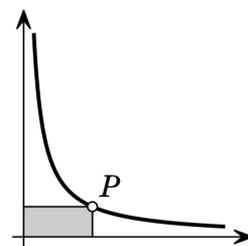


Московская математическая олимпиада

8 класс, 2020 год

1. Том написал на заборе из досок слово ММО, а Гек — число 2020. Ширина каждой буквы и цифры 9 см, а ширина доски забора — 5 см. Мог ли Гек испачкать меньше досок, чем Том? (Доски расположены вертикально, а слова и числа пишутся горизонтально. Цифры и буквы пишутся через равные промежутки.)

2. На графике функции $y = \frac{1}{x}$ Миша отмечал подряд все точки с абсциссами 1, 2, 3, ..., пока не устал. Потом пришла Маша и закрасила все прямоугольники, одна из вершин которых — это отмеченная точка, еще одна — начало координат, а еще две лежат на осях. Затем учительница попросила ребят посчитать площадь фигуры, состоящей из всех точек, закрасенных ровно один раз. Сколько получилось?



□ I

3. Дано натуральное число N . Вера делает с ним следующие операции: сначала прибавляет 3 до тех пор, пока получившееся число не станет делиться на 5 (если изначально N делится на 5, то ничего прибавлять не надо). Получившееся число Вера делит на 5. Далее делает эти же операции с новым числом, и так далее. Из каких чисел такими операциями нельзя получить 1?

4. В турнире по гандболу участвуют 20 команд. После того как каждая команда сыграла с каждой по разу, оказалось, что количество очков у всех команд разное. После того как каждая команда сыграла с каждой по второму разу, количество очков у всех команд стало одинаковым. В гандболе за победу команда получает 2 очка, за ничью 1 очко, за поражение — 0 очков. Верно ли, что найдутся две команды, по разу выигравшие друг у друга?

5. Дана трапеция $ABCD$ с основаниями AD и BC . Перпендикуляр, опущенный из точки A на сторону CD , проходит через середину диагонали BD , а перпендикуляр, опущенный из точки D на сторону AB , проходит через середину диагонали AC . Докажите, что трапеция равнобокая.

6. У Полины есть колода из 36 карт (4 масти по 9 карт в каждой). Она выбирает из неё половину карт, какие хочет, и отдает Василисе, а вторую половину оставляет себе. Далее каждым ходом игроки по очереди открывают по одной карте по своему выбору (соперник видит масть и достоинство открытой карты), начиная с Полины. Если в ответ на ход Полины Василиса смогла положить карту той же масти или того же достоинства, то Василиса зарабатывает одно очко. Какое наибольшее количество очков Василиса может гарантированно заработать?