

# Московская устная математическая олимпиада

7 класс, 2024 год

## Первый тур

1. **Странное число.** Существует ли такое натуральное число, у которого сумма цифр в десятичной записи равна 100, а у удвоенного числа — 110?

Существует

2. **Расстояния и высоты.** В остроугольном треугольнике  $ABC$  высота  $BH$  вдвое больше расстояния от  $H$  до  $BC$ . Докажите, что высота  $AK$  вдвое больше расстояния от  $K$  до  $AC$ .

3. **Цветные шарики.** В ряд положили 22 белых, 23 синих и 24 красных шарика. Может ли у каждого шарика быть ровно один сосед отличного от него цвета?

Не может

## Второй тур

4. **Плитка.** Сторона квадратного куска стены в ванной комнате выражается целым числом сантиметров. Его хотят по максимуму выложить плиткой. Если выкладывать плитками размером  $20 \times 20$  см, то останется  $201 \text{ см}^2$ . А сколько останется, если выкладывать плитками размером  $30 \times 30$  см?

$2101 \text{ см}^2$

5. **Оклейка куба.** Каждую грань куба размером  $6 \times 6 \times 6$  разбили на 36 единичных клеток и оклеили его поверхность в один слой прямоугольными полосками, каждая из которых покрывает шесть клеток. Могло ли оказаться, что через каждое ребро куба перегнули хотя бы одну полоску?

Не могло

6. **Турнир.** 30 человек проводят шахматный турнир. Каждый должен сыграть с каждым один раз. Известно, что на данный момент нет ни одной такой тройки участников, в которой каждый бы сыграл с двумя другими. Для каждого участника подсчитали количество сыгранных им партий и получили все числа от 1 до  $n$  (не обязательно по одному разу). Найдите наибольшее значение  $n$ .

20

## Третий тур

7. **Простой делитель.** Натуральное число оканчивается на 33. Докажите, что у него есть простой делитель, больший 7.

**8. Квадрат и равносторонние треугольники.** Внутри квадрата  $ABCD$  отмечены точки  $E$  и  $K$ , а вне квадрата — точка  $F$  так, что треугольники  $ADE$ ,  $EFC$  и  $BFK$  равносторонние. Докажите, что точка  $K$  лежит на прямой  $DE$ .

**9. Придворный мудрец.** Король решил устроить испытание для своего придворного мудреца. Перед мудрецом положили девять карточек с номерами от 1 до 9 (мудрец видит номера) и сообщили, что на другой стороне карточек также записаны числа от 1 до 9, причём все записанные числа, кроме двух, совпадают с номером карточки, а два перепутаны. За один вопрос мудрец может указать на одну или несколько карточек и узнать сумму записанных там скрытых от него чисел. Может ли он гарантированно определить перепутанные карточки за три вопроса?

Может