

Олимпиада «Покори Воробьёвы горы!» по математике

9 класс, 2018 год, вариант 3б

1. Натуральные числа, у которых сумма цифр равна 5, упорядочили по возрастанию. Какое число стоит на 122-м месте?

10007

2. Школьный тренер решил наградить 12 школьников, которые пробежали дистанцию за лучшее время. Каждого из них надо наградить «золотой», «серебряной» или «бронзовой» медалью. Надо использовать все три типа медалей, причём того, кто пришел к финишу раньше, нельзя награждать менее ценной медалью, чем того, кто пришел позже.

Сколькими способами тренер может распределить медали (время у всех бегунов разное)?

55

3. На прямой расположены 16 точек A_1, \dots, A_{16} , идущие с промежутками 1 см. Миша строит окружности по следующим правилам.

а) Окружности не пересекаются и не касаются.

б) Внутри каждой окружности есть по крайней мере одна из указанных точек A_1, \dots, A_{16} .

с) Ни одна из этих точек не лежит на окружности.

д) Различные окружности содержат внутри себя различные наборы точек. Т. е., например, если какая-то окружность содержит точки A_1 и A_2 внутри, а остальные снаружи, то вторую окружность, содержащую только A_1 и A_2 внутри, построить уже нельзя.

Какое наибольшее количество окружностей Миша сможет построить по этим правилам?

4. Назовём число x «50-подпирающим», если для любых 50 действительных чисел a_1, \dots, a_{50} , сумма которых является целым числом, найдётся хотя бы одно, для которого $|a_i - \frac{1}{2}| \geq x$.

В ответе укажите наибольшее 50-подпирающее число x , округлённое до сотых по стандартным математическим правилам.

10'0

5. Последовательность a_n задана следующим образом:

$$a_1 = 2, \quad a_{n+1} = a_n + \frac{2a_n}{n} \quad (\text{при } n \geq 1).$$

Найдите a_{999} .

000666

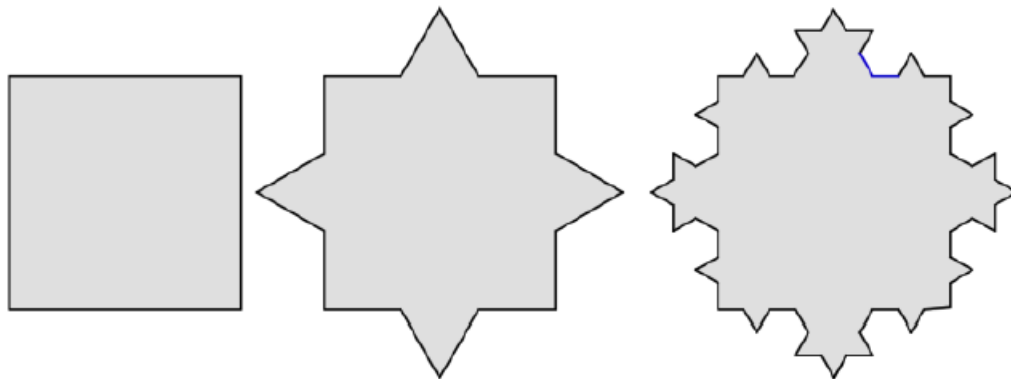
6. Назовём «зазубриванием» следующую операцию над многоугольником.

а) Каждую сторону многоугольника делим на три равные части.

б) Среднюю часть выбираем в качестве основания равностороннего треугольника, расположенного снаружи многоугольника.

в) Удаляем основание и добавляем две другие стороны.

Пусть K_0 — квадрат со стороной 2,5, K_1 — многоугольник, полученный путём зазубривания K_0 , K_2 получен зазубриванием K_1 (см. рисунок), ..., K_{2018} получен зазубриванием K_{2017} .



Найдите площадь $S(K_{2018})$. Ответ округлите до сотых по стандартным математическим правилам.

01