

# Механико-математический факультет МГУ

## Письменный экзамен, 2004 год (июль)

1. Решить неравенство

$$\frac{\log_4(2-x) - \log_6(2-x)}{\log_6 x - \log_9 x} \leq \log_4 9.$$

(2;1) ∩ (1;0)

2. Решить неравенство

$$\frac{(x^2 + x + 1)^2 - 2|x^3 + x^2 + x| - 3x^2}{10x^2 - 17x - 6} \geq 0.$$

(∞;2) ∩ {1} ∩ [x^2 + x - 1;0) ∩ [x^2 - x - ∞)

3. Выпуклый многогранник  $ABCDFE$  имеет пять граней:  $CDF$ ,  $ABE$ ,  $BCFE$ ,  $ADFE$  и  $ABCD$ . Ребро  $AB$  параллельно ребру  $CD$ . Точки  $K$  и  $L$  расположены соответственно на ребрах  $AD$  и  $BC$  так, что отрезок  $KL$  делит площадь грани  $ABCD$  пополам. Точка  $M$  является серединой ребра  $EF$  и вершиной пирамиды  $MABCD$ , объем которой равен 6. Найти объем пирамиды  $EKL$ , если известно, что объем многогранника  $ABCDFE$  равен 19.

13

4. Решить уравнение

$$\sqrt{-3 \sin 2x} = -2 \sin 2x - \sin x + \cos x - 1.$$

$\mathbb{Z} \ni u, u\pi + \frac{2\pi}{3}, -u\pi + \frac{2\pi}{3}, u\pi + 2\pi n, -u\pi + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$

5. Дорога проходит последовательно через пункты  $A$ ,  $B$ ,  $C$  и  $D$ . Расстояние от  $A$  до  $B$  равно 24 км. Из  $A$  в  $D$  выехал с постоянной скоростью автомобиль. Одновременно с ним из  $B$  в  $D$  отправились с постоянными скоростями велосипедист и мотоциклист. Когда автомобиль догнал велосипедиста, мотоциклист обгонял их на 6 км. В пункте  $C$  автомобиль догнал мотоциклиста, и доехав до  $D$ , сразу поехал обратно в  $A$ , встретившись с велосипедистом во второй раз в  $C$ . Найти расстояние между  $B$  и  $C$ , если известно, что время от начала движения до момента повторной встречи автомобиля и велосипедиста в два раза больше, чем время от начала движения до того момента, когда автомобиль впервые догнал мотоциклиста.

16 км

6. В остроугольном треугольнике  $ABC$  высоты пересекаются в точке  $H$ , а медианы в точке  $O$ . Биссектриса угла  $A$  проходит через середину отрезка  $OH$ . Найти площадь треугольника  $ABC$ , если  $BC = 2$ , а разность углов  $B$  и  $C$  равна  $30^\circ$

$\frac{2\sqrt{3}+1}{1}$