

Московская устная математическая олимпиада

7 класс, 2016 год

Первый тур

1. Мальвина велела Буратино разрезать квадрат на 7 прямоугольников (необязательно различных), у каждого из которых одна сторона в два раза больше другой. Выполнимо ли это задание?
2. В комнате у Папы Карло на каждой стене висят часы, причём они все показывают неверное время: первые часы ошибаются на 2 минуты, вторые — на 3 минуты, третьи — на 4 минуты и четвёртые — на 5 минут. Однажды Папа Карло, выходя на улицу, решил узнать точное время и увидел такие показания часов: 14 : 54, 14 : 57, 15 : 02 и 15 : 03. Помогите Папе Карло определить точное время.
3. Мальвина записала по порядку 2016 обыкновенных правильных дробей: $1/2$, $1/3$, $2/3$, $1/4$, $2/4$, $3/4$, ... (в том числе и сократимые). Дроби, значение которых меньше чем $1/2$, она покрасила в красный цвет, а остальные дроби — в синий. На сколько количество красных дробей меньше количества синих?

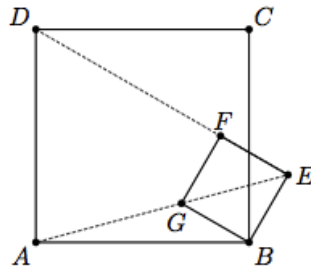
Второй тур

4. У Буратино есть 5 монет, ровно одна из них — фальшивая. Какая именно — известно только Коту Базилио. Буратино может выбрать три монеты, одну из них отдать Коту, и за это узнать про другие две, есть ли среди них фальшивая. Буратино знает, что Кот за настоящую монету скажет правду, а за фальшивую — соврёт. Как Буратино определить фальшивую монету среди всех пяти, задав не более трёх вопросов?
5. Артемон подарил Мальвине букет из аленьких цветочков и чёрных роз. У каждой чёрной розы 4 пестика и 4 тычинки, а на стебле два листка. У каждого аленького цветочка 8 пестиков и 10 тычинок, а на стебле три листка. Листков в букете на 108 меньше, чем пестиков. Сколько тычинок в букете?
6. Мальвина записала равенство $МА \cdot ТЕ \cdot МА \cdot ТИ \cdot КА = 2016000$ и предложила Буратино заменить одинаковые буквы одинаковыми цифрами, разные буквы — разными цифрами, чтобы равенство стало верным. Есть ли у Буратино шанс выполнить задание или таких замен не существует?

Третий тур

7. Буратино выложил на стол 2016 спичек и предложил Арлекину и Пьеро сыграть в игру, беря по очереди спички со стола: Арлекин может своим ходом брать либо 5 спичек, либо 26, а Пьеро — либо 9, либо 23. Не дождавшись начала игры, Буратино ушёл, а когда он вернулся, партия уже закончилась. На столе осталось две спички, а проиграл тот, кто не смог сделать очередной ход. Хорошенько подумав, Буратино понял, кто ходил первым, и кто выиграл. Выясните это и вы!

8. Квадраты $ABCD$ и $BEFG$ расположены так, как показано на рисунке. Оказалось, что точки A , G и E лежат на одной прямой. Докажите, что тогда точки D , F и E также лежат на одной прямой.



9. Среди актеров театра Карабаса Барабаса прошёл шахматный турнир. Каждый участник сыграл с каждым из остальных ровно один раз. За победу давали один сольдо, за ничью — полсольдо, за поражение не давалось ничего. Оказалось, что среди каждых трёх участников найдётся шахматист, заработавший в партиях с двумя другими ровно 1,5 сольдо. Какое наибольшее количество актеров могло участвовать в таком турнире?