

Олимпиада «Покори Воробьёвы горы!» по математике
10–11 классы, 2013 год, вариант 2

1. Выясните, какое из чисел больше:

$$\frac{\lg 2013}{2 \lg 2} \quad \text{или} \quad 2 \lg \frac{2013}{2}.$$

2. Найдите все пары натуральных чисел x, y , удовлетворяющие уравнению

$$6x^2y + 2x^2 + 3xy + x - 9y = 2016.$$

3. Высоты остроугольного треугольника ABC пересекаются в точке O . Найдите угол ACB , если $AB : OC = 2$.

4. Определите, сколько корней на промежутке $[-\pi; \pi]$ имеет уравнение

$$\frac{2 \cos 4x + 1}{2 \cos x - \sqrt{3}} = \frac{2 \sin 4x - \sqrt{3}}{2 \sin x - 1},$$

и найдите эти корни.

5. Пять рёбер тетраэдра имеют длины 2, 4, 5, 9 и 13. Определите, может ли при этом длина шестого ребра:

- а) равняться 11;
- б) равняться 11,1.

Ответы

1. Второе.
2. $x = 4, y = 20$.
3. $\operatorname{arctg} 2$.
4. Четыре корня: $-5\pi/6, -\pi/3, \pi/2, 2\pi/3$.
5. а) Нет; б) нет.