

Олимпиада «Высшая проба» по математике

8 класс, 2018 год

Все задачи оценивались в 20 баллов. Для получения диплома нужно было набрать от 78 баллов.

1. Сколькими способами из цифр 1, 2, 3, 4 можно составить число, кратное 6? При составлении числа каждую цифру можно использовать один раз или не использовать совсем.

6

2. Найдите наименьшее натуральное число, которое можно получить при подстановке натуральных чисел вместо переменных в следующее выражение:

$$13x^2 + y^2 + z^2 - 4xy - 6xz + y.$$

7

3. Какое максимальное количество полосок 5×1 можно вырезать из квадрата на клетчатой бумаге размера 8×8 клеток?

4. Пусть дан четырехугольник $ACDE$, такой что вершины D и E лежат по одну сторону от прямой AC . Пусть на стороне AC взята точка B , так что треугольник BCD — равнобедренный с основанием BC , т. е. $BD = CD$. Пусть углы BDC , ABE , ADE равны 80 градусов. Найдите угол EAD .

09

5. В стране из 2018 городов каждая пара городов соединена одной дорогой. Власти решили присвоить каждой трассе статус «федеральной» или «социальной», и для этой цели выпустили метки «Ф» и «С» суммарным числом, равным числу дорог. Однако рабочие расставили метки неправильно: на некоторых трассах могло оказаться по одной метке обоих видов, а на некоторых могло не оказаться ни одной. (Случай, когда на каждой дороге — ровно по одной метке, также считается возможным.) Каково максимально возможное число дорог с меткой «федеральная», если для любой такой дороги на каждой, не имеющей с ней общих концов, есть метка «социальная»?

6. Шесть почти честных пиратов закопали добытые золотые монеты на необитаемом острове и пустились в бега. Через год первый пират вернулся на остров, разделил все монеты на шесть равных частей, одна монета оказалась лишней. Пират забрал себе одну из частей и лишнюю монету, а остальное закопал. То же самое сделали по очереди остальные пираты, причем никто из них не знал о действиях других. Через много лет ученый археолог наткнулся на закопанные монеты. Какое наименьшее количество монет мог найти археолог?

15620