

Олимпиада «Покори Воробьёвы горы!» по математике

10–11 классы, 2013 год, вариант 4

1. Найдите все значения x , при каждом из которых выражения

$$\log_{2013} \left(\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 x} + \operatorname{tg} x \right) \quad \text{и} \quad \log_{2012} \left(\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 x} - \operatorname{tg} x \right)$$

равны друг другу.

2. Точки M и N делят сторону AC треугольника ABC на три части, каждая из которых равна 2, причём $AB \perp BM$, $BC \perp BN$. Найдите площадь треугольника ABC .

3. Решите неравенство

$$4x + 2 + \sqrt{4 - x} > x^2 + \sqrt{x^2 - 5x + 2}.$$

4. Найдите множество значений выражения $x - y + 1$ при условии

$$(x - y)^2 = 2|2y - x| + x + 15.$$

5. Прямоугольный треугольник называется пифагоровым, если длины всех его сторон — натуральные числа. Найдите наибольшее целое число, на которое делится произведение длин сторон любого пифагорова треугольника.

Ответы

1. $x = \pi n, n \in \mathbb{Z}$.

2. $3\sqrt{3}$.

3. $\left(2 - \sqrt{6}; \frac{5 - \sqrt{17}}{2}\right]$.

4. $(-\infty; -2] \cup [6; +\infty)$.

5. 60.