

Московская устная математическая олимпиада

7 класс, 2022 год

Первый тур

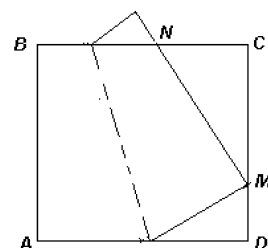
1. В водоёмах некоторой страны водятся крокодилы и бегемоты. В 20% водоёмов с крокодилами есть и бегемоты, в 25% водоёмов с бегемотами есть и крокодилы. 20% водоёмов свободны от животных. Какой процент водоёмов страны составляют те, в которых есть и крокодилы, и бегемоты?
2. Клетчатый квадрат разбит по клеткам на несколько прямоугольников. Не все прямоугольники равны друг другу, но все имеют равный периметр. Найдите наименьший возможный размер квадрата.
3. Дана таблица размером 100×100 клеток. Петя выбирает строку и в каждую из её клеток ставит число 1. Затем Вася выбирает столбец и в каждую его свободную клетку ставит число -1 . Затем Петя выбирает другую строку и в каждую её свободную клетку ставит 1. И так далее, пока в таблице есть свободные клетки. Чему равна сумма чисел в таблице, заполненной таким образом?

Второй тур

4. На доске записаны четыре последовательных натуральных числа в порядке возрастания. Требуется между каждыми двумя соседними числами поставить знак арифметического действия и вычислить значение полученного выражения. Всегда ли можно сделать это двумя различными способами, дающими одинаковые результаты?
5. Серединный перпендикуляр к стороне остроугольного треугольника делит одну из его высот в отношении $2 : 1$, считая от вершины. Найдите один из углов треугольника.
6. Имеется два набора полосок, в каждом из которых есть по одной полоске с размерами 1×1 , 1×2 , \dots , $1 \times n$. В первом наборе все полоски красные, а во втором — синие. Требуется, используя некоторые из этих полосок, сложить квадрат размером $n \times n$ так, что все красные полоски горизонтальные, а все синие — вертикальные. Сколькими способами это можно сделать?

Третий тур

7. В клетки таблицы размером 4×4 расставляют числа от 1 до 16. На какое наибольшее натуральное число может делиться сумма чисел в каждом квадрате размером 2×2 ?
8. Бумажный квадрат $ABCD$ перегнули по прямой так, что вершина A совпала с внутренней точкой M стороны CD , а сторона AB (в новом положении) пересекла сторону BC в точке N (см. рисунок). Найдите угол MAN .



9. У царя есть 12 различных украшений из чистого золота. Царь и ювелир знают, что украшения весят 28, 29, 30, ..., 39 граммов, но только ювелир помнит, какое украшение сколько весит. Царь не доверяет ювелиру и считает, что тот всё напутал. За какое наименьшее число взвешиваний на чашечных весах без гирь ювелир сможет доказать царю, что выбранное им украшение действительно весит 39 граммов?