

Турнир городов

10–11 классы, весенний тур, базовый вариант, 2014/15 год

1. Петя сложил 100 последовательных степеней двойки, начиная с некоторой, а Вася сложил некоторое количество последовательных натуральных чисел, начиная с 1. Могли ли они получить один и тот же результат?

□

2. Ковёр имеет форму квадрата со стороной 275 см. Моль проела в нем четыре дырки. Можно ли гарантированно вырезать из ковра квадратный кусок со стороной 1 м, не содержащий дырок? Дырки считайте точечными.

□

3. Дано $2n + 1$ число (n — натуральное), среди которых одно число равно 0, два числа равны 1, два числа равны 2, ..., два числа равны n . Для каких n эти числа можно записать в одну строку так, чтобы для каждого натурального m от 1 до n между двумя числами, равными m , было расположено ровно m других чисел?

□

4. Точки K и L делят медиану AM треугольника ABC на три равные части, точка K лежит между L и A . Отметили точку P так, что треугольники KPL и ABC подобны, причём P и C лежат в одной полуплоскости относительно прямой AM . Докажите, что P лежит на прямой AC .

5. По кругу записывают 2015 натуральных чисел так, чтобы каждые два соседних числа различались на их наибольший общий делитель. Найдите наибольшее натуральное N , на которое гарантированно будет делиться произведение этих 2015 чисел.

□