

Олимпиада «Покори Воробьёвы горы!» по математике

9 класс, 2017 год, вариант 1а

1. Часы Безумного Шляпника спешат на 15 минут в час, а часы Мартовского Зайца отстают на 10 минут в час. Однажды они поставили свои часы по часам Сони (которые остановились и всегда показывают 12:00) и договорились собраться в 5 часов вечера на традиционный файво-клок. Сколько времени Безумный Шляпник будет ждать Мартовского Зайца, если каждый приходит ровно в 17:00 по своим часам?

2

2. На международный чемпионат по игре в StarCraft съехалось 100 участников. Игра идёт на выбывание, т. е. в каждом матче участвует два игрока, проигравший выбывает из участия в чемпионате, а выигравший — остаётся. Найдите наибольшее возможное количество участников, которые выиграли ровно две партии.

3. Назовем число *замечательным*, если оно имеет ровно 4 различных натуральных делителя, причем среди них найдутся два таких, что ни один не кратен другому. Сколько существует замечательных двузначных чисел?

62

4. На клетчатой бумаге нарисовали прямоугольный треугольник с катетами, равными 7 клеткам (катеты идут по линиям сетки). Потом обвели все линии сетки, находящиеся внутри треугольника. Какое наибольшее количество треугольников можно найти на этом рисунке?

82

5. В трапеции $ABCD$ с основаниями AD и BC известен угол BCD , равный 120° . В этот угол вписана окружность радиуса 1, проходящая через точки A , B и D . Найдите площадь треугольника ABD .

 $\frac{4}{3}\sqrt{3}$

6. Найдите все такие трёхзначные числа $\overline{ПВГ}$, состоящие из различных цифр П, В и Г, для которых выполняется равенство

$$\overline{ПВГ} = (П + В + Г)(П + В + Г + 1).$$

7. Дан куб $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$. Назовем точку *эквидистантной*, если найдутся две вершины куба, для которых эта точка является серединой отрезка. Сколько эквидистантных точек в кубе?

61

8. Пусть x_1, x_2 — корни уравнения $x^2 - x - 3 = 0$. Найдите $(x_1^5 - 20)(3x_2^4 - 2x_2 - 35)$.

-10968