

# Московская математическая олимпиада

8 класс, 2021 год

1. Барон Мюнхгаузен утверждает, что к любому двузначному числу можно справа приписать еще две цифры так, чтобы получился полный квадрат (к примеру, если задано число 10, то дописываем 24 и получаем  $1024 = 32^2$ ). Прав ли барон?
2. Митя купил на день рождения круглый торт диаметром 36 сантиметров и 13 тоненьких свечек. Мите не нравится, когда свечки стоят слишком близко, поэтому он хочет поставить их на расстоянии не меньше 10 сантиметров друг от друга. Поместятся ли все свечки на торте?
3. В комнате находится несколько детей и куча из 2021 конфеты. Каждый из них по очереди подходит к куче, делит количество конфет в ней на количество детей в комнате (включая себя), округляет (если получилось нецелое число), забирает полученное число конфет и покидает комнату. При этом мальчики округляют вверх, а девочки — вниз. Докажите, что суммарное количество конфет у мальчиков, когда все выйдут из комнаты, не зависит от порядка детей в очереди.
4. В правильном пятиугольнике  $ABCDE$  отмечена точка  $F$  — середина  $CD$ . Серединный перпендикуляр к  $AF$  пересекает  $CE$  в точке  $H$ . Докажите, что прямая  $AH$  перпендикулярна прямой  $CE$ .
5. В каждом из 16 отделений коробки  $4 \times 4$  лежит по золотой монете. Коллекционер помнит, что какие-то две лежащие рядом монеты (соседние по стороне) весят по 9 грамм, а остальные по 10 грамм. За какое наименьшее число взвешиваний на весах, показывающих общий вес в граммах, можно определить эти две монеты?
6. В некотором государстве 32 города, каждые два из которых соединены дорогой с односторонним движением. Министр путей сообщения, тайный злодей, решил так организовать движение, что покинув любой город, в него нельзя будет вернуться. Для этого он каждый день, начиная с 1 июня 2021 года, может менять направление движения на одной из дорог. Докажите, что он сможет добиться своего к 2022 году (т. е. за 214 дней).