

## Олимпиада «Высшая проба» по математике

8 класс, 2019 год

1. У Васи есть 2019 спичек. Он выкладывает из них в два ряда шестиугольники, примыкающие друг к другу:



Сколько шестиугольников у него получится?

504

2. Вычислите сумму  $1^2 + 2^2 - 3^2 - 4^2 + 5^2 + 6^2 - 7^2 - 8^2 + 9^2 + 10^2 - \dots + 2017^2 + 2018^2$ .

4074341

3. В прямоугольном треугольнике  $ABC$  угол  $B$  прямой. На катете  $AB$  выбрана точка  $M$  так, что  $AM = BC$ , а на катете  $BC$  выбрана точка  $N$  так, что  $CN = MB$ . Найдите острый угол между прямыми  $AN$  и  $CM$ .

45°

4. У оракула в саду живут четыре черепашки. Посетитель может за ход выбирать любое подмножество черепашек и спрашивать оракула, сколько среди этих черепашек самцов (ответы оракула всегда правдивы). За какое наименьшее количество ходов можно узнать про всех черепах, какого они пола?

5. Делитель натурального числа называется собственным, если он отличен от 1 и самого этого числа. Найдите все натуральные числа, у которых разница между суммой двух самых больших собственных делителей и суммой двух самых маленьких собственных делителей есть простое число.

6. Имеется несколько монет, каждая стоит целое число тугриков. Известно, что этими монетами можно набрать любую другую сумму от 1 до 51 тугрика включительно, кроме суммы в 50 тугриков. Обязательно ли этими монетами можно набрать сумму ровно в 100 тугриков?