

Олимпиада «Покори Воробьёвы горы!» по математике

10–11 классы, 2015 год, Уфа

1. Решите уравнение

$$(1 + x + x^2) (1 + x + x^2 + \dots + x^{10}) = (1 + x + x^2 + \dots + x^6)^2.$$

0 1 -

2. Две арифметические прогрессии содержат по 2015 членов каждая. Отношение последнего члена первой прогрессии к первому члену второй равно отношению последнего члена второй прогрессии к первому члену первой и равно 4. Отношение суммы всех членов первой прогрессии к сумме всех членов второй равно 2. Найдите отношение разностей этих прогрессий и приведите пример таких прогрессий.

92

3. Решите систему

$$\begin{cases} \operatorname{tg}^2 \pi(x - y) + \operatorname{ctg}^2 \pi(x - y) = \sqrt{\frac{2x}{x^2 + 1}} + 1, \\ x^2 + y^2 \leq 10. \end{cases}$$

8 · · · · · 2 - 8 - = u · ((\frac{p}{5+u^2}) 1)

4. Плоскость проходит через точку K , лежащую на ребре SA пирамиды $SABC$, и делит биссектрису SD грани SAB и медиану SE грани SAC пополам. В каком отношении эта плоскость делит объём пирамиды, если $SK : KA = SA : SB = 2$?

6П : 9Г

5. Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение

$$25^{-|x-a|} \log_{\sqrt[5]{7}}(x^2 - 2x + 3) + 5^{-x^2+2x} \log_{\frac{1}{7}}(2|x-a| + 2) = 0$$

имеет ровно три различных решения.

2 1 2