Московская устная математическая олимпиада

7 класс, 2017 год

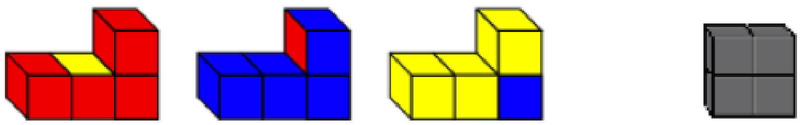
Первый тур

1. В Стране дураков ходят монеты в 1, 2, 3, …, 19, 20 сольдо (других нет). У Буратино была одна монета. Он купил мороженое и получил одну монету сдачи. Снова купил такое же мороженое и получил сдачу тремя монетами разного достоинства. Буратино хотел купить третье такое же мороженое, но денег не хватило. Сколько стоит мороженое?

7 сольдо

2. На кружок пришли четыре мальчика из 7А и четыре — из 7Б: три Лёши, три Вани и два Артёма. Могло ли оказаться так, что у каждого из них есть хотя бы один тёзка-одноклассник, пришедший на кружок?

3. У Саши было четыре раскрашенных кубика. Расставляя их по-разному, он по очереди сфотографировал три фигуры (рис. слева). Затем Саша сложил из них параллелепипед размером $2 \times 2 \times 1$ и сделал его чёрно-белое фото (рис. справа). Все видимые на этом фото грани кубиков одного и того же цвета. Какого?



Второй тур

4. Петров забронировал квартиру в доме-новостройке, в котором пять одинаковых подъездов. Изначально подъезды нумеровались слева направо, и квартира Петрова имела номер 636. Потом застройщик поменял нумерацию на противоположную (справа налево, см. рисунок). Тогда квартира Петрова стала иметь номер 242. Сколько квартир в доме? (Порядок нумерации квартир внутри подъезда не изменялся.)

985

5. В турнире по волейболу каждая команда встречалась с каждой по одному разу. Каждая встреча состояла из нескольких партий — до трёх побед одной из команд. Если встреча заканчивалась со счётом 3 : 0 или 3 : 1, то выигравшая команда получала 3 очка, а проигравшая — 0. Если же счёт партий был 3 : 2, то победитель получал 2 очка, а побеждённый — 1 очко. По итогам турнира оказалось, что команда «Хитрецы» набрала больше всех очков, а команда «Простаки» — меньше всех. Но «Хитрецы» выиграли меньше встреч, чем проиграли, а у «Простаков» наоборот, победных встреч оказалось больше, чем проигранных. При каком наименьшем количестве команд такое возможно?

6. $KLMN$ — выпуклый четырёхугольник, в котором равны углы K и L. Серединные перпендикуляры к сторонам KN и LM пересекаются на стороне KL. Докажите, что в этом четырёхугольнике равны диагонали.

Третий тур

7. Вася задумал двузначное число и сообщил Пете произведение цифр в записи этого числа, а Саше — сумму этих цифр. Между мальчиками состоялся такой диалог:

Петя: «Я угадаю задуманное число с трёх попыток, но двух мне может не хватить».

Саша: «Если так, то мне для этого хватит четырёх попыток, но трёх может не хватить».

Какое число было сообщено Саше?

8. В каждой клетке доски размером 5×5 стоит крестик или нолик, причём никакие три крестика не стоят подряд ни по горизонтали, ни по вертикали, ни по диагонали. Какое наибольшее количество крестиков может быть на доске?

9. У Вики есть четыре фигурки, у Алины есть квадрат, а у Полины есть квадрат другого размера. Объединившись, Алина и Вика могут сложить квадрат, используя все свои пять фигурок. Может ли оказаться так, что Полина и Вика также смогут сложить квадрат, используя все свои пять фигурок? (Квадраты складываются без просветов и наложений.)