

## Олимпиада И. В. Савельева по математике

8 класс, 2010 год

1. Сколько решений имеет уравнение  $\text{НОД}(26, x) = 2$  на отрезке  $[1; 100]$ ?
2. При каких значениях  $a$  уравнение  $x^2 a^2 - 2ax^3 - 20 = 0$  имеет своим решением число  $x = 2$ ?
3. Вы пришли на соревнование по блошиным скачкам. Правила таковы: две блошки преодолевают прыжками путь от старта до финиша длиной 30 см, а затем прыгают в обратном направлении, чтобы затем снова повторить маршрут и т. д. Судья сидит в тёмной комнате и в случайный момент времени даёт свисток. Выигрывает та блоха, которая в этот момент находится ближе к старту.  
Определите, кто выиграл, если скорость первой блошки 5 см/с, скорость второй — 3 см/с, а свисток раздался спустя 126 секунд после начала забега. Укажите также их расстояния до места старта в момент окончания соревнования.
4. При каких значениях  $p$  уравнение  $|x + p| = 2p$  имеет единственное целое решение?
5. Точка  $M$  делит сторону  $BC$  квадрата  $ABCD$  в отношении  $1 : 2$ , считая от вершины  $B$ . Точка  $E$  делит сторону  $AB$  в отношении  $1 : 3$ , считая от вершины  $B$ . В каком отношении прямая  $CE$  делит отрезки  $AM$  и  $MD$ ?

## Ответы

1. 47.

2.  $a = -1$  или  $a = 5$ .

3. Выиграла вторая;  $s_1 = 30$  см,  $s_2 = 18$  см.

4.  $p = 0, \frac{3n+1}{3}, \frac{3n+2}{3}$ , где  $n$  — любое неотрицательное целое число.

5. Отрезок  $AM$  делится в отношении  $2 : 9$ ; отрезок  $MD$  делится в отношении  $1 : 6$ .