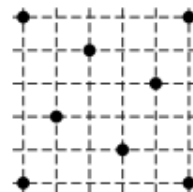


# Московская математическая олимпиада

8 класс, 2012 год

1. На доске написаны четыре трёхзначных числа, в сумме дающие 2012. Для записи их всех были использованы только две различные цифры. Приведите пример таких чисел.

2. Кузнечик умеет прыгать только ровно на 50 см. Он хочет обойти 8 точек, отмеченных на рисунке (сторона клетки равна 10 см). Какое наименьшее количество прыжков ему придётся сделать? (Разрешается посещать и другие точки плоскости, в том числе не узлы сетки. Начинать и заканчивать можно в любых точках.)



3. На плоскости отмечены 100 точек, никакие три из которых не лежат на одной прямой. Саша разбивает точки на пары, после чего соединяет точки в каждой из пар отрезком. Всегда ли он может это сделать так, чтобы каждые два отрезка пересекались?

4. В параллелограмме  $ABCD$  опустили перпендикуляр  $BH$  на сторону  $AD$ . На отрезке  $BH$  отметили точку  $M$ , равноудалённую от точек  $C$  и  $D$ . Пусть точка  $K$  — середина стороны  $AB$ . Докажите, что угол  $MKD$  прямой.

5. Рациональные числа  $x$ ,  $y$  и  $z$  таковы, что все числа  $x + y^2 + z^2$ ,  $x^2 + y + z^2$  и  $x^2 + y^2 + z$  целые. Докажите, что число  $2x$  целое.

6. В клетках таблицы  $m \times n$  расставлены числа. Оказалось, что в каждой клетке записано количество соседних с ней по стороне клеток, в которых стоит единица. При этом не все числа — нули. При каких числах  $m$  и  $n$ , больших 100, такое возможно?