

Олимпиада «Покори Воробьёвы горы!» по математике

10–11 классы, 2015 год, Чебоксары

1. Сравните число

$$\sqrt{|8\sqrt{3} - 16|} - \sqrt{8\sqrt{3} + 16}$$

и наименьший корень уравнения $4x^2 + 21x + 17 = 0$.

Число больше корня

2. Окружности с центрами в точках O_1 и O_2 пересекаются внешним образом в точках A и B (то есть точки O_1 и O_2 лежат по разные стороны от прямой AB). Известно, что $\angle AO_1B = \alpha$, $\angle AO_2B = \beta$, $O_1O_2 = a$. Найдите радиусы окружностей.

$\frac{r_1 + a}{2} \sin \frac{\alpha}{2} = r_1 \sin \frac{\alpha}{2}$, $\frac{r_2 + a}{2} \sin \frac{\beta}{2} = r_2 \sin \frac{\beta}{2}$

3. Найдите корни уравнения

$$\log_2 |\operatorname{tg} \pi x| + \log_4 \frac{\cos \pi x}{2 \cos \pi x + \sin \pi x} = 0,$$

принадлежащие отрезку $[\frac{9}{4}; 3]$.

$2 + \frac{\pi}{2} \operatorname{arctg} \frac{1}{11}$

4. Для перевозки 60 тонн песка автомобилю потребовалось сделать некоторое количество рейсов, а для перевозки 120 тонн песка оказалось необходимо на 5 рейсов больше. На всех рейсах, кроме, может быть, последнего в каждой из этих двух перевозок, автомобиль загружается полностью. Определите все возможные значения грузоподъёмности этого автомобиля (то есть наибольшей массы груза, которую автомобиль может перевезти за один раз).

НОД $(\frac{3}{40}; \frac{11}{120})$

5. Решите уравнение

$$|x\sqrt{1-x^2} + x| = \sqrt{1+x^2}.$$

$\frac{2}{1-\sqrt{2}}$
