

Олимпиада «Покори Воробьёвы горы!» по математике

7–8 классы, 2018 год, вариант 1b

1. В кружок робототехники берут только тех, кто знает математику, физику или программирование. Известно, что 8 членов кружка знают физику, 7 — математику, 11 — программирование. При этом известно, что не менее двоих знают одновременно физику и математику, не менее троих — математику и программирование, и не менее четырёх — физику и программирование. Какое наибольшее количество участников кружка может быть при этих условиях?

61

2. Натуральные числа, у которых сумма цифр равна 5, упорядочили по возрастанию. Какое число стоит на 111-м месте?

000εZ

3. Тринадцать миллионеров приехали на экономический форум и поселились в отеле «Super Luxury+». В отеле есть номера трёх различных типов: 6-звёздочные, 7-звёздочные, и 8-звёздочные. Надо расселить миллионеров, причём так, чтобы использовать все три типа номеров (т. е. хотя бы одного человека поселить в 6-звёздочный номер, хотя бы одного — в 7-звёздочный и хотя бы одного — в 8-звёздочный). При этом нельзя более богатого миллионера селить в номер с меньшим количеством звёздочек, чем у менее богатого.

Сколькими способами их можно расселить (состояния у всех миллионеров попарно разные)?

99

4. На прямой расположены 15 точек A_1, \dots, A_{15} , идущие с промежутками 1 см. Петя строит окружности по следующим правилам.

- Окружности не пересекаются и не касаются.
- Внутри каждой окружности есть по крайней мере одна из указанных точек A_1, \dots, A_{15} .
- Ни одна из этих точек не лежит на окружности.
- Различные окружности содержат внутри себя различные наборы точек. Т. е., например, если какая-то окружность содержит точки A_1 и A_2 внутри, а остальные снаружи, то вторую окружность, содержащую только A_1 и A_2 внутри, построить уже нельзя.

Какое наибольшее количество окружностей Петя сможет построить по этим правилам?

5. Назовём число x «20-подпирающим», если для любых 20 действительных чисел a_1, \dots, a_{20} , сумма которых является целым числом, найдётся хотя бы одно, для которого $|a_i - \frac{1}{2}| \geq x$.

В ответе укажите наибольшее 20-подпирающее число x , округлённое до тысячных по стандартным математическим правилам.

εZ0'0

6. Последовательность a_n задана следующим образом:

$$a_1 = 2, \quad a_{n+1} = a_n + \frac{2a_n}{n} \quad (\text{при } n \geq 1).$$

Найдите a_{100} .

00101