

# Объединённая межвузовская математическая олимпиада (ОММО)

11 класс, 2011 год

**Задача 1.** Решите уравнение  $2|x - 1| \sin x = x - 1$ .

$$\mathbb{Z} \ni u : 0 \leq u \leq \frac{9}{2\pi} \mp \frac{9}{2\pi} \mp 0 \leq u \leq \frac{9}{2\pi} - 1 \leq u \leq \frac{9}{2\pi} + 1 ;$$

**Задача 2.** Ваня сдал три ЕГЭ. По русскому языку он набрал на 5 баллов меньше, чем по физике, а по физике — на 9 баллов меньше, чем по математике. Золотая рыбка, приснившаяся Ване, обещала выполнить любое количество желаний следующих видов:

- 1) прибавить по баллу за каждый экзамен;
- 2) за один экзамен (по выбору Вани) уменьшить баллы на 3, а за каждый из двух остальных — увеличить на 1.

Рыбка выполняет желание, если при этом ни один результат не превысит 100 баллов. Могли Ваня во сне набрать 100 баллов более чем по одному экзамену?

Нет

**Задача 3.** Одна тетрадь, 3 блокнота и 2 ручки стоят 98 рублей, а 3 тетради и блокнот — на 36 рублей дешевле 5 ручек. Сколько стоит каждый из предметов, если тетрадь стоит чётное число рублей? (Каждый из этих предметов стоит целое число рублей.)

4, 22, 14

**Задача 4.** Каждому из двух рабочих поручили обработать одинаковое количество деталей. Первый выполнил работу за 8 часов. Второй потратил больше 2 часов на наладку оборудования и с его помощью закончил работу на 3 часа раньше первого. Известно, что второй рабочий через 1 час после начала работы оборудования обработал столько же деталей, сколько к этому времени первый. Во сколько раз оборудование увеличивает производительность труда?

В 4 раза

**Задача 5.** Три правильных пятиугольника имеют общий центр, их стороны соответственно параллельны. Стороны двух пятиугольников равны 4 см и 12 см. Третий пятиугольник делит площадь фигуры, заключённой между первыми двумя, в отношении 1 : 3, считая от меньшего пятиугольника. Найдите сторону третьего пятиугольника.

$4\sqrt{3}$

**Задача 6.** Функция  $f$  такова, что  $f(2x - 3y) - f(x + y) = -2x + 8y$  для всех  $x, y$ . Найдите все возможные значения выражения  $\frac{f(5t) - f(t)}{f(4t) - f(3t)}$ .

4

**Задача 7.** В равнобедренном треугольнике с периметром 60 см точка пересечения медиан лежит на вписанной окружности. Найдите стороны треугольника.

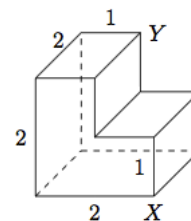
25, 25, 10

**Задача 8.** Решите систему

$$\begin{cases} x + y + z = 13, \\ x^2 + y^2 + z^2 = 61, \\ xy + xz = 2yz. \end{cases}$$

(4, 3, 6); (4, 6, 3)

**Задача 9.** На рисунке изображён многогранник, все двугранные углы которого прямые. Саша утверждает, что кратчайший путь по поверхности этого многогранника от вершины  $X$  до вершины  $Y$  имеет длину 4. Прав ли он?



Нет

**Задача 10.** Плоская фигура  $W$  представляет собой множество всех точек, координаты которых  $(x, y)$  удовлетворяют неравенству

$$(|x| + |4 - |y|| - 4)^2 \leq 4.$$

Нарисуйте фигуру  $W$  и найдите её площадь.

021