

Московская математическая олимпиада

8 класс, 2022 год

1. Незнайка не знает о существовании операций умножения и возведения в степень. Однако он хорошо освоил сложение, вычитание, деление и извлечение квадратного корня, а также умеет пользоваться скобками. Упражняясь, Незнайка выбрал три числа 20, 2 и 2 и составил выражение:

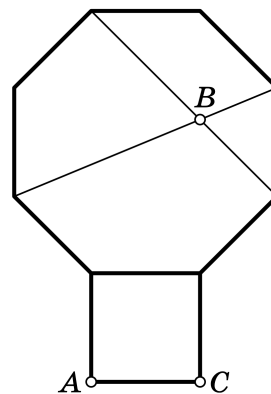
$$\sqrt{(2 + 20) : 2}.$$

А может ли он, используя точно те же три числа 20, 2 и 2, составить выражение, значение которого больше 30?

2. Найдите наибольшее натуральное n , обладающее следующим свойством: для любого простого нечетного p , меньшего n , разность $n - p$ также является простым числом.

3. На стороне правильного восьмиугольника во внешнюю сторону построен квадрат. В восьмиугольнике проведены две диагонали, пересекающиеся в точке B (см. рисунок). Найдите величину угла ABC .

Примечание. Многоугольник называется правильным, если все стороны равны и все его углы равны.



4. У входа на рынок есть двухчашечные весы без гирек, которыми каждый может воспользоваться по 2 раза в день. У торговца Александра есть 3 неотличимые внешне монеты весом 9, 10 и 11 грамм.

— Как жаль, что я не могу за 2 взвешивания разобраться, какая из моих монет сколько весит!

— Да! — поддакнул его сосед Борис. — У меня совершенно та же ситуация — тоже 3 неотличимые на вид монеты весом 9, 10 и 11 грамм!

Докажите, что если они объединят усилия, то за отведённые им 4 взвешивания определят веса всех шести монет.

5. Верно ли, что из любого выпуклого четырехугольника можно вырезать три уменьшенные вдвое копии этого четырехугольника?

6. По доске $n \times n$ прошла ладья, побывав в каждой клетке один раз, причем каждый её ход был ровно на одну клетку. Клетки занумерованы от 1 до n^2 в порядке прохождения ладьи. Пусть M — максимальная разность между номерами соседних (по стороне) клеток. Каково наименьшее возможное значение M ?