

Объединённая межвузовская математическая олимпиада (ОММО)

11 класс, 2026 год

1. Рациональным или иррациональным является число

$$\sqrt[3]{\sqrt{5} + 2} - \sqrt[3]{\sqrt{5} - 2}?$$

Рациональным

2. На острове рыцарей и лжецов прошло математическое соревнование между командой рыцарей (которые всегда говорят правду) и командой лжецов (которые всегда лгут). В каждой команде было три человека. На соревновании предлагалось три задачи: одна по алгебре, другая по геометрии, третья по комбинаторике. После соревнования участники рассказали следующее.

Артём: «Наша команда решила все задачи».

Борис: «Мы решили ровно две задачи — по геометрии и комбинаторике».

Василий: «Мы решили ровно две задачи — по алгебре и по геометрии».

Григорий: «Наша команда справилась с задачей по алгебре».

Дмитрий: «Мы не решили геометрию».

Евгений: «Мы не решили только комбинаторику».

Определите состав команды рыцарей.

Василий, Григорий, Евгений

3. Владимир и Пётр бегают кругами по стадиону, каждый со своей постоянной скоростью. Если они бегут в противоположных направлениях, то встречаются раз в 3 минуты, а если в одном направлении, то раз в 6 минут. За сколько минут Владимир пробегает один круг? Укажите все возможные варианты.

4 минуты; 12 минут

4. В прямоугольном треугольнике ABC ($\angle C = 90^\circ$) проведена высота CH . Луч с началом в точке B наклонен под углом 45° к гипотенузе и пересекает отрезки CH и AC в точках M и N соответственно. Найдите $\angle BAC$, если известно, что периметры треугольников BCM и MCN равны.

15°

5. Решите уравнение

$$\left[\frac{3x^2 + 8}{2} \right] = \frac{15x^2 - 7}{5},$$

где через $[c]$ обозначена целая часть действительного числа c , то есть наибольшее целое число, не превосходящее c .

$\frac{15}{2} \sqrt{195} \pm \frac{15}{2} \sqrt{705}$

6. Вася написал на доске четыре числа: $\sin x$, $\cos x$, $\operatorname{tg} x$ и $Y \neq \operatorname{ctg} x$ в каком-то порядке. Все числа оказались различными и положительными. Всегда ли Петя может определить, где именно какое число?

Нет

7. При каких значениях параметра a система

$$\begin{cases} 3|x| + 4|y| = 12, \\ x^2 + (y - 1)^2 = a^2, \end{cases}$$

имеет нечётное количество решений?

±2, ±4

8. Основанием прямой призмы $ABCA_1B_1C_1$ служит треугольник ABC , в котором $\angle ACB = 90^\circ$, $AC = 3$ см, $CB = 4$ см. Высота призмы равна 12 см. Точка K лежит на отрезке AC_1 , причём $AK = \frac{AC_1}{3}$. Муравей начал движение из точки K и движется со скоростью 1 см/с по поверхности призмы. За какое наименьшее время в секундах муравей может достигнуть точки B_1 ?

10

9. Найдите все функции $f : \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}$, удовлетворяющие при всех $x, y \in \mathbb{R}$ уравнению

$$2(f(x) + f(y)) = \max \{2f(x + y); x - y; y - x\}.$$

$\frac{2}{|x|} = (x)f$

10. Дана последовательность $a_k = \frac{1}{k^2 + k}$, $k \in \mathbb{N}$. Известно, что

$$a_p + a_{p+1} + \dots + a_{q-1} = \frac{1}{43}$$

для некоторых натуральных p и q ($p < q$). Найдите $p + q$.

8781