

Московская устная математическая олимпиада

7 класс, 2025 год

Первый тур

1. **Дробь.** Из цифр 1, 2, 3, ..., 9, взятых по одному разу, составьте обыкновенную дробь, значение которой будет наиболее близко к единице.

12345
9876

2. **Пересечение биссектрис.** Может ли точка пересечения биссектрис треугольника делить пополам одну из них?

Нет

3. **Футболки.** По кругу, повернувшись лицом к его центру, стоят 15 человек в футболках трёх цветов: пятеро — в белых, пятеро — в серых и пятеро — в чёрных. Каждый из них сказал: «Моя футболка темнее футболки моего соседа справа». Оказалось, что все, кроме Вани, солгали. Сколько человек солгали бы, если бы вместо этого каждый сказал: «Моя футболка светлее футболки моего соседа справа»?

Примечание. Все футболки одного цвета друг от друга не отличаются.

13

Второй тур

4. **Делители.** В ряд записано четыре последовательных натуральных числа, которые больше, чем 2. Под каждым из чисел записали его наибольший собственный делитель (делитель, отличный от самого числа). Оказалось, что сумма всех записанных делителей равна одному из чисел первого ряда. Сколько простых чисел в первом ряду?

Два

5. **Куб.** Бумажный квадрат разрезали на два равных прямоугольника и оклеили ими кирпич так, что каждая грань кирпича целиком покрыта ровно одним прямоугольником. Докажите, что из двух таких кирпичей можно сложить куб.

6. **Карты в ряд.** Ведущий выбрал 8 карт одной масти: 7, 8, 9, 10, валет, дама, король, туз и выложил их рубашкой вверх (что это за карты, не видно) в некотором неизвестном нам порядке. Разрешается указать на одну или несколько карт, лежащих подряд, и нам сообщат, что это за карты (без указания их порядка). За какое наименьшее количество вопросов можно наверняка определить положение всех карт?

За 4 вопроса

Третий тур

7. Сумма. Известно, что

$$\frac{(a-b)^2}{(b-c)^2} + \frac{(b-c)^2}{(c-a)^2} + \frac{(c-a)^2}{(a-b)^2} = 5.$$

Найдите сумму:

$$\frac{a-b}{b-c} + \frac{b-c}{c-a} + \frac{c-a}{a-b}.$$

□

8. Треугольник. В треугольнике ABC угол A равен 40° , угол B равен 60° , AK и BE — биссектрисы. Докажите, что $BK = CE$.

9. Разноцветная доска. Клетки доски размером 100×100 раскрашены в 2025 цветов. Оказалось, что для каждого цвета на доску можно поставить ладью, которая бьёт все клетки этого цвета (ладья бьёт и клетку, на которой стоит). Докажите, что в каком-то ряду (горизонтальном или вертикальном) присутствуют клетки больше, чем 60 цветов.