Петя и Вася по очереди ставят в клетки таблицы крестики и нолики. За ход Петя ставит два крестика (или, если осталось одно незаполненное поле, то 1 крестик), а Вася ставит один нолик. Начинает Петя. Игра заканчивается, когда все клетки таблицы заполнены. Если есть строка, заполненная только крестиками, побеждает Петя, иначе Вася. Для какого минимального n Петя может гарантировать себе победу?

n = 256