

# Олимпиада «Высшая проба» по математике

7 класс, 2018 год

Все задачи оценивались в 20 баллов. Для получения диплома нужно было набрать от 50 баллов.

1. Сколькими способами из цифр 1, 2, 3, 4 можно составить число, кратное 6? При составлении числа каждую цифру можно использовать один раз или не использовать совсем.

6

2. На плоскости есть набор из 2018 точек, никакие 3 не лежат на одной прямой. Рассмотрим все замкнутые ломаные, проходящие через все точки набора. Сколько точек самопересечения может иметь ломаная минимальной длины?

3. Какое максимальное количество полосок  $5 \times 1$  можно вырезать из квадрата на клетчатой бумаге размера  $8 \times 8$  клеток?

4. Пусть дан четырехугольник  $ACDE$ , такой что вершины  $D$  и  $E$  лежат по одну сторону от прямой  $AC$ . Пусть на стороне  $AC$  взята точка  $B$ , так что треугольник  $BCD$  — равнобедренный с основанием  $BC$ , т. е.  $BD = CD$ . Пусть углы  $BDC$ ,  $ABE$ ,  $ADE$  равны 80 градусов. Найдите угол  $EAD$ .

009

5. В стране из 2018 городов каждая пара городов соединена одной дорогой. Власти решили присвоить каждой трассе статус «федеральной» или «социальной», и для этой цели выпустили метки «Ф» и «С» суммарным числом, равным числу дорог. Однако рабочие расставили метки неправильно: на некоторых трассах могло оказаться по одной метке обоих видов, а на некоторых могло не оказаться ни одной. (Случай, когда на каждой дороге — ровно по одной метке, также считается возможным.) Каково максимально возможное число дорог с меткой «федеральная», если для любой такой дороги на каждой, не имеющей с ней общих концов, есть метка «социальная»?

6. Шесть почти честных пиратов закопали добытые золотые монеты на необитаемом острове и пустились в бега. Через год первый пират вернулся на остров, разделил все монеты на шесть равных частей, одна монета оказалась лишней. Пират забрал себе одну из частей и лишнюю монету, а остальное закопал. То же самое сделали по очереди остальные пираты, причем никто из них не знал о действиях других. Через много лет ученый археолог наткнулся на закопанные монеты. Какое наименьшее количество монет мог найти археолог?

07691