

Турнир городов

10–11 классы, весенний тур, базовый вариант, 2015/16 год

1. Точку внутри выпуклого четырёхугольника соединили со всеми вершинами и с четырьмя точками на сторонах (по одной на стороне). Четырёхугольник оказался разделён на восемь треугольников с одинаковыми радиусами описанных окружностей. Докажите, что исходный четырёхугольник — вписанный.

2. Существуют ли 2016 целых чисел, сумма и произведение которых равны 2016?

□

3. В квадрате 10×10 все клетки левого верхнего квадрата 5×5 закрашены чёрным цветом, а остальные клетки — белым. На какое наибольшее количество многоугольников можно разрезать (по границам клеток) этот квадрат так, чтобы в каждом многоугольнике чёрных клеток было в три раза меньше, чем белых? (Многоугольники не обязаны быть равными или даже равновеликими.)

□

4. Фирма записала свои расходы в рублях по 100 статьям бюджета, получив список из 100 чисел (у каждого числа не более двух знаков после запятой). Каждый счетовод взял копию списка и нашёл приближённую сумму расходов, действуя следующим образом. Вначале он произвольно выбрал из списка два числа, сложил их, отбросил у суммы знаки после запятой (если они были) и записал результат вместо выбранных двух чисел. С полученным списком из 99 чисел он проделал то же самое, и так далее, пока в списке не осталось одно целое число. Оказалось, что в итоге все счетоводы получили разные результаты. Какое наибольшее число счетоводов могло работать в фирме?

□

5. На каждом из 12 рёбер куба отметили его середину. Обязательно ли сфера проходит через все отмеченные точки, если известно, что она проходит

- а) через какие-то 6 из отмеченных точек;
- б) через какие-то 7 из отмеченных точек?

□