

Механико-математический факультет МГУ

Письменный экзамен, 2001 год (июль)

1. Решить неравенство

$$x \geq \log_2 (101 \cdot 10^x - 10^{2+2x}) - \log_5 (101 \cdot 2^x - 5^{2+x} \cdot 2^{2+2x})$$

$$[2 - 101 \cdot 10^1; 0] \cap [2 - ; \infty -)$$

2. Имеет ли уравнение

$$12 \cos \left(\frac{3\pi}{2} + x \right) = |4 - 5 \cos x|$$

хотя бы одну пару корней, расстояние между которыми не превосходит $\frac{\pi}{2}$?

Нет

3. Через вершины A, B, C параллелограмма $ABCD$ со сторонами $AB = 3$ и $BC = 5$ проведена окружность, пересекающая прямую BD в точке E , причем $BE = 9$. Найти диагональ BD .

$$\frac{6}{13}$$

4. Найти все трехзначные натуральные числа, каждое из которых больше суммы квадратов своих цифр на 517.

$$[869; 699; 619]$$

5. Найти все числа, которые не могут быть корнями уравнения

$$4\sqrt{2x^4 + x^3} = a\sqrt{4 - a^4} (x + 4x^2 - 8)$$

ни при каком значении параметра a .

$$(\infty; \frac{6}{8}) \cap (0; \frac{7}{1} -) \cap (\frac{1}{8} - ; \infty -)$$

6. Основание $ABCD$ прямоугольного параллелепипеда $ABCD A' B' C' D'$ повернули в плоскости ABC на угол 30° вокруг точки пересечения диагоналей AC и BD (вершина A повернулась в направлении вершины D), а боковые грани заменили гранями $AA' B$, $A' B' B$, $BB' C$, $B' C' C$, $CC' D$, $C' D' D$, $DD' A$ и $D' A' A$. Найти все значения, которые может принимать периметр и площадь сечения полученного многогранника плоскостью, параллельной плоскости ABC , если периметр прямоугольника $ABCD$ равен 26, а его площадь равна 42.

$$[42; \frac{253 + 84\sqrt{3}}{8}]$$