

Московская устная математическая олимпиада

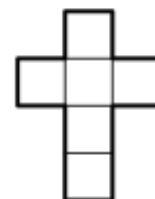
7 класс, 2015 год

Первый тур

Каждая задача первого тура оценивается в 7 баллов.

1. Три пирата делили мешок монет. Первый забрал $\frac{3}{7}$ всех монет, второй — 51% остатка, после чего третьему осталось на 8 монет меньше, чем получил второй. Сколько монет было в мешке?

2. Петя склеил бумажный кубик и записал на его гранях числа от 1 до 6 так, чтобы суммы чисел на любых двух противоположных гранях были одинаковыми. Вася хочет разрезать этот кубик так, чтобы получить развёртку, показанную на рисунке. При этом Вася старается, чтобы суммы чисел по горизонтали и по вертикали в этой развёртке отличались как можно меньше. Какая самая маленькая положительная разность может у него получиться, независимо от того, каким образом расставлял числа Петя?



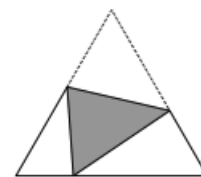
3. Из натуральных чисел от 1 до 100 выбрано 50 различных. Оказалось, что сумма никаких двух из них не равна 100. Верно ли, что среди выбранных чисел всегда найдётся квадрат какого-нибудь целого числа?

Второй тур

Каждая задача второго тура оценивается в 10 баллов.

4. Незнайка хочет записать по кругу 2015 натуральных чисел так, чтобы для каждого двух соседних чисел частное от деления большего на меньшее было простым числом. Знайка утверждает, что это невозможно. Прав ли Знайка?

5. Бумажный равносторонний треугольник перегнули по прямой так, что одна из вершин попала на противоположную сторону (см. рисунок). Докажите, что углы двух белых треугольников соответственно равны.



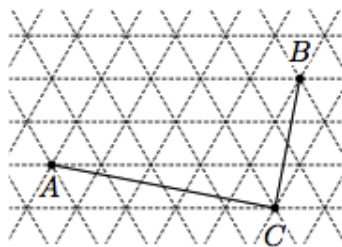
6. Среди 25 жирафов, каждые два из которых различного роста, проводится конкурс «Кто выше?». За один раз на сцену выходят пять жирафов, а жюри справедливо (согласно росту) присуждает им места с первого по пятое. Каким образом надо организовать выходы жирафов, чтобы после семи выходов определить первого, второго и третьего призёров конкурса?

Третий тур

Каждая задача третьего тура оценивается в 13 баллов.

7. У Пети есть 12 одинаковых разноцветных вагончиков (некоторые, возможно, одного цвета, но неизвестно, сколько вагончиков какого цвета). Петя считает, что различных 12-вагонных поездов он сможет составить больше, чем 11-вагонных. Не ошибается ли Петя? (Поезда считаются одинаковыми, если в них на одних и тех же местах находятся вагончики одного и того же цвета.)

8. На сетке из равносторонних треугольников построен угол ACB (см. рисунок). Найдите его величину.



9. На каждой из ста карточек записано по одному числу, отличному от нуля, так, что каждое число равно квадрату суммы всех остальных. Какие это числа?