

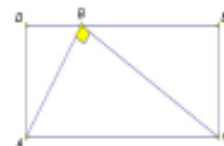
Олимпиада «Покори Воробьёвы горы!» по математике

7–8 классы, 2017 год, вариант 2а

1. Найдите две положительные несократимые дроби со знаменателями, не превосходящими 100, сумма которых равна $86/111$.

2. Найдите наименьшее $n > 2016$ такое, что $1^n + 2^n + 3^n + 4^n$ не кратно 10.

3. Около прямоугольного треугольника ABC с катетами $AB = 5$ и $BC = 6$ описали прямоугольник $ADEC$, как показано на рисунке. Какова площадь $ADEC$?



08

4. Вася придумывает 4-значный пароль для кодового замка. Он не любит цифру 2, поэтому не использует её. Кроме того он не любит, когда две одинаковые цифры стоят рядом. А ещё он хочет, чтобы первая цифра совпадала с последней. Сколько вариантов надо перебрать, чтобы гарантированно угадать Васин пароль?

109

5. В Империи Вестероса было 1000 городов и 2017 дорог (каждая дорога соединяет какие-то два города). Из каждого города можно было проехать в каждый. Однажды злой волшебник заколдовал N дорог, и ездить по ним стало нельзя. Образовалось 7 королевств, так, что в каждом королевстве можно добраться из любого города в любой по дорогам, а из одного королевства в другое по дорогам добраться нельзя. При каком наибольшем N это возможно?

6. Джеку Воробью нужно было разложить 150 пиастров по 10 кошелькам. После того как он положил некоторое количество пиастров в первый кошелек, в каждый следующий он клал больше, чем в предыдущий. В результате оказалось, что количество пиастров в первом кошельке не меньше, чем половина количества пиастров в последнем. Сколько пиастров находится в 6-м кошельке?

91

7. Найдите наименьшее натуральное N такое, что десятичная запись числа $999N$ состоит из одних семёрок.